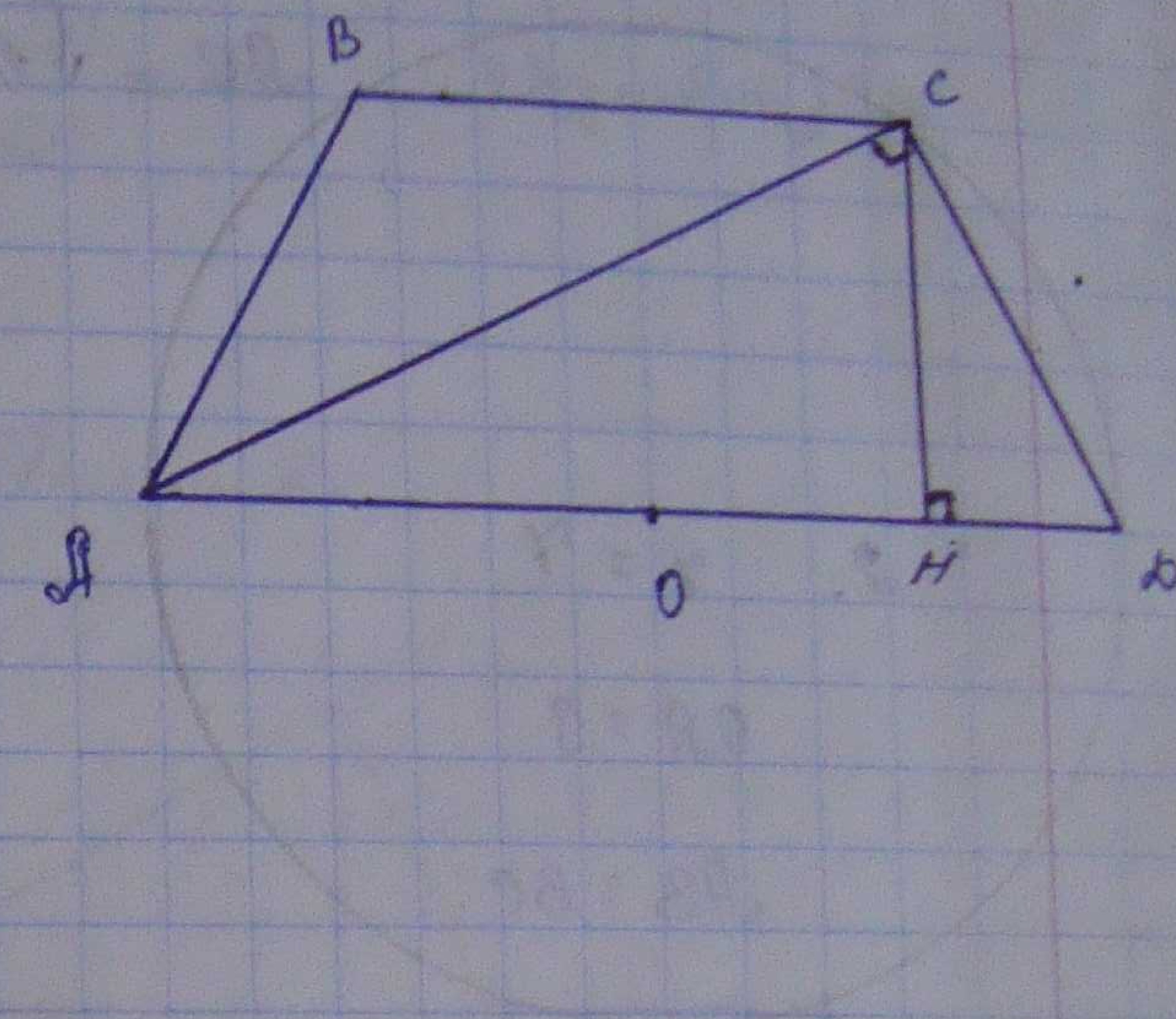
03. 04. 2006թ.

Տարբերակ 1

1. $AD \parallel BC$; $AB \nparallel CD$



$AB = CD$

$BC = 12$

$AD = 20$

$AC - ?$

ACD եռանկյան անկյունը հենված է O կենտրոնով շրջանագծի տրամագծի վրա, ուստի $\angle ACD = 90°$:

ACD ուղղ. ~~եռ-ի~~ անկ-ի C գագաթից AD կողմին տարված CH բարձրությունը որը H կետում կիսում AD կողմը բաժանում է AH և HD, հատվածների, որտեղ

$AH = \frac{AD+BC}{2} = 16$ և $HD = \frac{AD-BC}{2} = 4$:

Քանի որ ուղ. եռ-ի ~~գագաթ~~ ուղիղ անկյան գագաթից տարված բարձրությունը համեմատական միջին է ներքնաձիգի վրա առաջացած հատվածների, ապա

$CH = \sqrt{4 \cdot 16} = 8$:

Իմանալով, որ $AH = 16$ և $CH = 8$, ACH ուղղանկ-

որը եռանկյունը հարթանման AC ներքնաձիգը, որ $ABCD$ ուղղանկյուն հանդիպակաց և

անկյունագիծ. $AC = \sqrt{16^2 + 8^2} = \sqrt{256 + 64} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$.

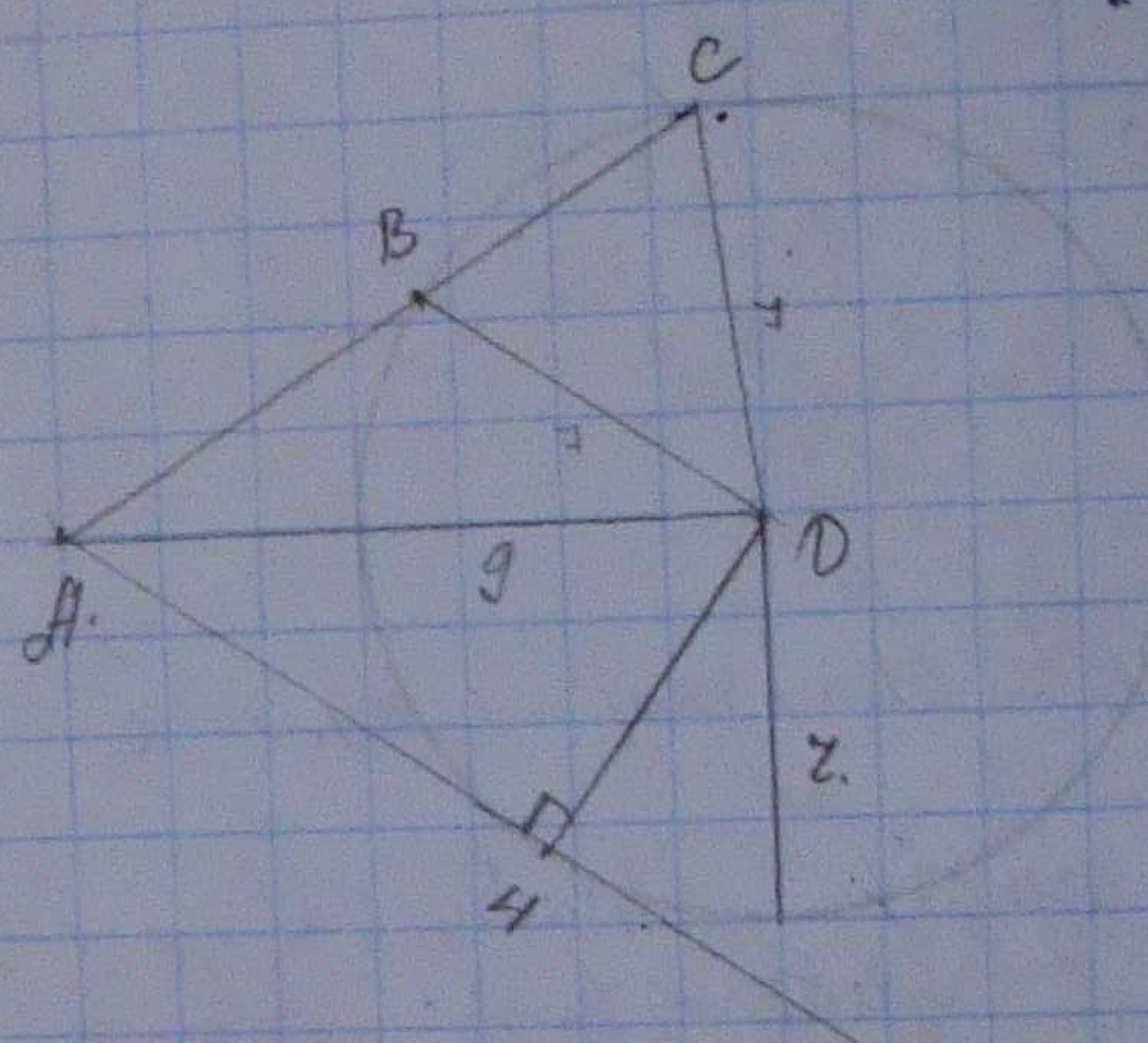
Պատ. $8\sqrt{5}$:

2. $r = 7$

$OA = 9$

$AB = BC$.

$AC - ?$



A կետից O կենտրոնով շրջանագծին տանենք AH շոշափողը: Շոշափման H կետը միացնենք շրջանագծի կենտրոնին: $AH \perp OH$ (ըստ շոշափողի հատկության): Դիտարկենք AOH ուղ. եռ.-ը, որտեղ $OH = r = 7$; $AO = 9 \Rightarrow AH = \sqrt{81 - 49} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$:

Քանի, որ եթե մի կետից տարված են շոշափող և հատող, ապա շոշափողը համեմատական միջին է ամբողջ հատողի և նրա արտաքին մասի, ապա $AH^2 = AC \cdot BC$

Ունենք $AC = 2 \cdot BC$

Բայց $AH^2 = 2 \cdot BC \cdot BC = 2BC^2$, որտեղից $AH = BC\sqrt{2}$:

Այսպիսով $BC = \frac{AH}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$.

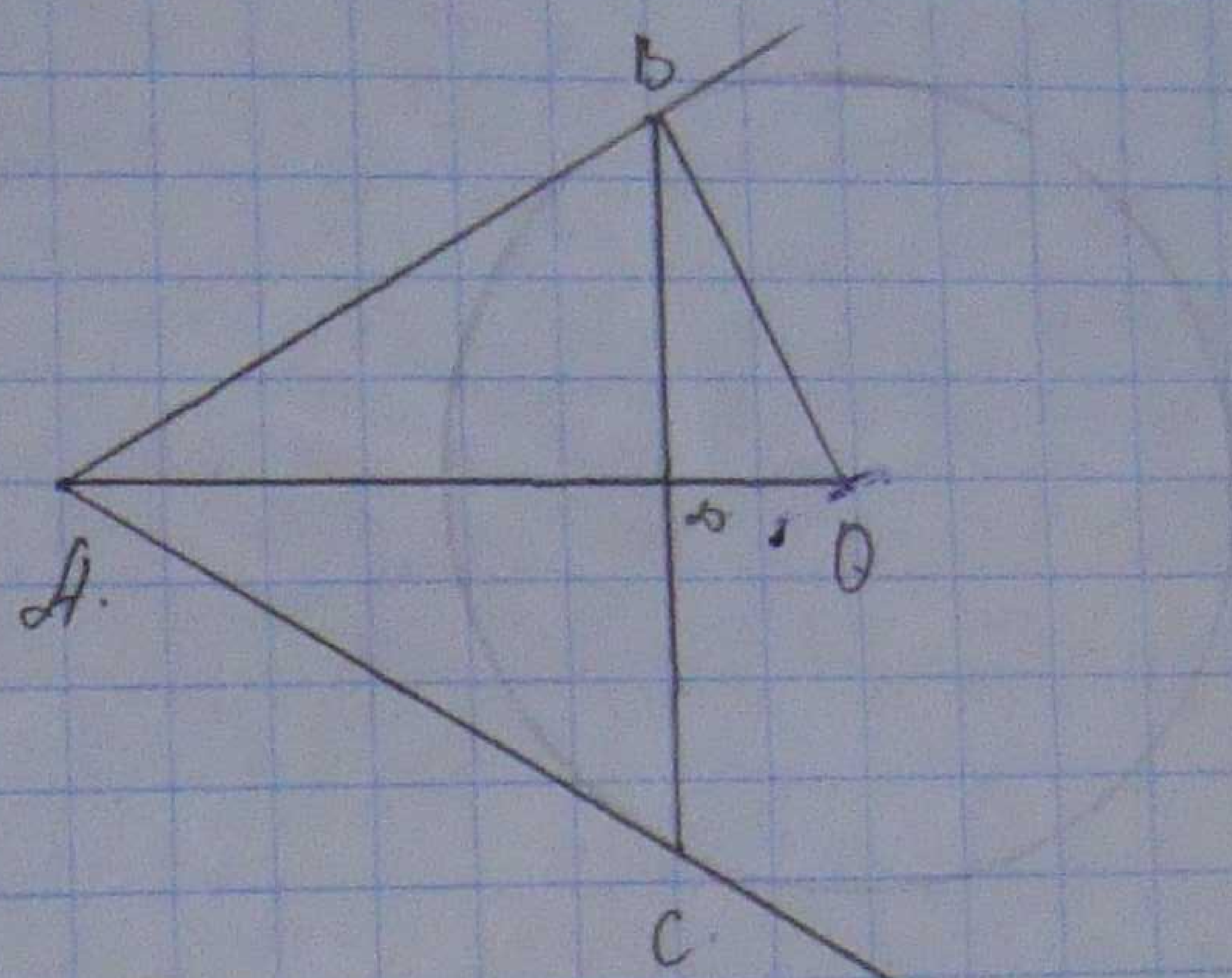
$AC = 2BC \Rightarrow AC = 8$:

Պատ․ 8.

3. $AB = AC = 10$.

$BC = 6$

$d - ?$



$AO \perp BC$ (ըստ մի կետից շրջանագծին տարված շոշափողների հատկության): Դիտարկենք ABD եռ-ն, որտեղ $BD = DC = 3$, $AB = 10$ (ըստ պայմանի): Կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը գտնենք AD-ն՝ $AD = \sqrt{91}$

$OB \perp AB$ (ըստ շոշափողի հատկության) $\Rightarrow$ ABO ուղ. եռ. մեջ BD-ն բարձրություն է, ապա $BD^2 = AD \cdot OD$, որտեղից $OD = \frac{BD^2}{AD} = \frac{9}{\sqrt{91}}$:

OBD ուղ. եռ մեջ՝ $OD = \frac{9\sqrt{91}}{91}$, $BD = 3 \Rightarrow$

$$BO = \sqrt{\frac{81}{91} + 9} = \sqrt{\frac{900}{91}} = \frac{30}{\sqrt{91}} = \frac{30\sqrt{91}}{91}$$

Жауап: $\frac{30\sqrt{91}}{91}$.


DAN-MARK
Nature

Ամփր

Երկրաշարժային գր. աշխատանքների համար

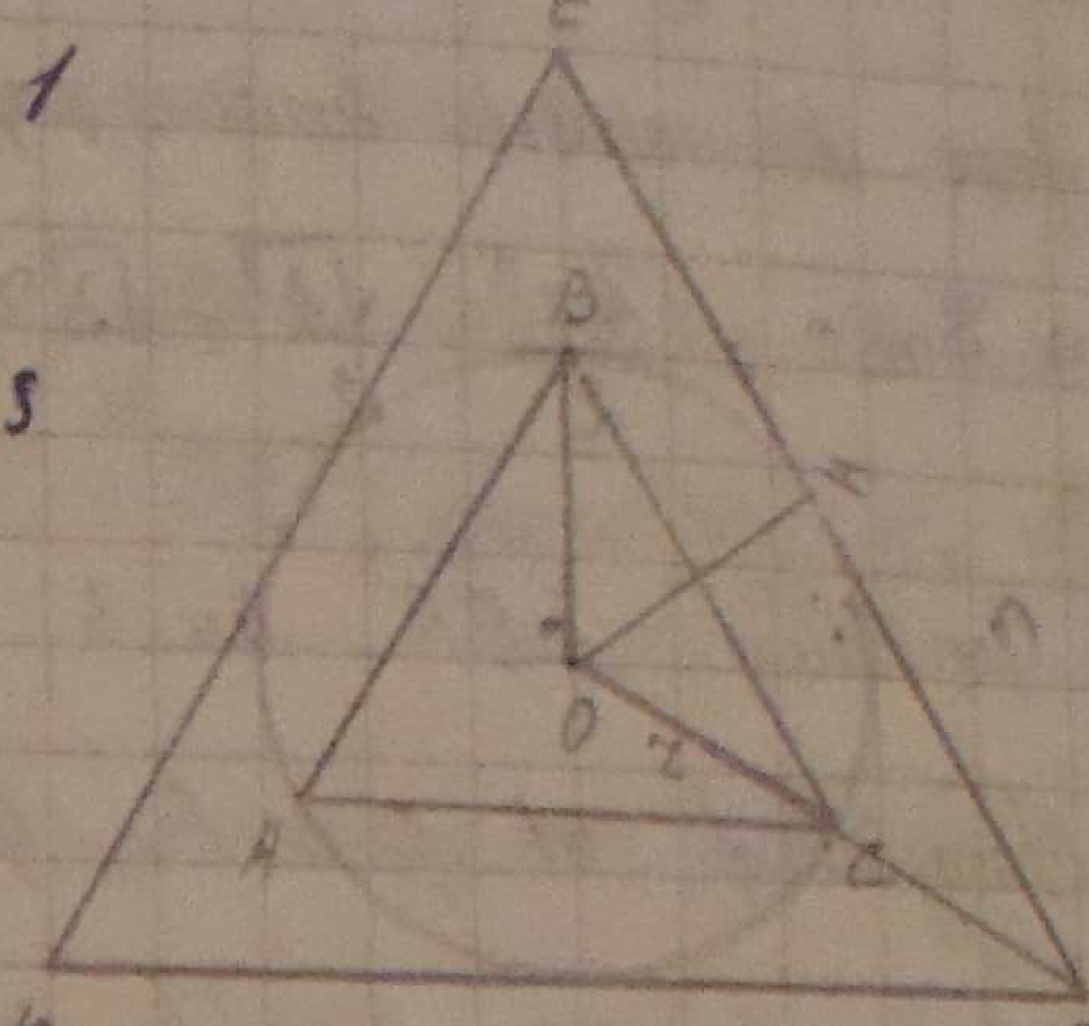
ԵրՃՇՊՀ-ի $\overline{\underline{\text{IX}}}^2$ դասարանի աշակերտուհի

Ղազարյան Գոհինե Ներսեսի

13.03.2006թ

Շտեմարան - 11դ դասի

Խնդիր 1



Տրված է O կենտրոնով շրջ.-ին ABC-ն ներգծված, իսկ DEF-ը արտագծված է այդ շրջ.-գծին

(Գիտենք՝ Տ) $AB = BC = AC$

$DE = EF = FD$

Շրջ.-գծի շառավիղը r է:

Գտնել $\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}}$-ը

ABC և DEF կանոնավոր եռանկյունների մակերեսները արտահայտենք r-ով: Դրա համար գտնենք այդ եռանկյունների կողմերը՝ արտահայտված r-ով:

O կենտրոնով շրջանագիծը A, B և C կետերով բաժանվել է 3 հավասար աղեղների, որոնցից յուրաքանչյուրի աստիճանային չափը՝ $\cup BC = \cup AC = \cup AB = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ և որ դրանց վրա հենված կենտրոնային անկյունները նույնպես 120°-ի են՝ $\angle BOC = \angle BOA = \angle AOC = 120^\circ$: Կոսինուսների թեորե-մով կարող ենք գտնել $AB = BC = AC$ կողմի երկարությունը՝ r-ով

արտահայտման՝ $BC = \sqrt{2r^2 - 2r^2\cos 120^\circ} = 2r$ ։ Այսպիսով

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin ABC$ ։ Քանի որ ABC եռ-ը կանոնա-
վոր է, ապա նրա բոլոր անկյունները 60°-ի են ⇒

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{4r^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} r^2$

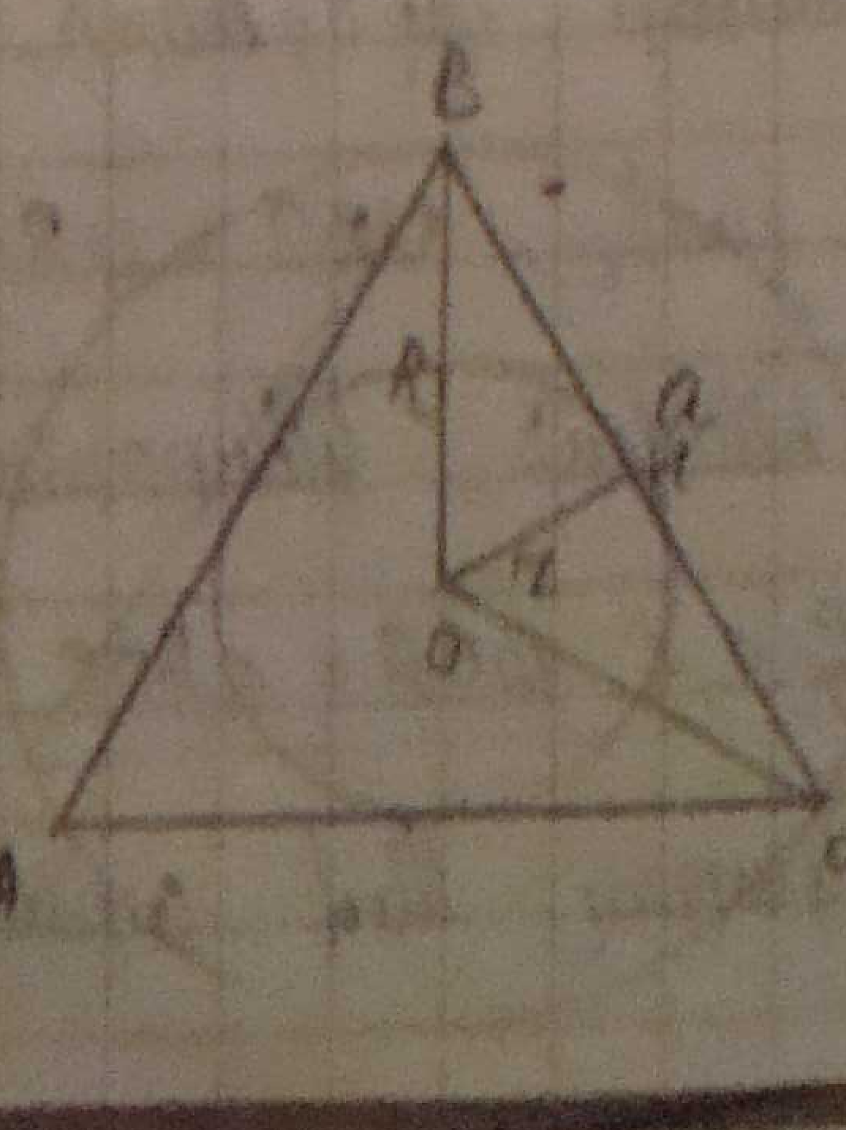
Դիտենք DEF եռ-ն կողմը r-ով արտահայտման։
Միացնենք OF O և F կետերը. Դիտարկենք OFH ուղ. եռ-ը
OF-ը F անկյան կիսորդն է, քանի որ $\angle F = 60^\circ$, ապա
$\angle$ OFH եռ-ն մեջ $\angle OFH = 30^\circ \Rightarrow OF = 2OH$, իսկ $OH = r$,
այստեղ $OF = 2r$։ Այսպիսով գտնենք FH-ը։
$FH = \sqrt{OF^2 - OH^2} = \sqrt{4r^2 - r^2} = \sqrt{3} r$ ։ Իսկ $EF = 2FH =$
$= 2\sqrt{3} r \Rightarrow S_{EFD} = \frac{1}{2} EF^2 \sin 60^\circ = \frac{4 \cdot 3 \cdot r^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} r^2$

Այսպիսով ստացանք, որ $S_{ABC} = \sqrt{3} r^2$, $S_{DEF} = 3\sqrt{3} r^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{EFD}} = \frac{\sqrt{3} r^2}{3\sqrt{3} r^2} = \frac{1}{3}$

Պատ․ $\frac{1}{3}$,

Խնդիր 2։



Տրված է ABC եռ-ը

$AB = BC = CA = a$

Գտնել $\frac{r}{R}$-ը

r և R շառավիղներով շրջանագծերի շառավիղները ABC կանոնավոր եռ-ի a կողմով արտահայտված:

Դիտարկենք OBC հավասարասրուն եռանկյունը, որի սրունքները R-ն են, իսկ հիմքը a, cos անկյունը $120°$:

Կստանանք. $a^2 = 2R^2 - 2R^2\cos 120° = 3R^2$, որտեղից $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$

Այժմ դիտարկենք OCH ուղ. եռ.-ը, որտեղ $OC = R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$, $CH = \frac{a}{2}$: Ըստ Պյութագորասի թ-մի $OH^2 = OC^2 - CH^2 \Rightarrow$

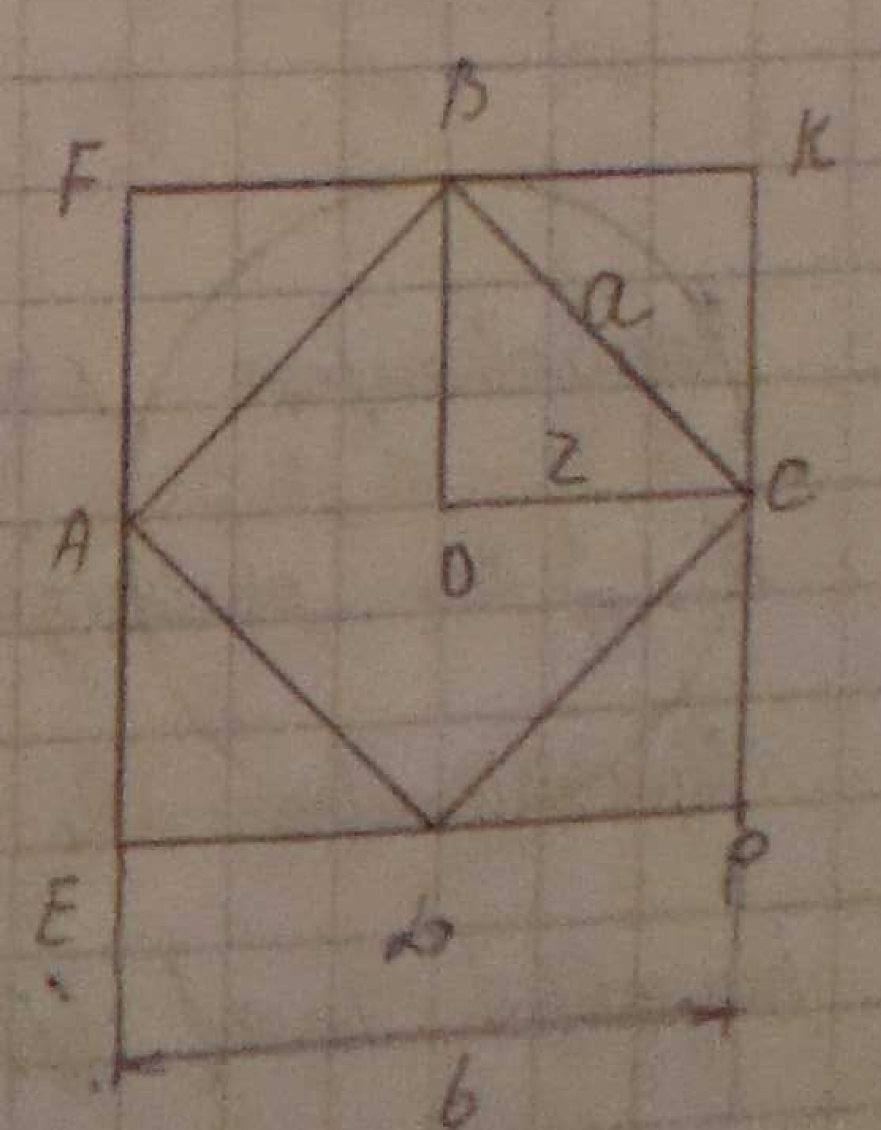
$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{6}$

Կստանանք. $\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}a}{6} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}a} = 0,5$

Պատ՝ 0,5

Խնդիր 3

Դիցուք O կենտրոնով և r շառավղով շր. $ABCD$-ն ներգծված, իսկ $EFKP$-ն արտագծված քառակուսիներն են:



$AB = BC = CD = AD = a$

$EF = FK = KP = EP = b$

Գտնել $\frac{b}{a}$-ն

a և b կողմերը արտահայտենք r շառավղով:

$EFKP$ քառակուսու KP կողմը $\parallel$ է BD անկյունագծին, իսկ

և հավասար նրան, ապա՝ $b = 2r$:

Դիտարկենք BOC եռ-ը: Ըստ Պյութագորասի թ-մի

$a = \sqrt{2}r$.

Այսպիսով, ստացանք, որ $a = \sqrt{2}r$ և $b = 2r$, ապա

$$\frac{b}{a} = \frac{2r}{\sqrt{2}r} = \sqrt{2}$$

Պատ.՝ $\sqrt{2}$

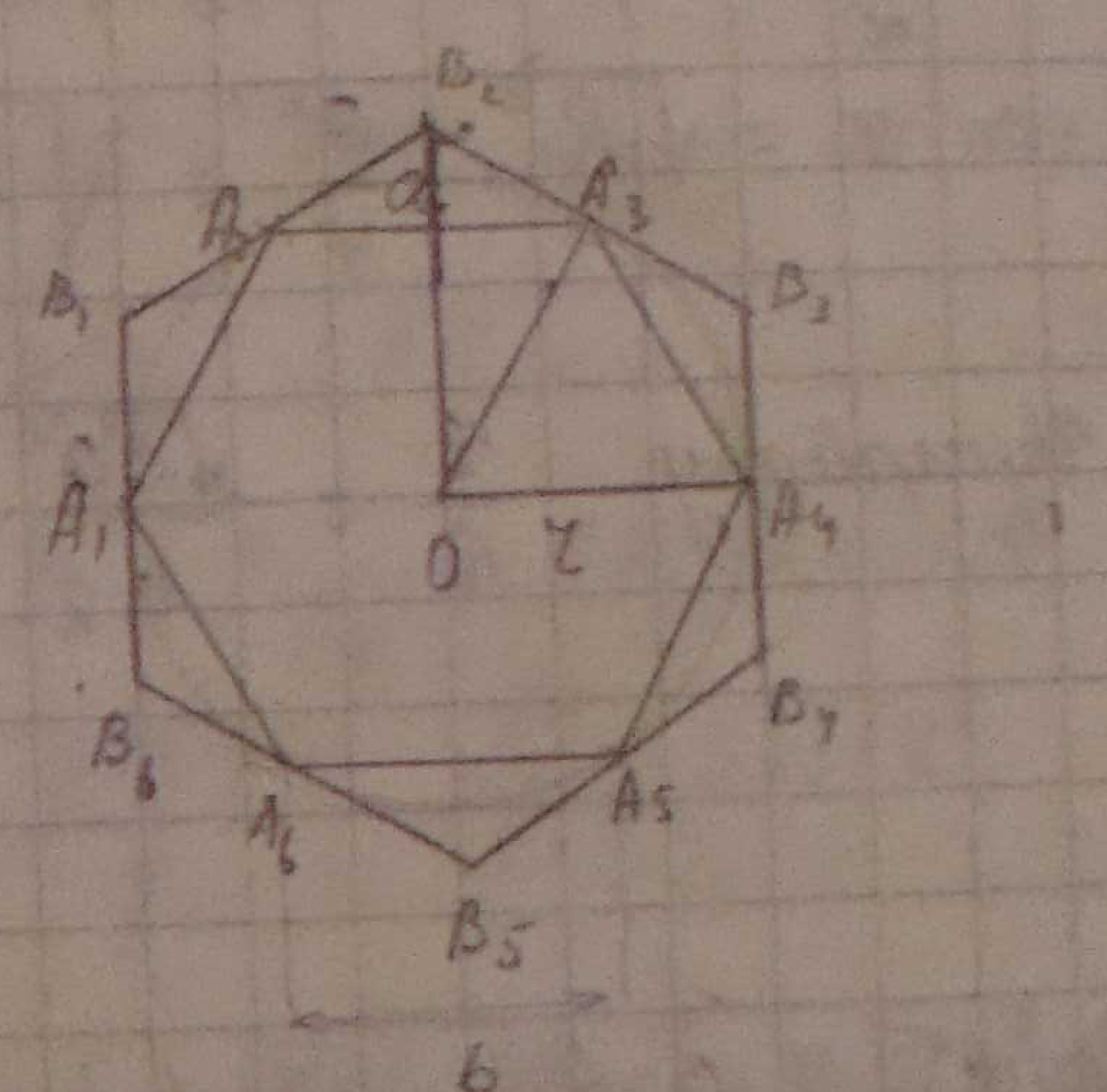
Խնդիր 4.

$A_1A_2 \dots A_6$-ը կանոնավոր է

$S_{A_1A_2 \dots A_6} = S$

$B_1B_2 \dots B_6$-ը կանոնավոր է

$S_{B_1B_2 \dots B_6}$ - ?



Կանոնավոր բազմանկյան մակերեսը որոշվում է

$S' = \frac{1}{2} P r$ բանաձևով:

Կանոնավոր $A_1 \dots A_6$ բազմանկյան կողմը՝ a-ն արտա-

հայտենք r-ով: (Ըստ կոսինուսների թ-մի՝ $a = \sqrt{2r^2 - 2r^2}$)

Քանի որ $\angle A_3OA_4 = 60°$, և $OA_3 = OA_4 = r$, ապա $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OA_3A_4 = \angle OA_4A_3 = 60° \Rightarrow A_3A_4 = a = r$

Քանի որ $P = 6a = 6r$, ապա $S = 3r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{3}}$

b - կողմով վեցանկյան կողմը արտահայտենք r-ով:

Դիտարկենք B_2OA_3 ուղ. եռ.-ը: Քանի, որ $\angle B_2OA_3 = 30^\circ \Rightarrow$

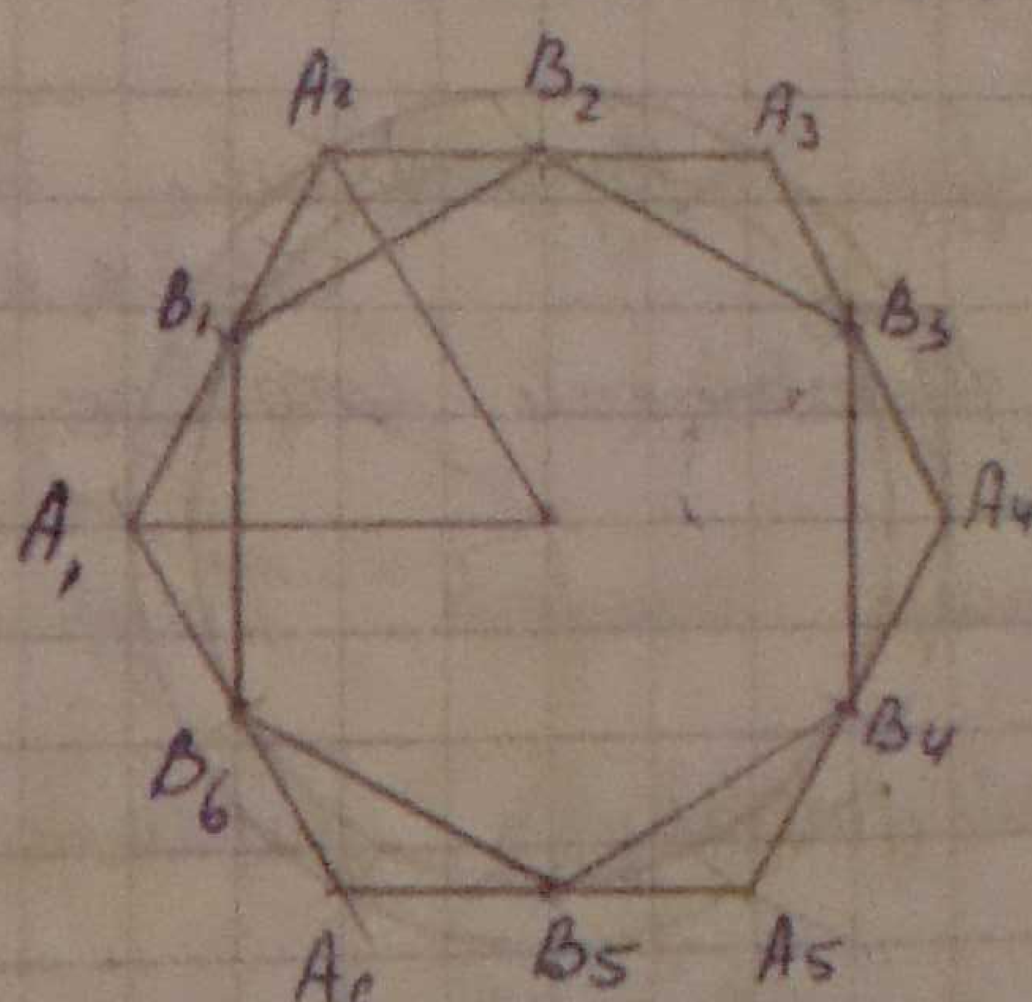
$\Rightarrow \left(2 \cdot \frac{b}{2} = \right)\ 2 \cdot B_2A_3 = OB_2 \Rightarrow OB_2 = b$: Հետ Պյութ. թ-ից

$$b^2 - \frac{b^2}{4} = r^2 \Rightarrow b = \frac{2\sqrt{3}r}{3}$$

$$S_{b_6} = 6 \cdot S_{\Delta OB_2B_3} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot OB_2^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3 \cdot 4r^2}{9} =$$

$$= 2\sqrt{3}r^2 = \frac{2\sqrt{3}S}{3}$$

Խնդիր 5



$(S_{a_6} = 64)$

$S_{A_1A_2\ldots A_6} = 64$

$A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots = A_1A_6$

$\angle A_1 = \angle A_2 = \ldots = \angle A_6 = \frac{(n-2)\,180^\circ}{n} = \alpha$,

որտեղ $n = 6 \Rightarrow \alpha = 120^\circ$

Գտնել $S_{B_1B_2B_3\ldots B_n}$, որտեղ $A_1B_1 = B_1A_2 = A_2B_2 = \ldots = A_1B_6$

Նախ ապացուցենք, որ $B_1B_2\ldots B_6$ բազմանկյունը, որ ներգծված է $A_1A_2\ldots A_6$ կանոնավոր բազմանկյանը, նույնպես կանոնավոր է:

Քանի որ $B_1, B_2\ldots B_6$ կետերը համապատասխանաբար $A_1A_2\ldots A_6$ կանոնավոր բազմանկյան $A_1A_2, A_2A_3\ldots A_6A_1$ կո-

հավասար կողմերի միջնակետերն են, ուստի $A_1B_1 = B_1A_2 =$
$= A_2B_2 = B_2A_3 = \ldots = A_6B_6 = B_6A_1$, իսկ $\angle A_1 = \angle A_2 = \ldots = \angle A_6$, որպես
կանոնավոր վեցանկյան անկյուններ: Այս երկու հավա-
սարություններից $\Rightarrow$ է, որ $\Delta A_1B_1B_6 = \Delta B_1A_2B_2 = \ldots = B_5A_6B_6 \Rightarrow$
$\Rightarrow B_1B_2 = B_2B_3 = \ldots = B_6B_1$:

Բացի որ $B_1B_2 \ldots B_6$ վեցանկյան գագաթները համընկնում
են $A_1A_2 \ldots A_6$ կանոնավոր վեցանկյան կողմերի միջնա-
կետերի հետ, ուստի դրանք գտնվում են այդ կանոնա-
վոր վեցանկյանը ներգծած շրջանագծի վրա: $B_1B_2 \ldots B_6$
A_6 կող. B_1 ներգծյալ
վեցանկյան կողմերը շրջանագիծը բաժանում են 6 հավա-
սար մասերի: Բացի այդ, այդ բաժանման կամարներին
անկյուններից յուրաքանչյուրը հենված է 4 մասի վրա $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle B_1 = \angle B_2 = \ldots = \angle B_6 \Rightarrow$, որ $B_1B_2 \ldots B_6$-ը կանոնավոր
վեցանկյուն է:

Դիտարկենք $A_1A_2 \ldots A_6$ վեցանկյունը: Եռանկյուն A_1OA_2
եռանկյան մակ. $S_\Delta = \frac{64}{6}$:

Մյուս կողմից $S_\Delta = \frac{1}{2} R^2 \sin 60^\circ$

Ստացվում է, որ $\frac{\sqrt{3}R^2}{4} = \frac{64}{6}$, որտեղից $R = \frac{16}{\sqrt{6\sqrt{3}}}$

Քանի որ $a_6 = 2R\sin 30^\circ = R \Rightarrow a_6 = \frac{16}{\sqrt{6\sqrt{3}}}$

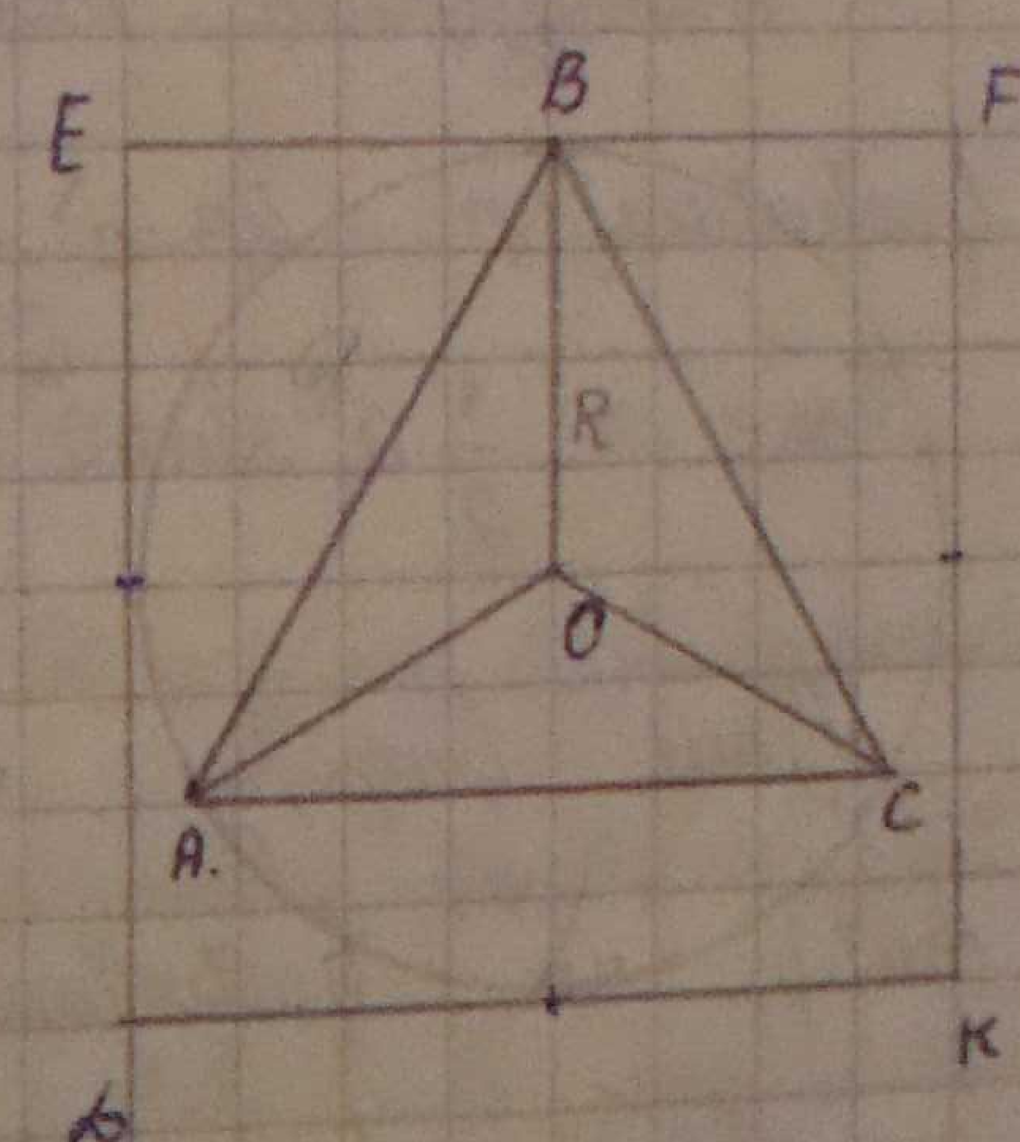
Դիտարկենք. $B_1A_2B_2$ եռ-ն Տ-ը: $B_1A_2 = A_2B_2 = \frac{a_6}{2} = \frac{8}{\sqrt{6\sqrt{3}}}$

$\angle A_2 = 120^\circ \Rightarrow S_{\Delta B_1A_2B_2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{64}{6\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{3}$;

Քանի որ $\Delta B_1A_2B_2 = \Delta B_2A_3B_3 = \ldots = \Delta B_6A_1B_1 \Rightarrow$ որ այդ բոլոր եռ-ների Տ-երի գումարը կլինի $S_1 = 6S_{\Delta B_1A_2B_2} = 16$: $S_{B_1B_2\ldots B_6} = S_{A_1A_2\ldots A_6} - S_1 = 64-16=48$:

Պատ՝ 48:

Խնդիր 6



$S_{\Delta ABC} = S$

S_{DEFK} - ?

Տանենք OA, OB և OC շառավիղները: Դիտարկվող ABC հավասարակողմ եռ-ը բաժանվում է 3 հավասար եռանկյունների:

Դիտարկենք ΔAOB-ն: $OB = OA = R$; $\angle AOB = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ և

$S_{\Delta AOB} = \frac{S}{3}$, որտեղ S-ը ABC եռ-ն Տ-ն է, ըստ պայ-

Նաև: $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2}R^2\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}R^2}{4}$

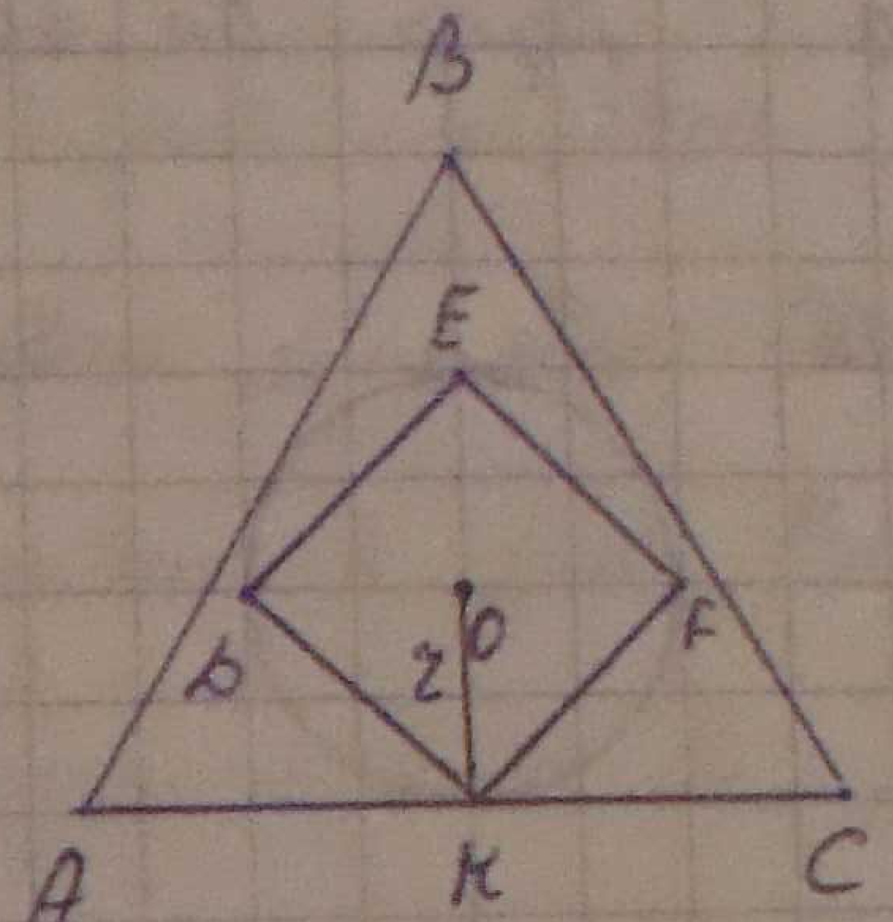
Կստանանք $\frac{\sqrt{3}R^2}{4} = \frac{S}{3}$, որտեղից $R = \frac{2\sqrt{S}}{\sqrt{3\sqrt{3}}}$

Քանի $R = \frac{1}{2}DE$ $\Rightarrow$ $S_{DEFK} = DE^2 = 4R^2 = 4\cdot\frac{4S}{3\sqrt{3}} =$

$= \frac{16\sqrt{3}}{9}\cdot S$:

Պատ. $\frac{16\sqrt{3}}{9}\cdot S$

Խնդիր 7.



$S_{\Delta ABC} = S$

Գտնել S_{DEFK}-ն

Դիտարկենք ABC կանոնավոր եռ-ը՝ $AB = BC = AC = a$ և $\angle A = \angle B = \angle C = \alpha = 60°$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2\sin 60° = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{4S}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{S}}{\sqrt[4]{3}}$:

Մյուս կողմից $S = \frac{1}{2}a\cdot 3r\,BK$ (որտեղ $BK = 3r$, քանի որ կանոնավոր եռ-ի թե՛ միջնագծերը, թե՛ կիսորդները, և թե՛ բարձրությունները հատվում են միևնույն O կետում: Քանի որ միջնագծերը հատման կետով բաժանվում են 2:1, հաշված գագաթից, ապա $BK = 3r$) $\Rightarrow$ $S = \frac{1}{2}a\cdot 3r$ $\Rightarrow$

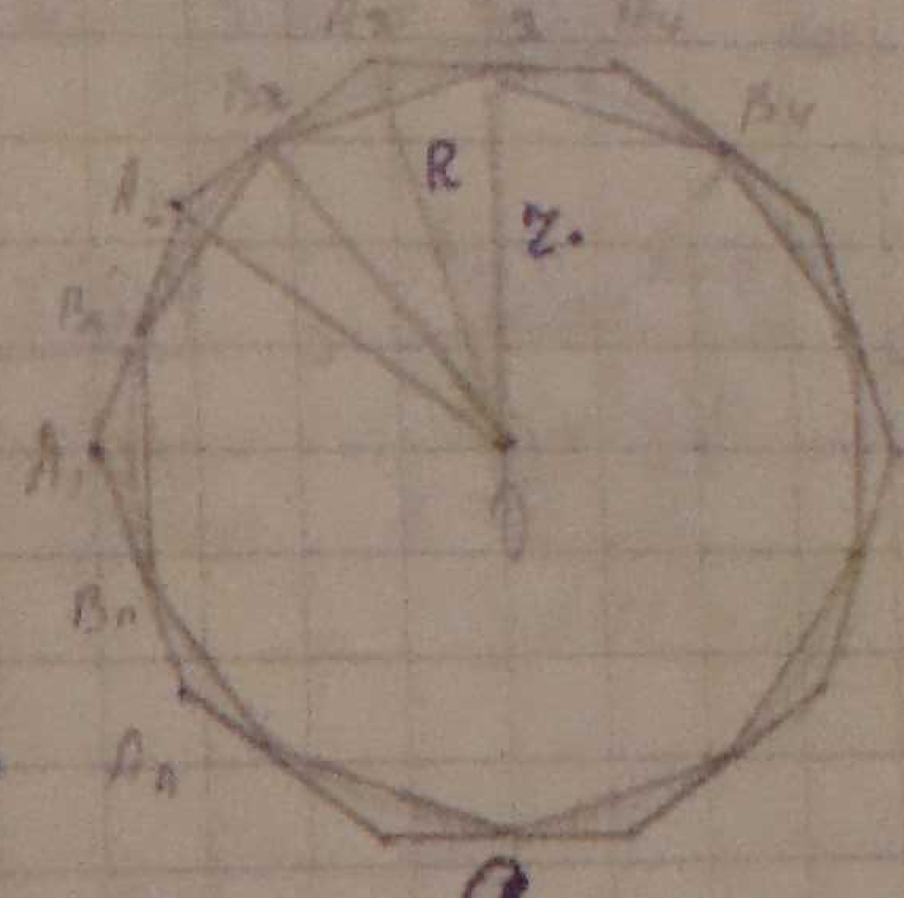
$\Rightarrow r = \frac{2S}{3a} = \frac{2S}{3}\cdot\frac{\sqrt[4]{3}}{2\sqrt{S}} = \frac{\sqrt[4]{3}\sqrt{S}}{3}$:

Այս կողմը քառակուսու անկյունագծի կեսն է
r, ուստի $FK = \sqrt{2r^2} = r\sqrt{2}$

$S_{EFKL} = FK^2 = 2r^2 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}\,S}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9} S$

Պատ.՝ $\frac{2\sqrt{3}}{9} S$

Խնդիր 8



$A_1A_2A_3 \ldots A_n$ և $B_1B_2B_3 \ldots B_n$ բազմ-ները կանոնավոր են։
$A_1A_2A_3 \ldots A_3$ բազմանկյանը ներգծված և արտագծված շրջանագծերի շառավիղներն են,
կողմը՝ a։
Գտնել $B_1B_2B_3 \ldots B_n$ բազմանկյան կողմը

Հաշվի որ ՕՑՏ բազմանկյունը ներգծված է կանոնավոր բազմանկյուն, այս վերջինիս գագաթները գտնվում են I-ի կողմերի միջնակետերի վրա։ $A_1A_2 \ldots A_n$ բազմ.-ը արտագծած շրջ-ի շառավիղը նշ. R-ով։ $R = \sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{4r^2 + a^2}}{2}$

Դիտ. A_2A_3O հ.ս.շ եռ., որտեղ $A_2A_3 = a$, $A_2O = A_3O = R = \frac{\sqrt{4r^2+a^2}}{2}$,

ուստի օգտվելով կոսինուսների թ-մից, կարող ենք

Գտնենք $\cos\angle A_2OA_3$-ը:

$$a^2 = \sqrt{2R^2 - 2R^2\cos\angle A_2OA_3}$$

$$\cos\angle A_2OA_3 = 1 - \frac{a^2}{2R^2}.$$

Քանի որ $\angle A_2OA_3 = \angle B_2OB_3 \Rightarrow$

$$\cos\angle A_2OA_3 = \cos\angle B_2OB_3 = 1 - \frac{a^2}{2R^2} = 1 - \frac{a^2}{2}\cdot\frac{4}{a^2+4r^2} = \frac{4r^2-a^2}{4r^2+a^2}$$

$$\Rightarrow B_2B_3^2 = 2r^2 - 2r^2\frac{(4r^2-a^2)}{4r^2+a^2} = \frac{2r^2(4r^2+a^2-4r^2+a^2)}{4r^2+a^2} =$$

$$= \frac{2r^2\cdot 2a^2}{4r^2+a^2} = \frac{4a^2r^2}{4r^2+a^2} \Rightarrow B_2B_3 = \frac{2ar}{\sqrt{4r^2+a^2}}$$

Պատ.: $\frac{2ar}{\sqrt{4r^2+a^2}}$

Խնդիր 9.

Լուծում: 1) ~~co~~ $b^2 = 2r^2 - 2r^2\cos\alpha$

$$\frac{b^2}{2r^2} = 1 - \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{b^2}{2r^2}$$

2) $R = \sqrt{\frac{x^2}{4} + r^2}$

3) $a^2 = 2R^2 - 2R^2\cos\alpha = 2R^2(1-\cos\alpha) =$

$$= 2\left(\frac{x^2}{4} + r^2\right)\cdot\frac{b^2}{2r^2} = \frac{b^2(x^2+4r^2)}{4r^2}$$

$\cancel{2}x = \dfrac{b\sqrt{x^2+4r^2}}{2r}$

$\left(\dfrac{2rx}{b}\right)^2 = x^2+4r^2 \Rightarrow \dfrac{\overset{4}{\cancel{16}}r^2x^2}{b^2} = x^2+4r^2$

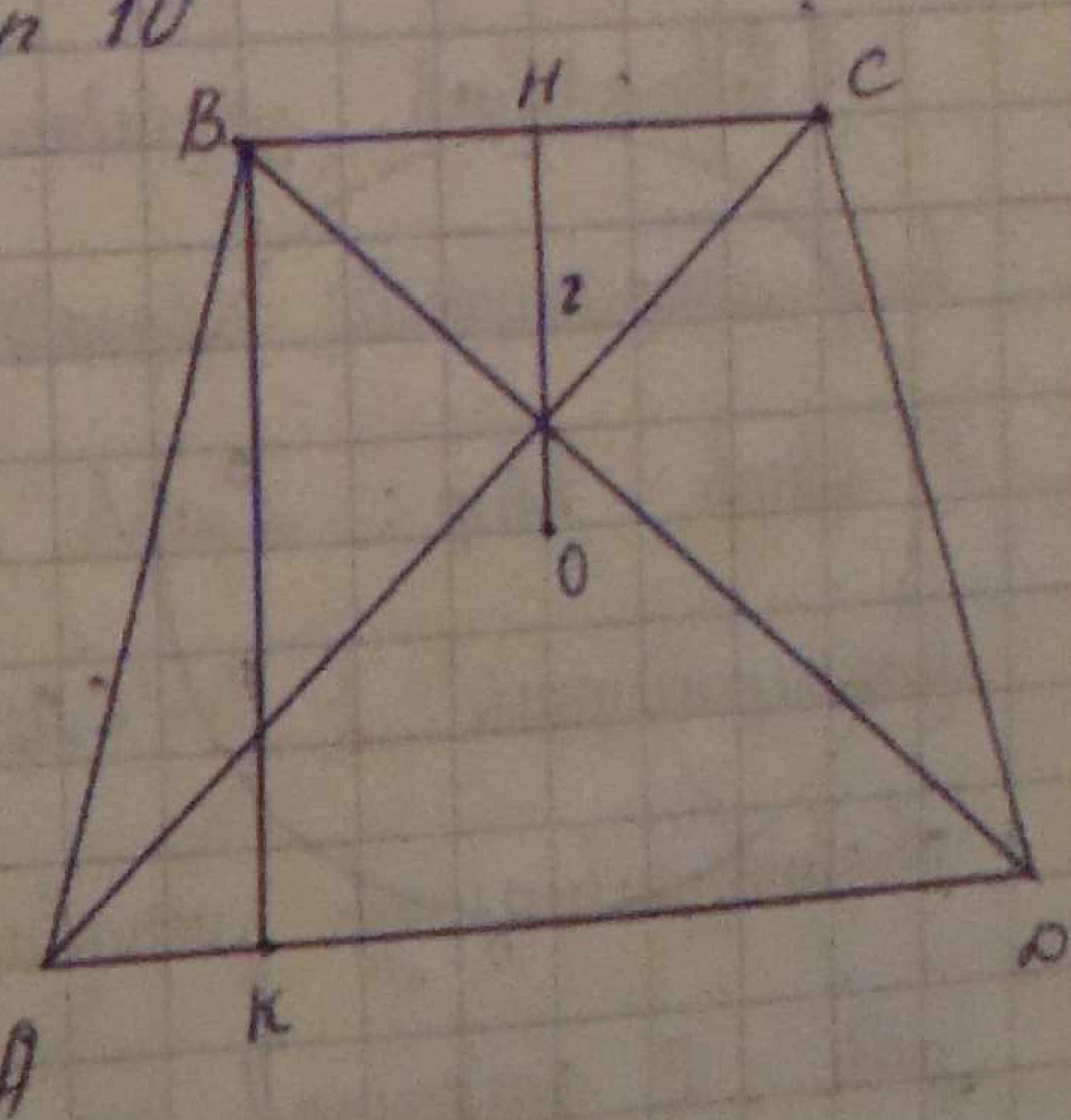
$\dfrac{\overset{4}{\cancel{16}}r^2}{b^2} = 1 + \dfrac{4r^2}{x^2}$

$x^2 = \dfrac{4r^2}{\dfrac{16r^2}{b^2}-1} = \dfrac{4r^2b^2}{4\cdot 16r^2-b^2}$

$x = \dfrac{2rb}{\sqrt{4r^2-b^2}} \Rightarrow 2x = \dfrac{4rb}{\sqrt{16r^2-b^2}}$

Պատ․: $x = \dfrac{2rb}{\sqrt{4r^2-b^2}}$

Խնդիր 10



$BC \parallel AD$ և $AB \nparallel CD$

$AB = CD$

$OH = r = 3$

$P_{ս} = 32$

Գտնել AC-ն

Քառանկյանը կարելի է ներգծել շրջանագիծ, եթե

նրա հանդիպակաց կողմերի գումարները հավասար են

$\Rightarrow AB + CD = BC + AD = 16 \Rightarrow$ քանի որ $AB = CD$, ապա $AB = CD = 8$

$BK = 2r = 6 \Rightarrow AK = \sqrt{64-36} = 2\sqrt{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \cdot 2\sqrt{7} + 2 \cdot BC = 16$

$2\sqrt{7} + BC = 8 = KԴ \Rightarrow BԴ = 10$

Պատ․՝ 10։

Խնդիր 11.

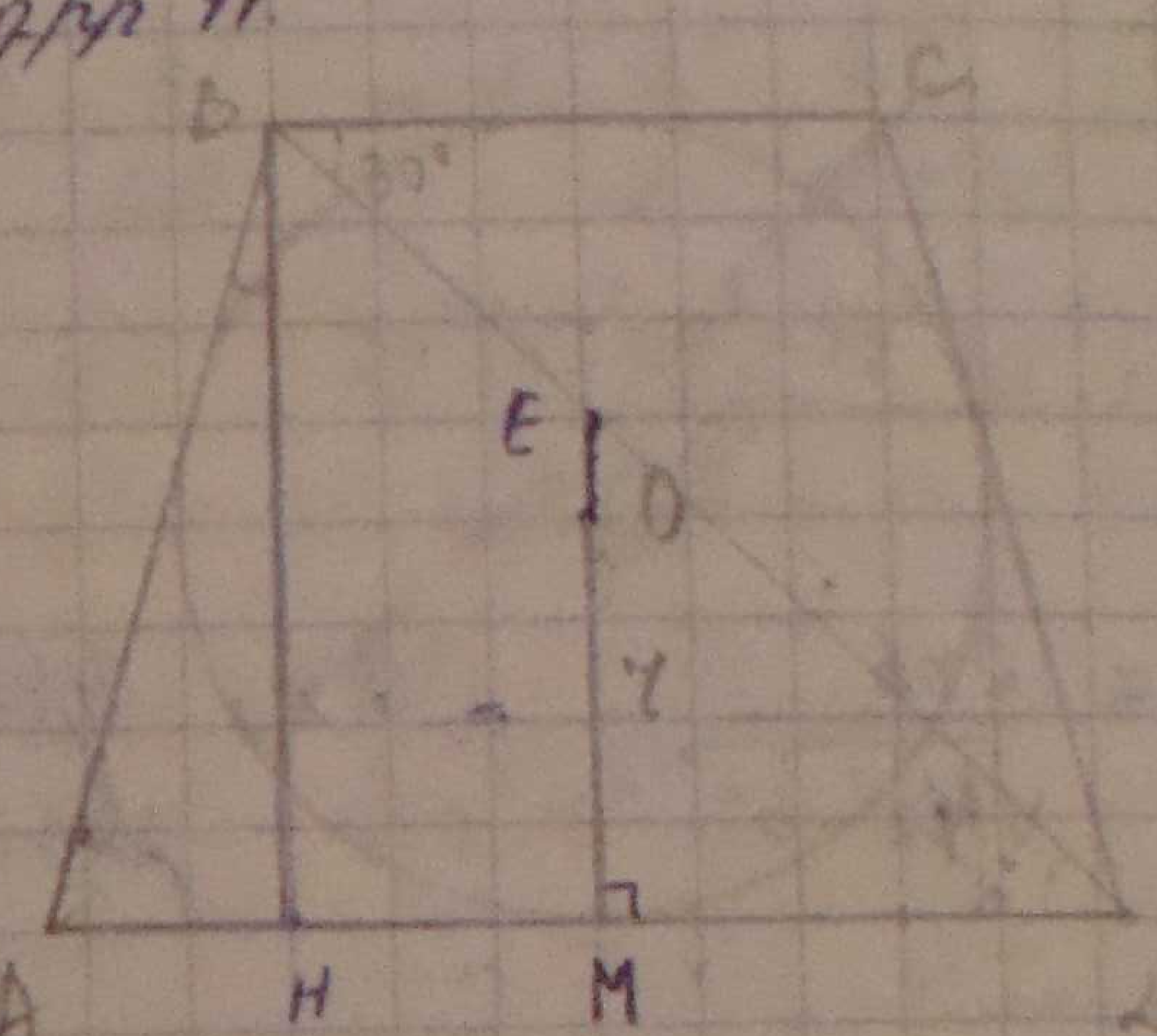
BC ∥ ԱԴ; ԱB ∦ CԴ

ԱB = CԴ

$r = 12$

∠CԱԴ = ∠BԴԱ = 30°

$P_{ԱBCԴ}$ - ?



(Ներգծված շրջանագծի O կենտրոնը ծրագծենք ԱBCԴ հավասարասրուն սեղանի ԱԴ կողմի շրջանագծի շոշափման M կետի հետ։ Քանի որ շար պայմանի ԱEԴ եռանկյունը հավասարասրուն է (∠CԱԴ = ∠BԴԱ = 30°), ապա ԱԴ կողմի OM միջնուղղահայացի շարունակությունը կանցնի նաև ԱEԴ եռանկյան E գագաթով, որը նաև սեղանի անկյունագծերի հատման կետն է։)

ԱBCԴ հավասարասրուն սեղանի B գագաթից ԱԴ կողմին տանենք BH ուղղահայացը, որն = է շրջա-

Նագծի տրամագծին՝ $BH = 2r = 24$:

Դիտարկենք HBD ուղղանկյուն եռանկյունը:

$tg30^\circ = \frac{BH}{HD}$, որտեղից $HD = \frac{BH}{tg30^\circ} = 24\sqrt{3}$

Բայց $ABCD$ հավասարասրուն սեղանի մեջ HD = է սե-ղանի հիմքերի կիսագումարին՝ $HD = \frac{BC + AD}{2}$, որտեղից

հիմքերի գումարը կլինի. $BC + AD = 2 \cdot HD = 48\sqrt{3}$

Սակայն, ինչպես գիտենք քառանկյանը կարելի է ներգծել շրջանագիծ, երբ նրա հանդիպակաց կողմերի գումարները հավասար են $\Rightarrow AB + CD = BC + AD = 48\sqrt{3}$:

Սեղանի պարագիծը կլինի. $P_{ABCD} = AB + CD + BC + AD = 2(BC + AD) = 96\sqrt{3}$:

Պատ.՝ $P_{ABCD} = 96\sqrt{3}$:

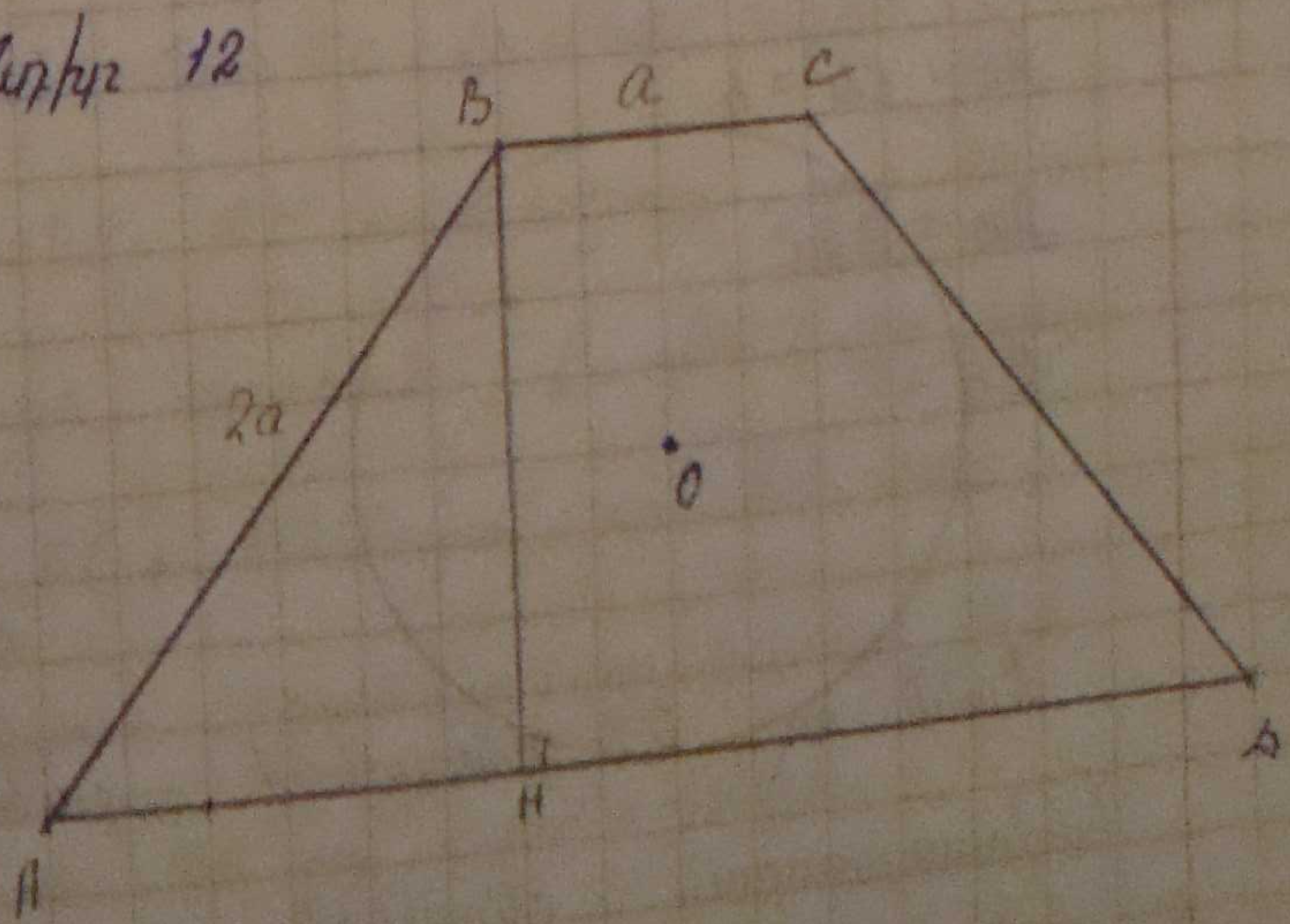
Խնդիր 12

$BC \parallel AD$; $AB \nparallel CD$:

$AB = CD$

$BC = \frac{1}{2} AB = a$

S_{ABCD} – ?



Քանի որ քառանկյանը կարելի է ներգծել շրջան.

Նագիծ, եթե. Ուռուցիկ քառանկյան կողմերի գումարները հավասար են. ուստի $AB + CD = BC + AD = 4a \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = CD = 2a;\ BC = a;\ AD = 3a$

Տանենք BH բարձրությունը: AD հիմքի վրա առաջացած AH հատվածը $=$ է հիմքերի տարբերության կեսին՝

$$AH = \frac{\cancel{BC+}AD - BC}{2} = a$$

Ըստ Պյութագորասի թեորեմի. $BH = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$

Արդյունքում ունենք. $BC = a;\ AD = 3a$ և $BH = \sqrt{3}a$, այսպիսով

$$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot BH = 2a \cdot \sqrt{3}a = 2\sqrt{3}a^2$$

Պատ.՝ $S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a^2$:

Խնդիր 13.

$BC \parallel AD;\ AB \nparallel CD$

$AB = CD = b$

$AD = 3BC$

BH - ?

Քանի որ O կենտրոնով շրջանագիծը ներգծված է $ABCD$ հավասարասրուն սեղանին, ուստի $AB + CD = BC + AD = 2b$:

Հետո պայմանի $AD = 3BC \Rightarrow BC + AD = 4BC = 2b$, որտեղից $BC = \frac{b}{2}$, իսկ $AD = \frac{3b}{2}$

BH բարձրության H հիմքում կետով AD կողմը բաժանված է

AH և HD՝ երկու հատվածների, որոնցից $AH = \frac{AD - BC}{2} = \frac{b}{2}$:

Հետո Պյութագորասի թեորեմի $BH = \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}b}{2}$ ։

Պատ.՝ $\frac{\sqrt{3}b}{2}$

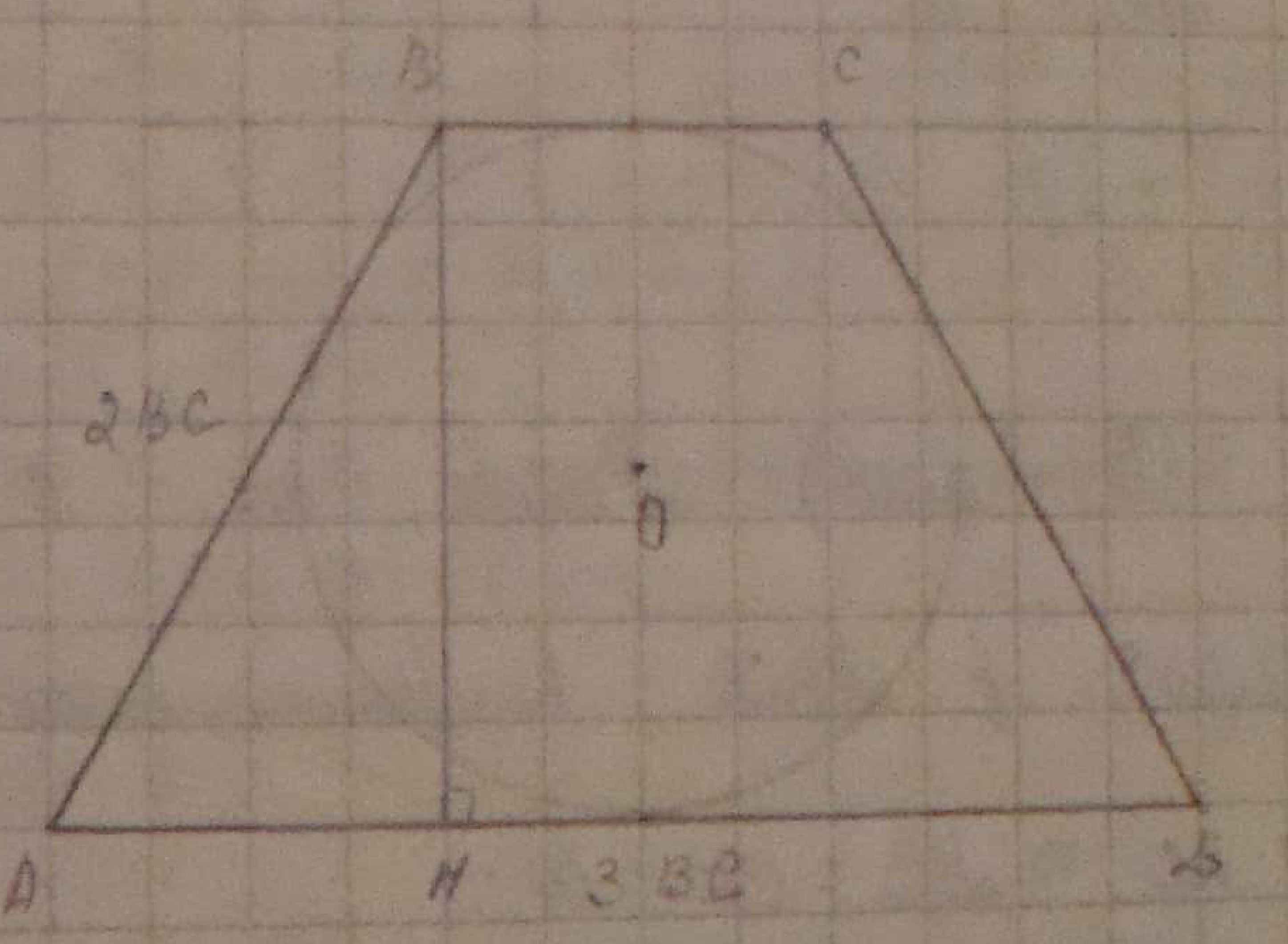
Խնդիր 14

$BC \parallel AD$; $AB \parallel CD$

$AB = CD = 2BC$

$S_{ABCD} = S$

AD - ?



Քանի որ O կենտրոնով շրջանագիծը ներգծված է $ABCD$ հավա-սարասրուն սեղանին, ապա՝ $AB + CD = BC + AD = 4BC \Rightarrow AD = 3BC$:

B գագաթից AD կողմին տանենք BH ուղղահայացը, որը AD-ի հետ հատման H կետով այն բաժանում է AH և HD հատ-վածների. որտեղից՝ $AH = BC$: Նկատենք, որ $AB = 2BC$;

$AH = BC$. Եվ ABH ուղղանկյուն եռանկյունից կարող ենք

գտնել BH-ը արտահայտված BC-ով՝ $BH = \sqrt{3}BC$:

Ստացանք որ. $AD = 3BC$; $BH = \sqrt{3}BC$, ապա. կարող ենք գտնել.

$S = 2BC \cdot \sqrt{3}BC = 2\sqrt{3}BC^2$, որտեղից $BC = \sqrt{\frac{3}{2\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}\,3}{6}}$:

Պատ.՝ $\sqrt{\frac{\sqrt{3}\,3}{6}}$:

Խնդիր 15

$BC \parallel AD$; $AB \nparallel CD$

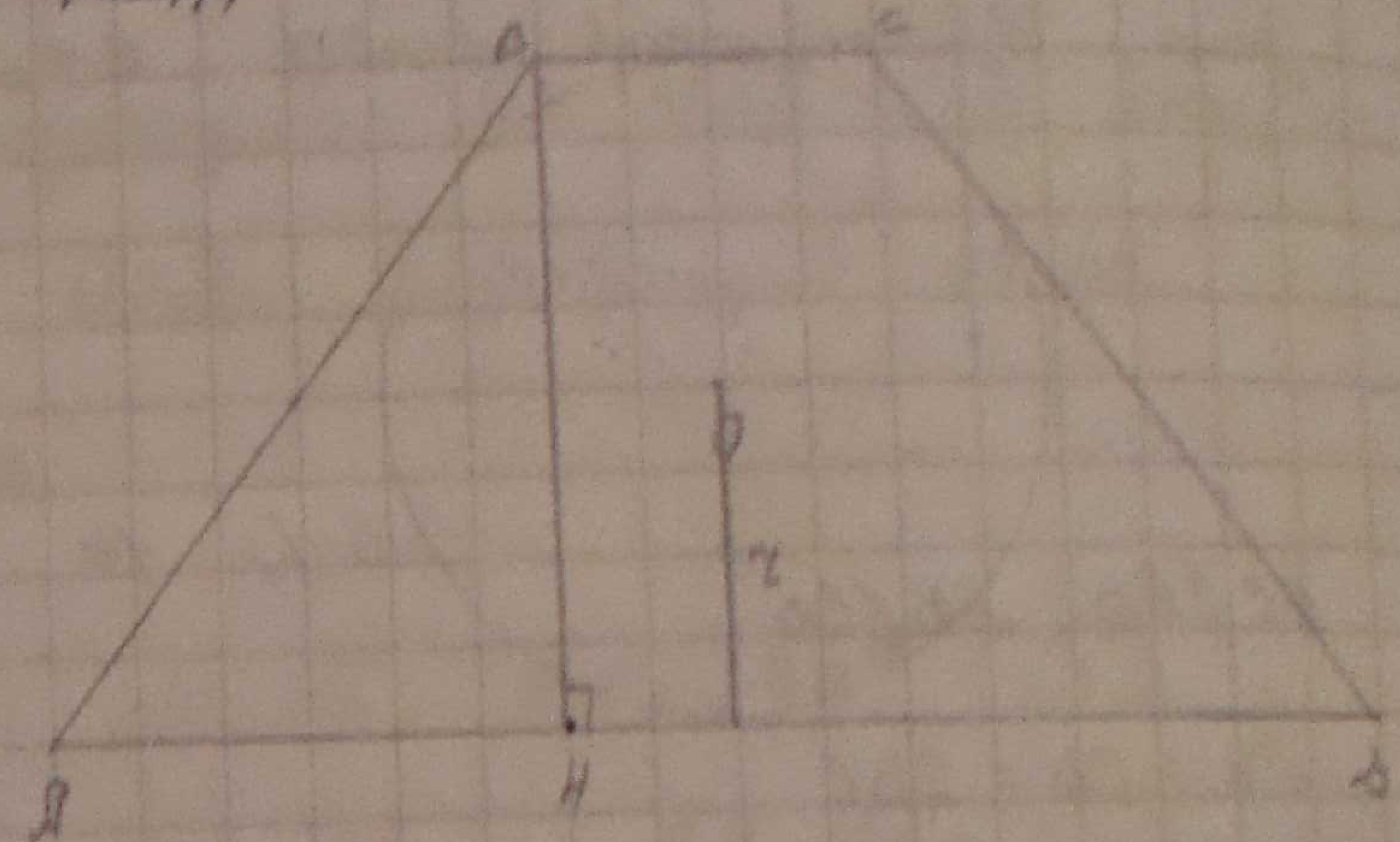
$AB = CD$

$BC = 4$

$AD = 16$

---

r - ?



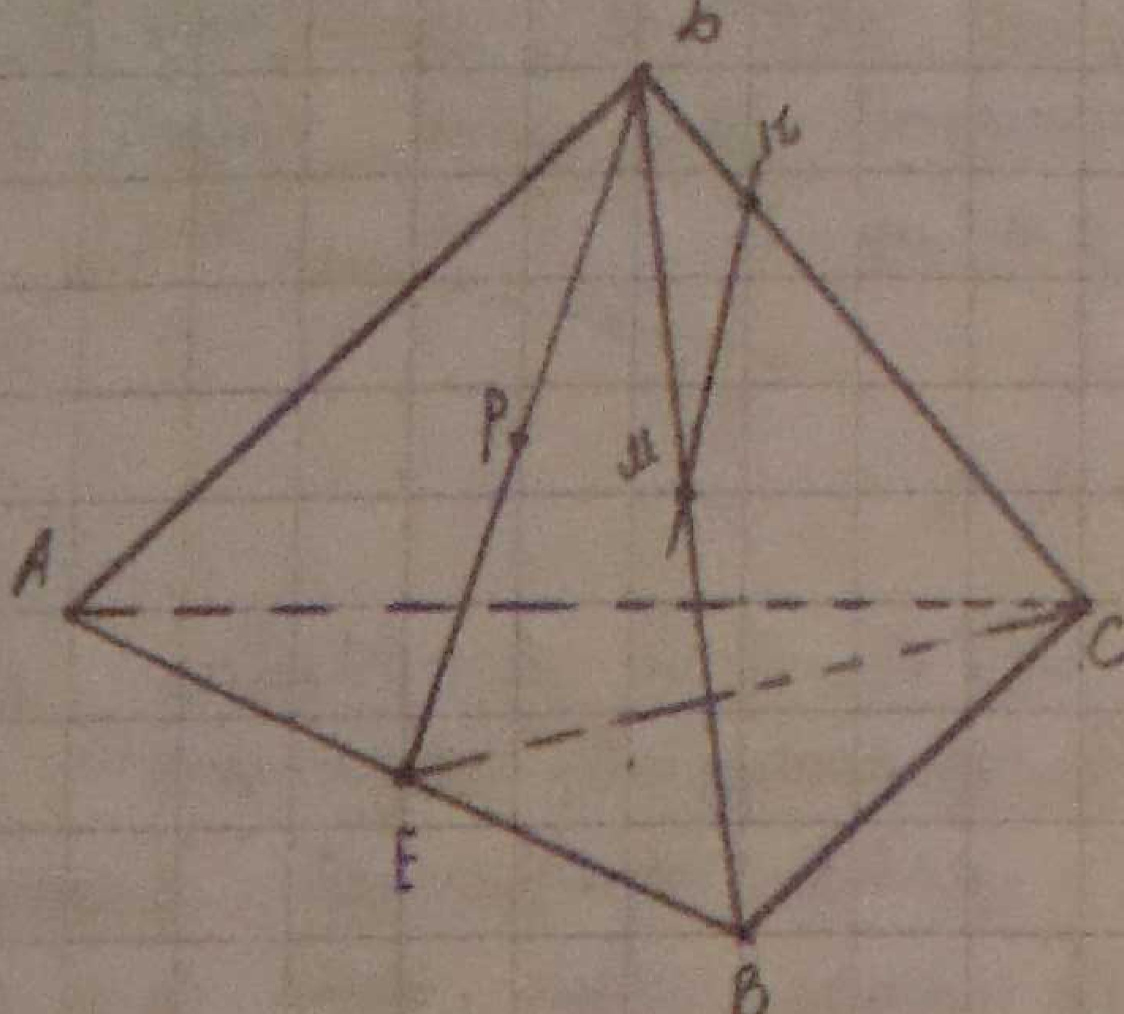
(B գագ.) Քանի որ O կենտրոնով շրջանագիծը ներգծված է ABCD հավասարասրուն սեղանին, ապա $2AB = BC + AD = 20 \Rightarrow AB = CD = 10$:

B գագաթից AD հիմքին տանենք BH բարձրությունը. Ստացված AH հատվածը կլինի. $AH = \frac{AD - BC}{2} = 6$:

Ունենալով, որ $AB = 10$; $AH = 6$, ABH ուղղանկյուն եռանկյունից կգտնենք BH-ը: 8

02. 03. 2006թ.

Խնդիր 1



Նկ

ա) AD ուղիղը ընկած է միաժամանակ երկու՝ ADC և ADB հարթությունների մեջ, այսինքն՝ ընդհանուր ուղիղ է այդ հարթությունների համար:

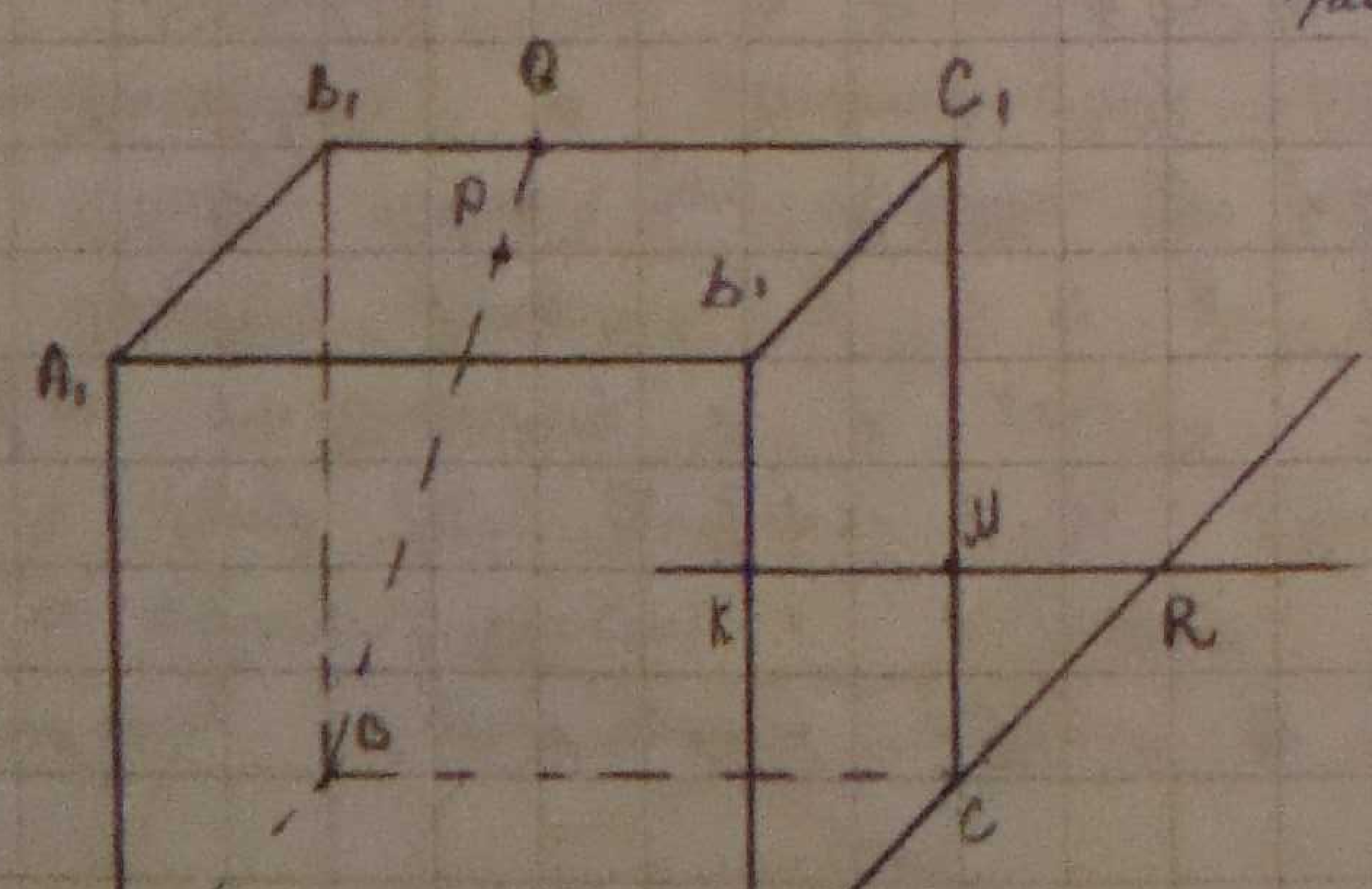
BC-ով են անցնում ABC և DBC հարթությունները, DB-ով՝ ADB-ն և CDB-ն, AB-ով՝ ADB-ն և ACB-ն, BC-ով՝ DBC-ն և ACB-ն, AC-ով՝ ADC-ն և ABC-ն, MK-ով՝ BDC-ն. PE-ով գտնվում է ED-ով ADB-ն, CE-ով ACB-ն:

բ) ABC հարթությունը հատում են DE, DA, DB, և DC, MK ուղիղները. ADC-ն՝ AB, BD, BC, EC, ED, MK ուղիղները, DBC-ն՝ AD, AC, AB, ED, EC ուղիղները, ADB-ն՝ AC, CE, CB, MK, CD, CA ուղիղները:

գ) ADB հարթության վրա ընկած կետերն են՝ A-ն, D-ն, B-ն, P-ն, E-ն, M-ը, DBC-ինը՝ D-ն, M-ը, B-ն, C-ն, K-ն, CDA-ինը՝ C-ն, A-ն, D-ն, K-ն, ACB-ինը՝ A-ն, C-ն, B-ն, E-ն:

դ) ABC և DBC հարթությունները հատվում են BC ուղղով, ADB-ն և CDA-ն՝ AD-ով, PDC-ն և ABC-ն՝ EC-ով:

Խնդիր 2



ա) BC_1D հարթությանը պատկանող կետերն են՝ D-ն, K-ն, D_1-ը, C_1-ը, M-ը, C-ն, R-ը, իսկ BQC-ինը՝ B-ն, B_1-ը, Q-ն, P-ն, C_1-ը, M-ը, C-ն:

բ) AA_1 ուղիղը ընկած է AA_1B_1B և AA_1D_1D հարթությունների մեջ

գ) KM ուղղի և ABC հարթության հատման կետը R-ն է, իսկ DK և BP ուղիղների $A_1B_1C_1D_1$ հարթության հատման կետերը՝ D_1 և Q կետերը

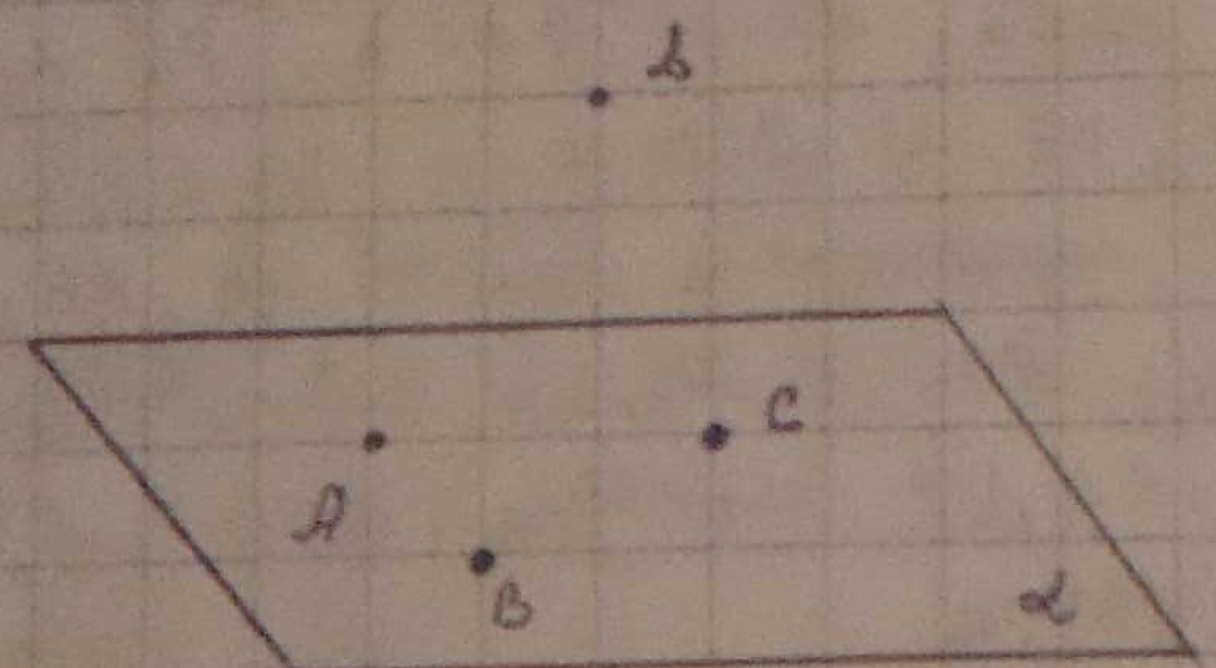
դ) AA_1B_1 և ACD հարթությունները հատվում են AB ուղղով, CB_1C_1-ը և ABC-ն՝ BC-ով, MK և DC ուղիղները հատվում են R կետում, B_1C_1-ը և BP-ն՝ Q կետում, C_1M-ը և DC-ն՝ C կետում:

Խնդիր 3

Պարզել՝ ճշմարի՞տ է. ա) ցանկացած երեք կետեր ընկած են մի հարթության մեջ, բ) ցանկացած չորս կետեր գտնվում են մի հարթության մեջ, գ) ցանկացած չորս կետեր մի հարթության մեջ չեն գտնվում, դ) ցանկացած երեք կետերով անցնում է հարթություն և այն միակն է:

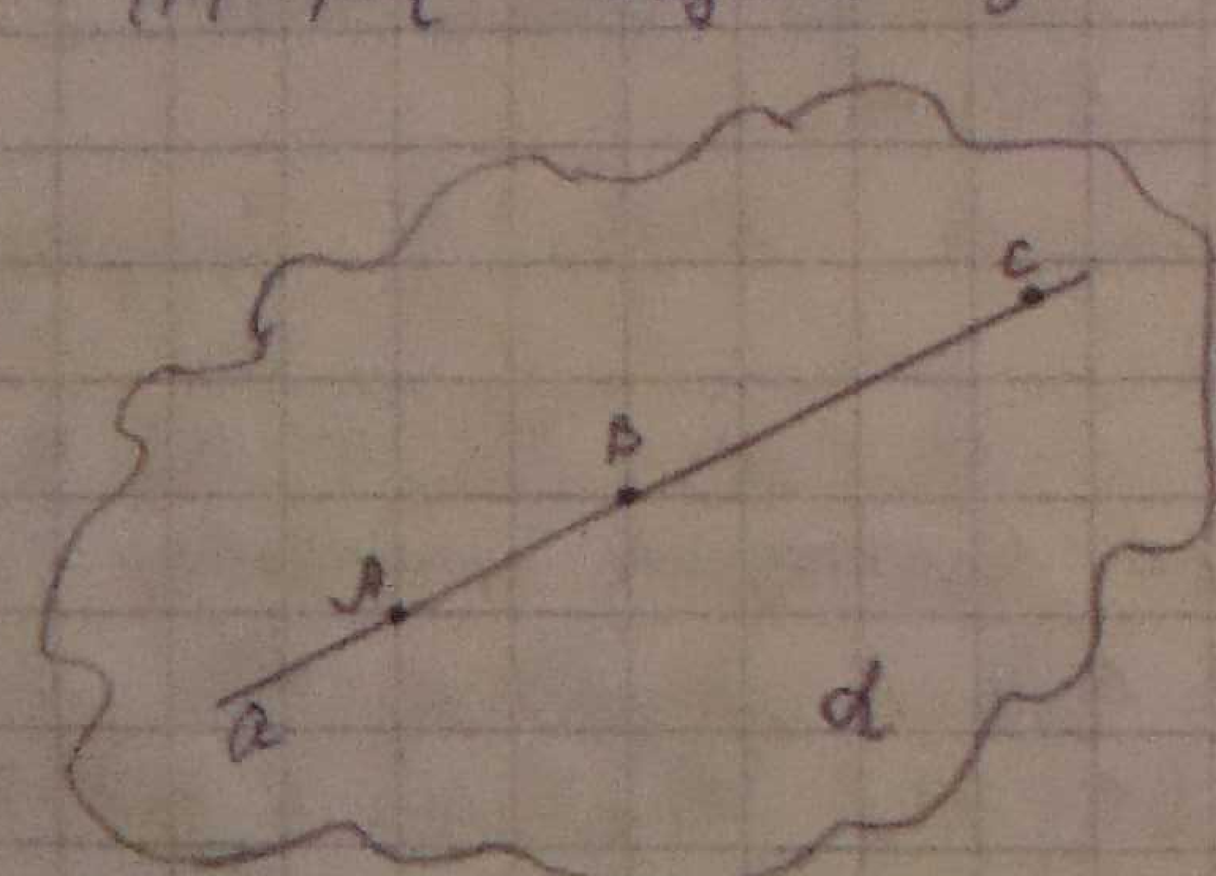
ա)-ն և դ-ն՝ այո, իսկ բ-ն և գ-ն՝ ոչ:

Խնդիր 4



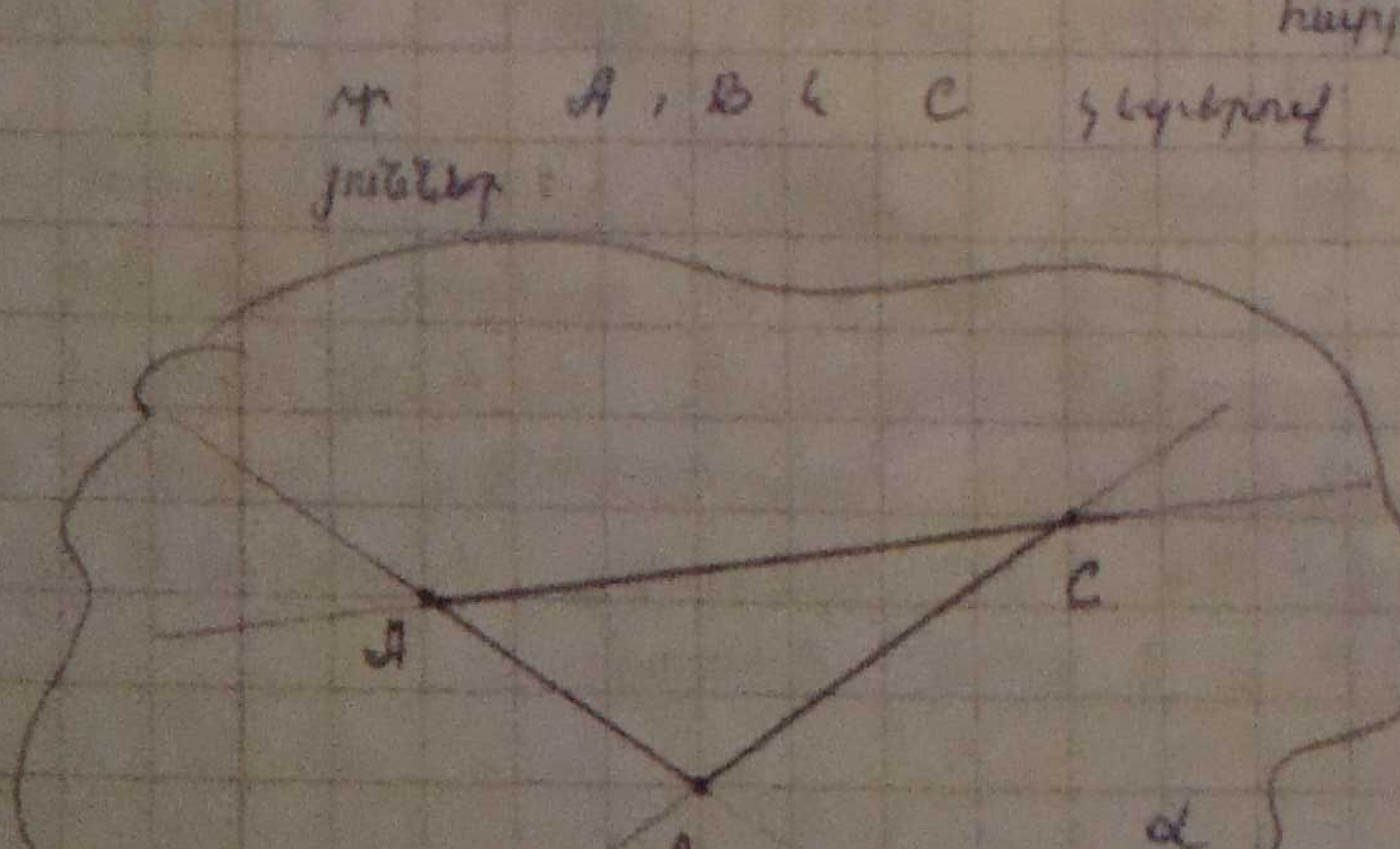
Եթե A, B, C և D կետերը ընկած չեն մի հարթության մեջ, ապա այդ կետերից որևէ երեքը չեն կարող ընկած լինել մի ուղղի վրա (քանի որ համաձայն թեորեմ 1-ի ուղղով և նրա վրա չգտնվող կետով անցնում է մեկ հարթություն, իսկ ըստ պայմանի A, B, C և D կետերով հարթություն չի անցնում) և AB և CD ուղիղները չեն կարող հատվել (քանի որ համաձայն թեորեմ 2-ի հատվող ուղիղներով անցնում է մեկ հարթություն):

Խնդիր 5



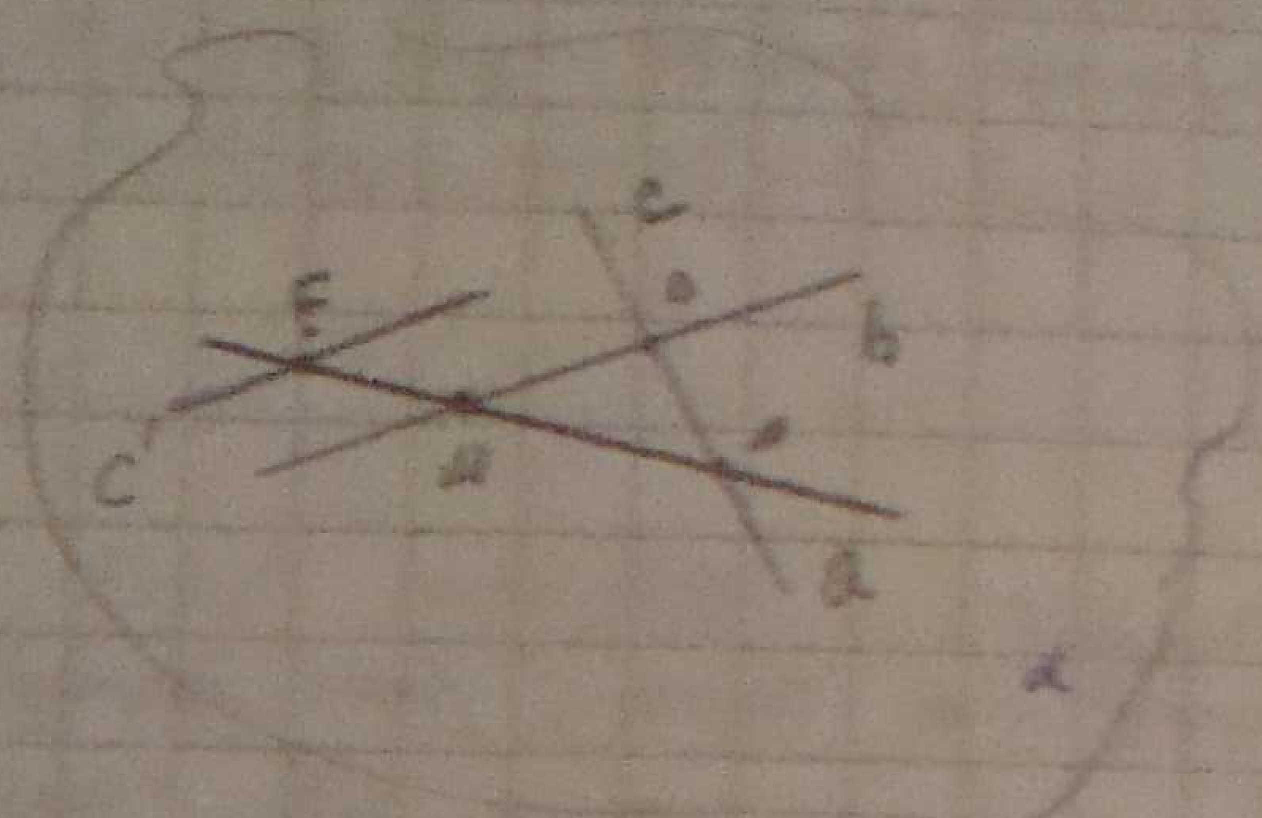
Դիցուք տված A և C կետերով անցնող կամայական α հարթություն. ~~[illegible]~~ AC ուղղին պատկանող մի ուղղի վրա ընկած A, B և C կետերով անցնող ուղիղը ընկած է α հարթության մեջ, համաձայն Ա-2 աքսիոմի: Այսինքն որ հարթությունը ընտրված է կամայականորեն, որ A, B և C կետերով անցնում են անթիվ բազմությամբ հարթություններ:

Խնդիր 6



Դիցուք ABC կետերով անցնում է α հարթությունը, որը ճիշտ է, քանի որ AB, AC, BC ուղիղների երկու կետերը՝ համապատասխանաբար A-ն և B-ն, A-ն և C-ն,

B-ն և C-ն, ընկած են α հարթության մեջ, ապա այդ ուղիղները
կետը ընկած է այդ հարթության մեջ => Ե. որ AB, AC և CB ուղիղները
AB, AC և CB հատվածները ևս ընկած են այդ հարթության մեջ



Խնդիր 7

Տրված են a և b ուղիղները, որոնք հատվում են M կետում, a և b ուղիղները հատող c ուղիղը

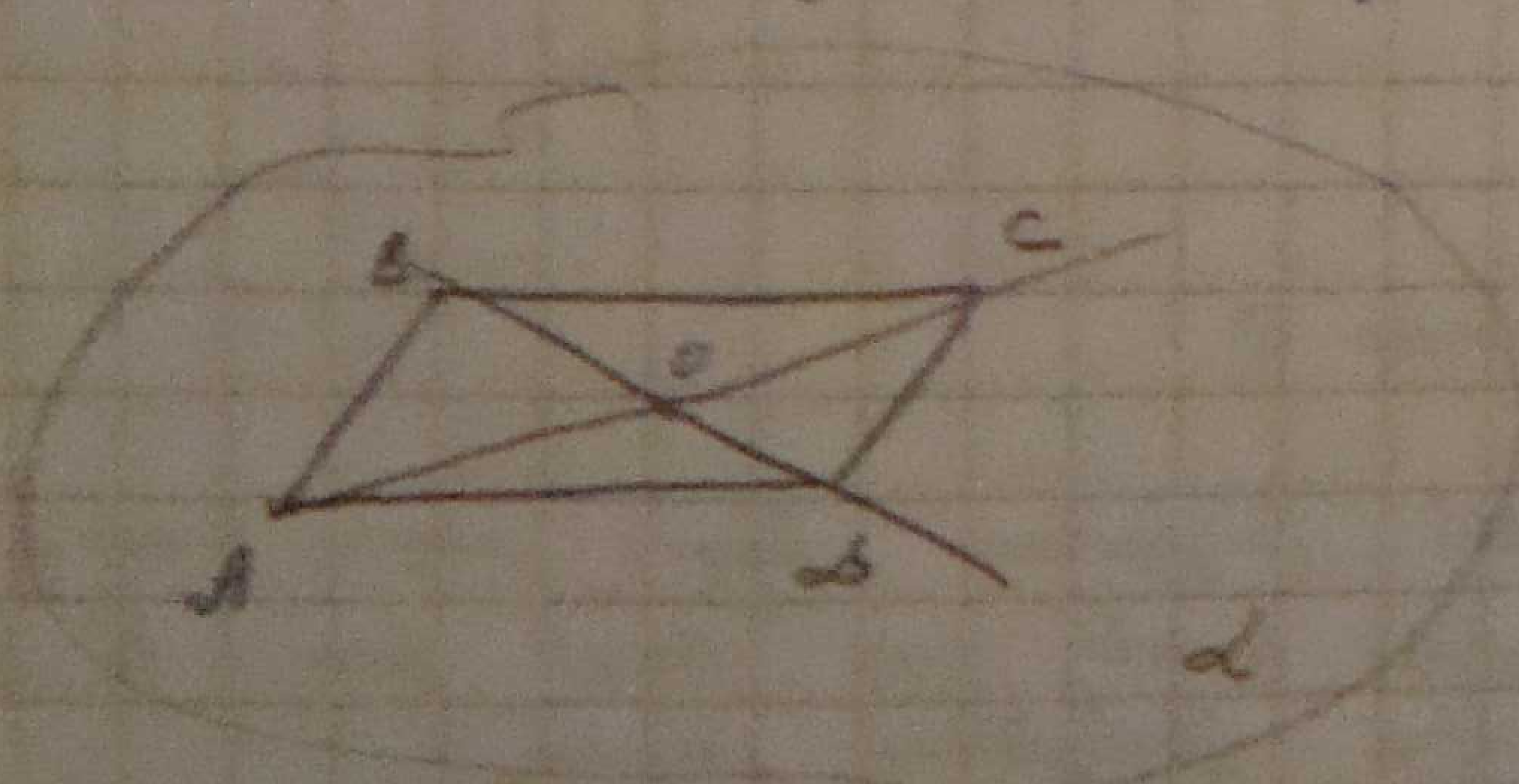
Ապ. որ c ∈ α

Ապացույց. c ուղիղը a և b ուղիղները հատում է A և B կետերում, որոնք ∈ են α հարթությանը => որ համաձայն 2-րդ աքսիոմի c ∈ α: Եթե c'-ը չի հատում ... հատվող ուղիղներից մեկին, օրինակ b//c', ապա ... E կետում: Եթե ապացուցենք, որ c'-ը ընկած է α հարթության մեջ և ... E ... => որ c'-ն հատում է a-ն => որ c' և b-ն հատվող ուղիղներ են, ապա ... c' // b => c' ∈ α

α հարթ ... ուղիղները ընկած են α հարթության մեջ:

Խնդիր 8

Երե զուգահեռ ... ընկած են մի հարթության մեջ, ապա ... ընկած են մի հարթության մեջ, ... ընկած է այդ հարթության մեջ:



Խնդիր 9

A ∈ α, B ∈ α և O ∈ α

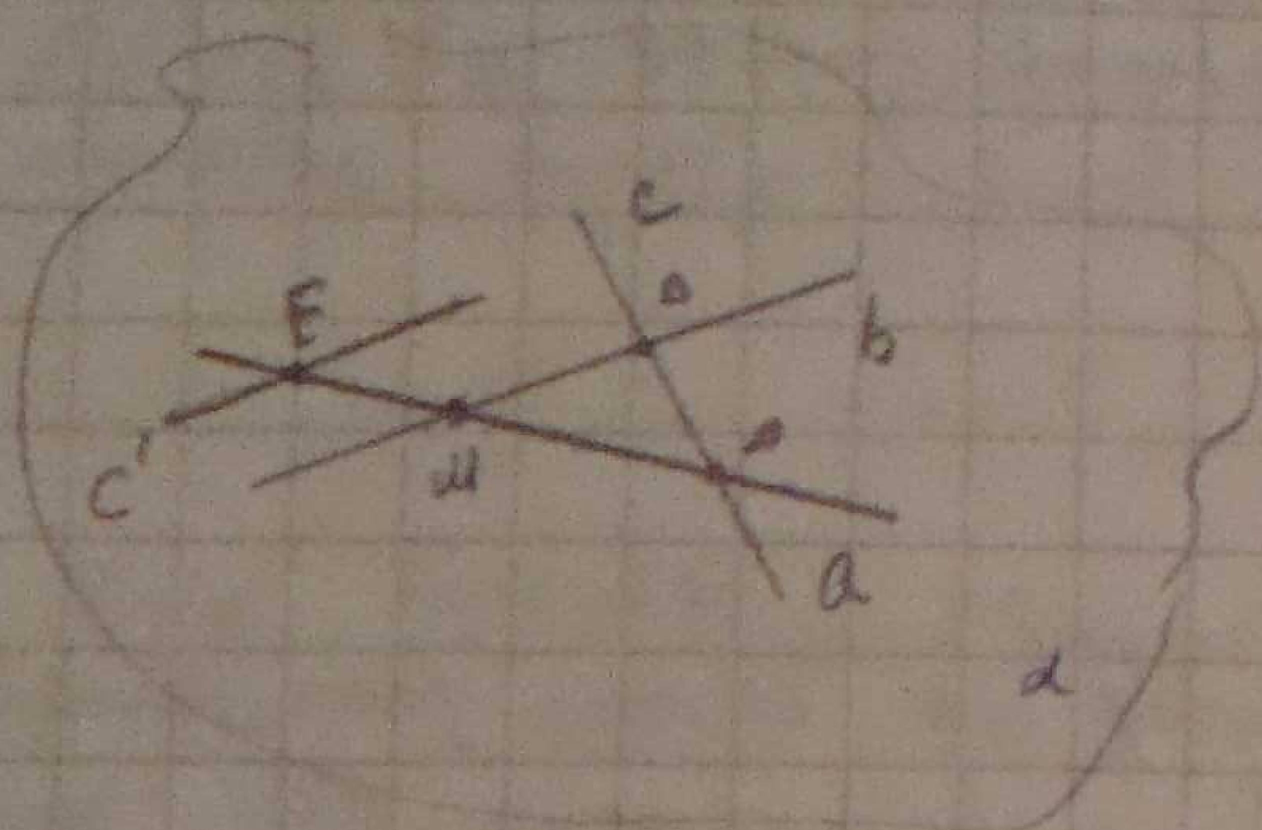
Ապ. որ C ∈ α, D ∈ α

(BD ∩ CA)

Քանի որ B-ն և O-ն ընկած

են ... α հարթության մեջ, ապա BO $\left(\frac{BD}{BO}\right)$ ...
... C ∈ α, AO ... D ...
... B-ն ընկած է α հարթության մեջ ...
C ∈ α և D ∈ α:

B-ն և C-ն, ընկած են α հարթության մեջ, ապա այդ ուղիղները
պետք ընկած են այդ հարթության մեջ => Ե, որ AB, AC և CB ուղիղների
AB, AC և CB հատվածները ևս ընկած են այդ հարթության մեջ

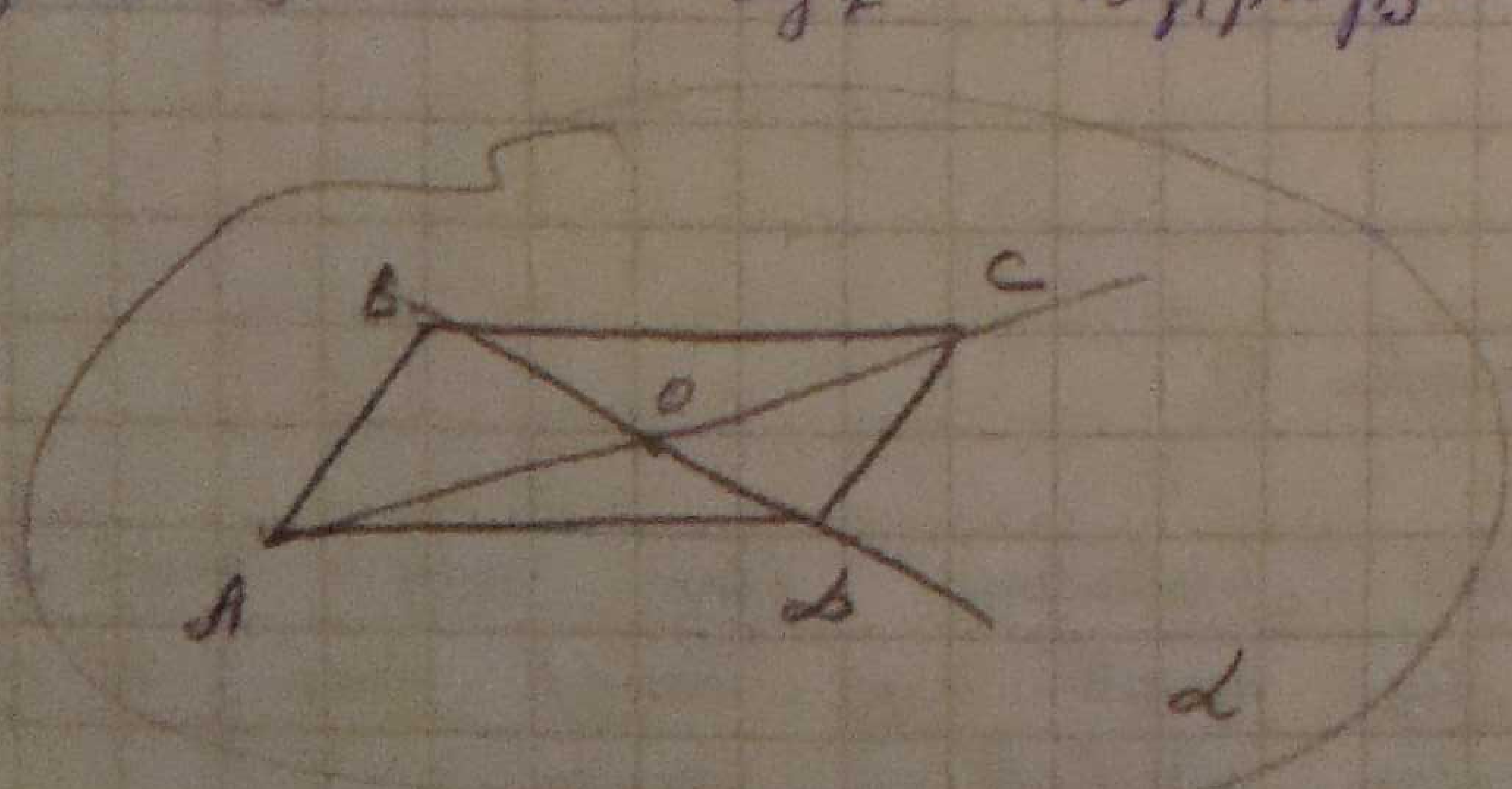


Խնդիր 7.
Տրված են a և b ուղիղները, որոնք հատվում են M կետում: Ապ. M կետով չանցնող, a և b ուղիղները հատող c ուղիղը ...
Ապ. որ c ∈ α

Ապացուցել c ուղիղը a և b ուղիղները հատում է A և B կետերում, որոնք ∈ են α հարթությանը => որ համաձայն 2-րդ աքսիոմի
c ∈ α: Իսկ c'-ը չի հատում ինչ հատվող ուղիղներից որևէ մեկին, ապա
այդ կետը E կետում: Երբ ապացուցենք, որ c'-ը ընկած է
α հարթության մեջ և ... E ...
c'-ն ~~...~~ հատում է d-ն =>, որ c' և b-ն զուգահեռ ուղիղներ են, ապա դա
հակասում է այն պայմանին, որ c' // b => c' ∈ α
M կետով անցնող ու բոլոր ուղիղները ընկած են α հարթության մեջ:

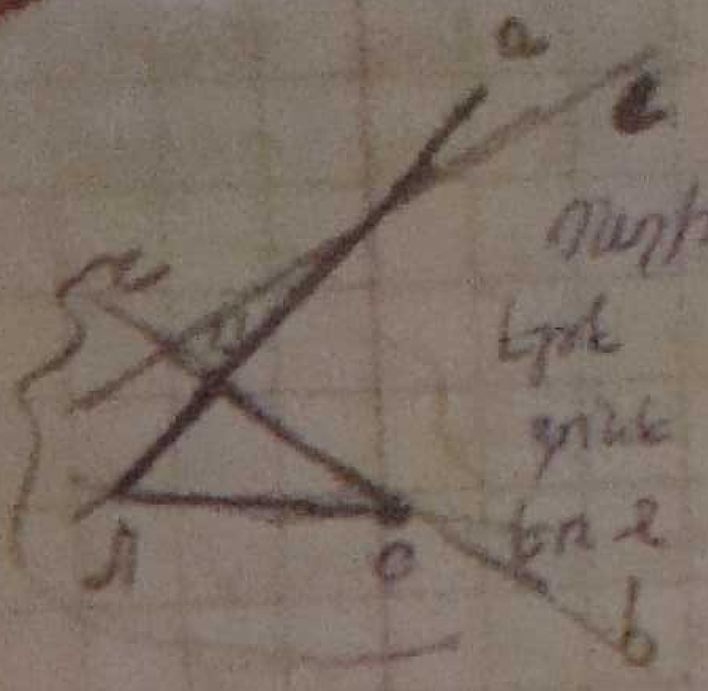
Խնդիր 8.

Եթե զուգահեռագծի երեք գագաթները ընկած են մի հարթության մեջ, ապա
զուգահեռագիծը կարող է ընկած լինել այդ հարթության մեջ, իսկ եթե զուգահեռագծի
երեք գագաթները ընկած են մի հարթության մեջ, ապա զուգահեռագիծը
ընկած է այդ հարթության մեջ:



Խնդիր 9
A ∈ α, B ∈ α և O ∈ α

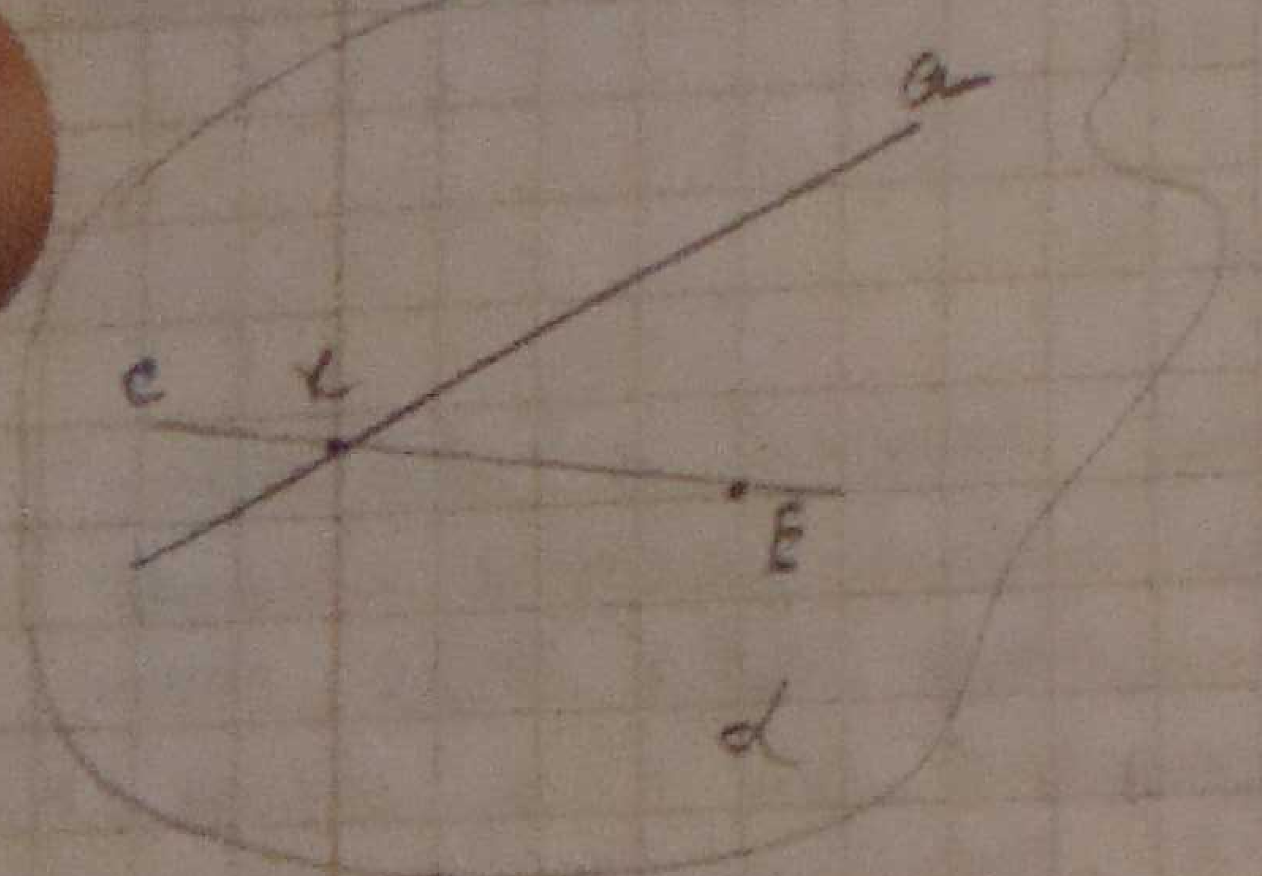
Ապ. որ C ∈ α; D ∈ α
(B, A, O, D)
Քանի որ A-ն և O-ն ընկած
են α հարթության մեջ, ապա AO (BO) ուղիղը նույնպես C ∈ α, իսկ BO ուղիղը պարունակող (BO-ն
պարունակող) D-ն ընկած է α հարթության մեջ: Հետևաբար
C ∈ α և D ∈ α:



Խնդիր 10.

Ուղիղն հատում է կողմնային եռանկյան հարթությունը ՏԵՔ երբ այն հատում է եռանկյան կողմերն ընդհանուր ուղղությամբ երկու երկրում։ Ապացուցել, թե այդ կետերում ուղիղը ընկած է այդ հարթության մեջ

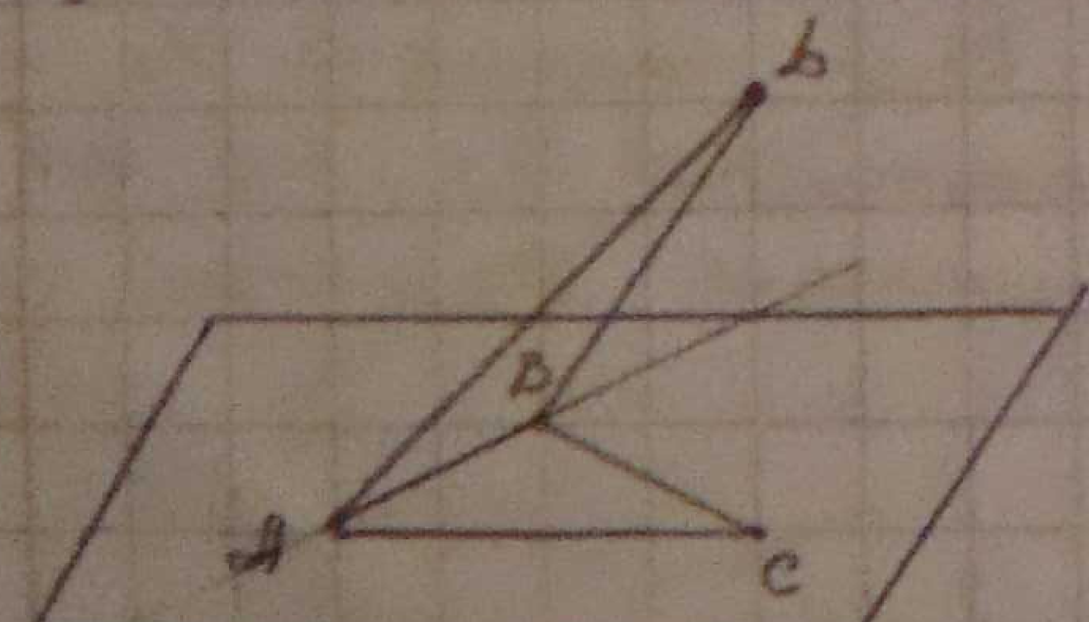
Խնդիր 11



Ապացուցել ուղղով կետով և դրա վրա չգտնվող կետով անցնում է հարթություն, ընդ որում միայն մեկը։ Որ տրված կետով անցնող և տրված ուղիղը չհատող կետում հատող զուգահեռական ուղիղ ընկած է այդ հարթության մեջ (նշենք որ C ուղղի երկու կետերը՝ E-ն և a ուղղի հետ հատման կետը՝ K-ն ընկած են α հարթության մեջ

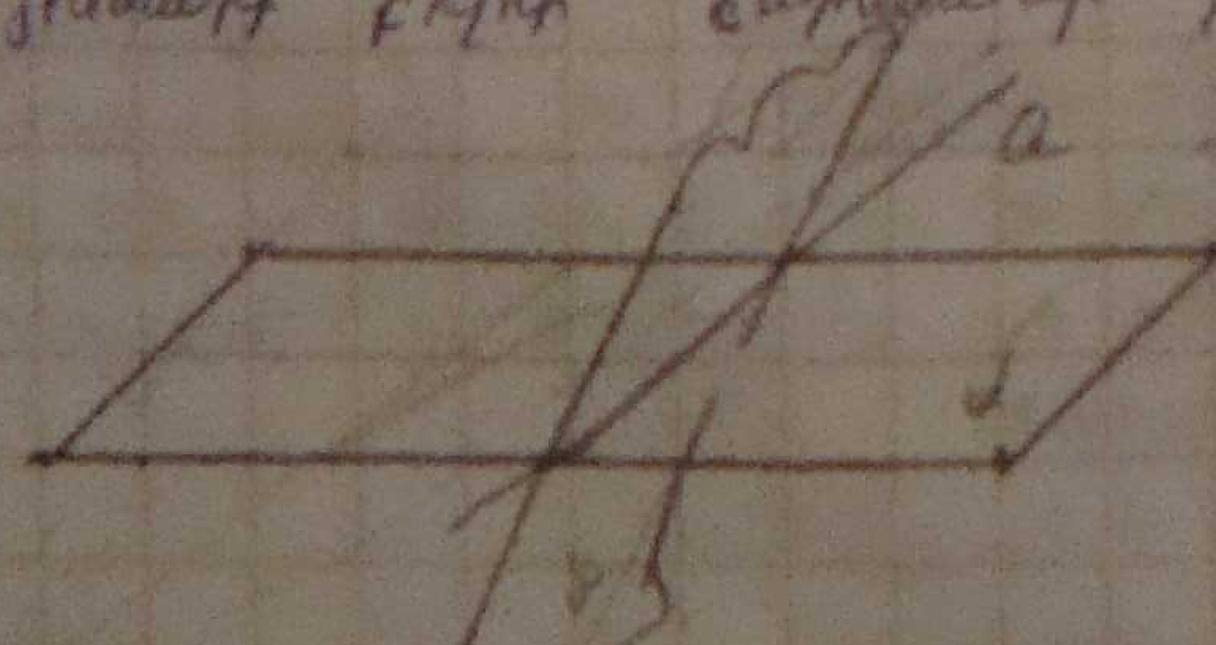
Խնդիր 12

Եթե A, B, C և D հարթությունները ընկած չեն մի հարթության մեջ, ապա ABC և ABD հարթությունները հատվում են AB ուղղով



Խնդիր 13

Ա-3. Եթե երկու հարթություններ ունեն ընդհանուր կետ, ապա դրանք ունեն ընդհանուր ուղիղ, ընդ որում այդ ուղղի վրա են գտնվում այդ հարթությունների բոլոր ընդհանուր կետերը։

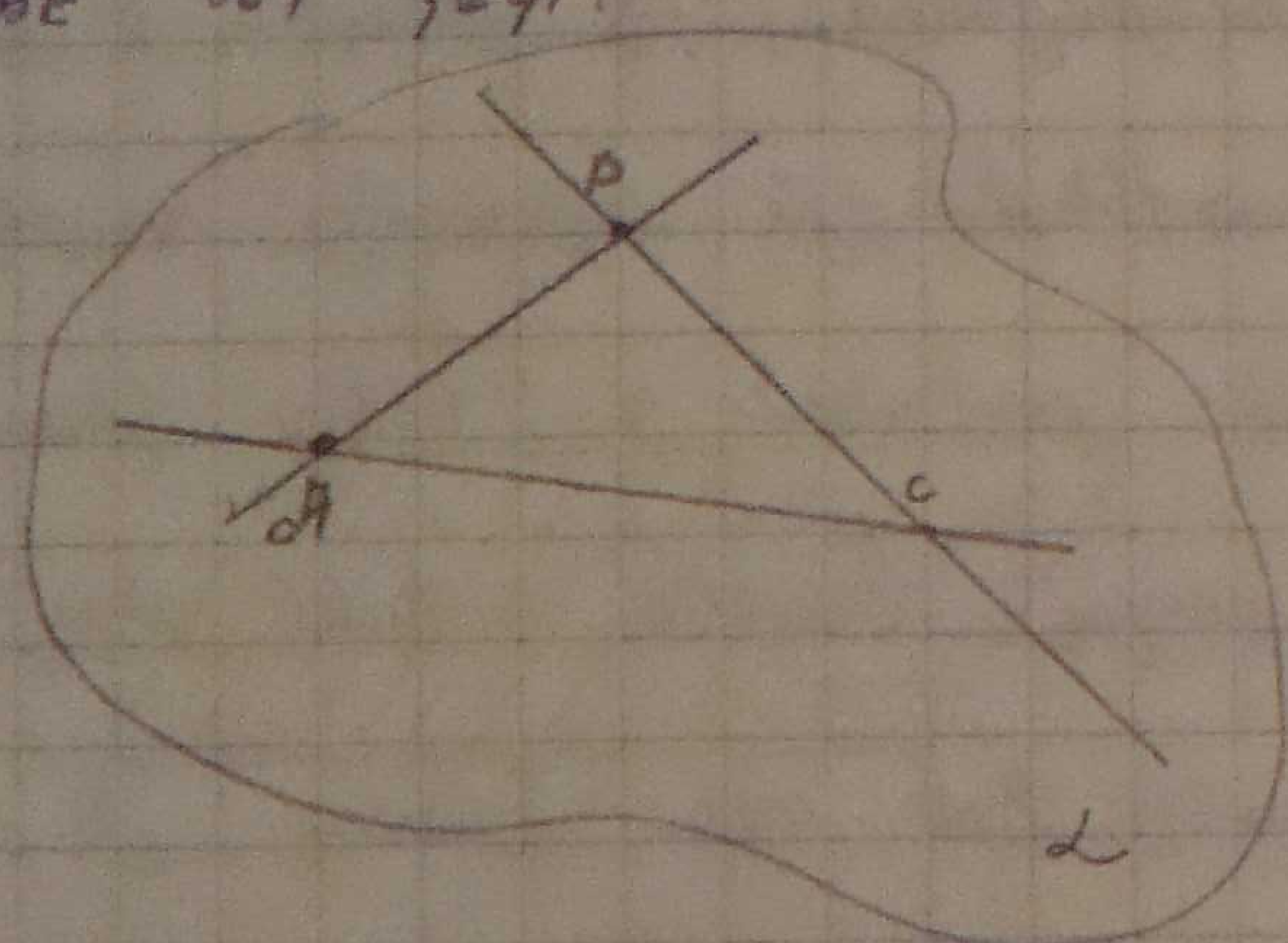


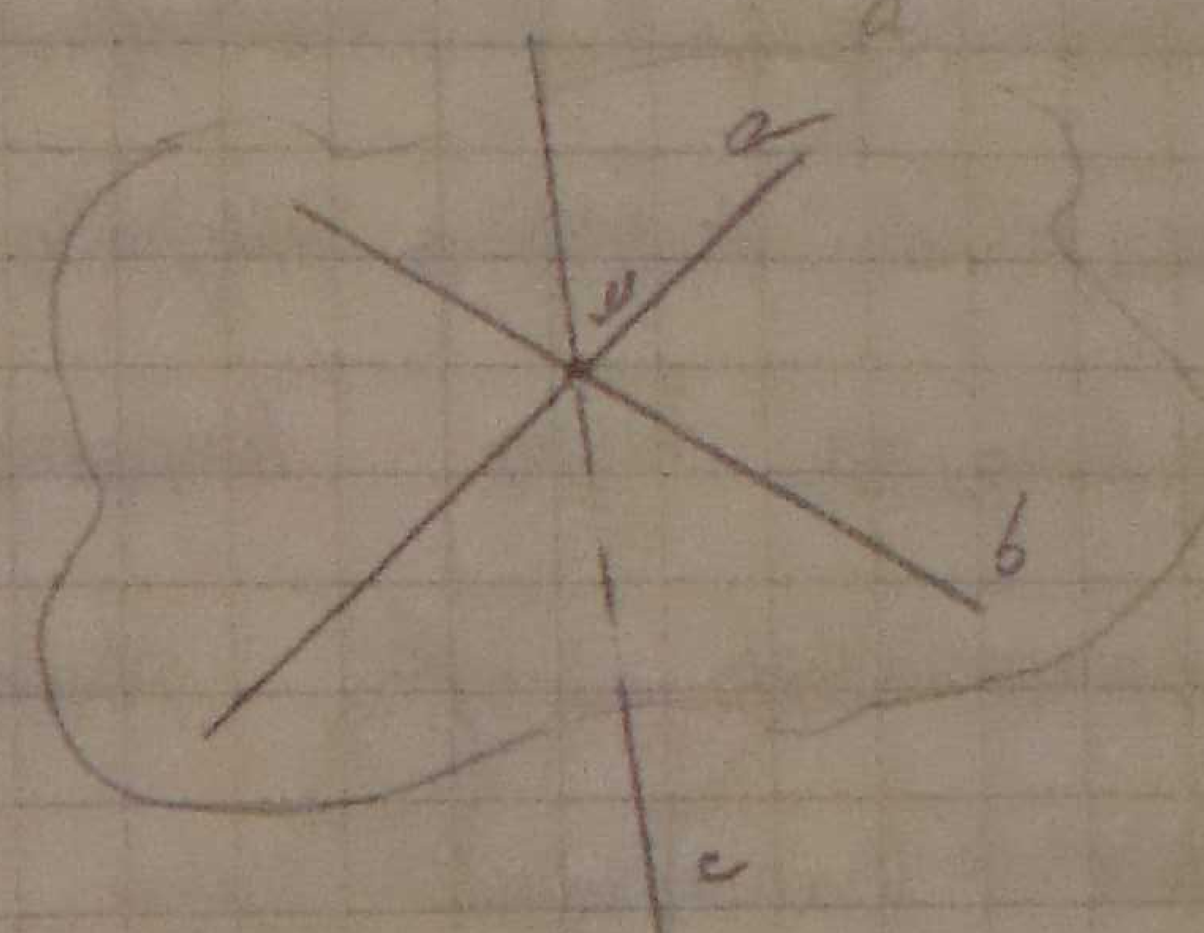
Խնդիր 14

Դիցուք գծված M կետով պատկանում են երեք՝ a, b և c ուղիղներ, որոնցից յուրաքանչյուր երկուսով տարված է մեկ հարթություն, ապա ընդամենը կարող են 5 3 հարթություն։

Խնդիր 15

Երեք ուղիղներ զույգ առ զույգ հատվում են։ ~~Այդ~~ ուղիղները պետք է հարթության մեջ ~~...~~ ընկնե՞ն մեկ հարթության մեջ, ~~երբ~~ ~~...~~ մեկ կետ։





Երկնիստ անկյուն

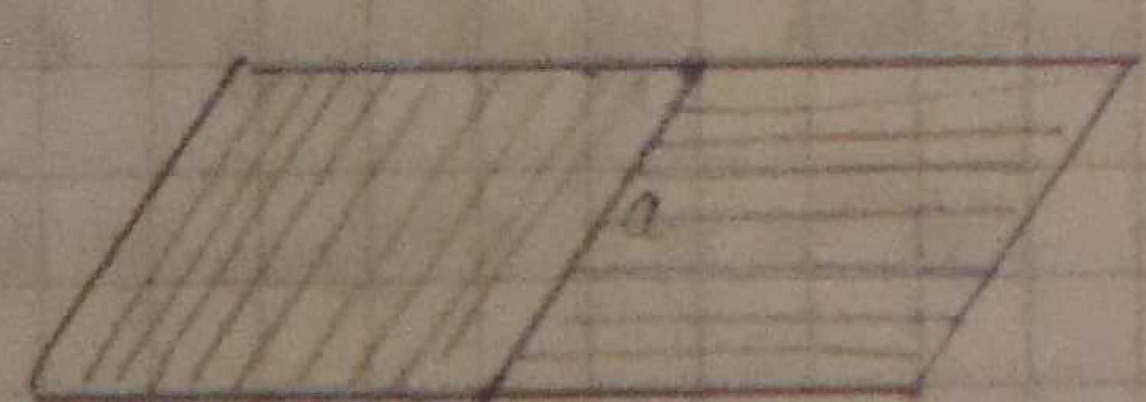
Հարթությունների ուղղահայացությունը

1. Երկնիստ անկյուն: Հարթության մեջ անկյունը անվանում էր, որպես մի կետից ելնող երկու ճառագայթներից կազմված պատկեր. Տարածության մեջ անկյան հետ միասին դիտարկվում է նաև երկնիստ անկյունը: Որպեսզի պարզաբանենք, թե ինչպես է առաջանում երկնիստ անկյունը, օգտվենք այն փաստից, որ յուրաքանչյուր ուղիղ հարթությունը բաժանում է երկու կիսահարթությունների, եթե թերթի բաժնը ծալենք որևէ գծով, ապա կստանանք երկու ծալեր; Եթե այդ ծալերը դիտենք որպես կիսահարթություններ, և համարենք որ ընկած չեն միևնույն հարթության մեջ, ապա առաջացած պատկերը իրենից կներկայացնի երկնիստ անկյուն:

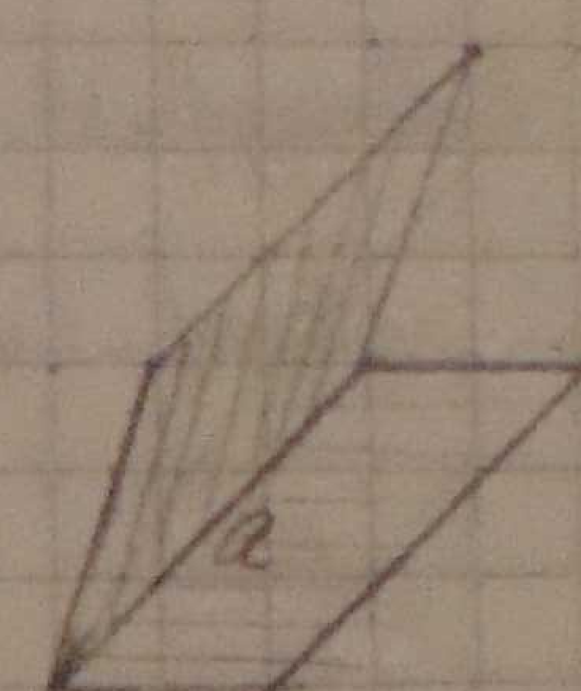
Սահմանում: Երկնիստ անկյուն կոչվում է այն պատկերը, որը կազմված է երկու կիսահարթություններից և a ուղղից, որի a-ն ընդհանուր է, և կիսահարթությունները ընկած չեն միևնույն հարթության մեջ:

Կիսահարթությունները կոչվում են երկնիստ անկյան նիստեր (այսուհետև կը «երկնիստ անկյուն» անվանենք), իսկ a ուղիղը՝ կող: Երկնիստ անկյան աստիճանային չափը ո-

բոլորի համար նշանակենք երկնիստ անկյան գծային անկյուն հասկացությունը: Եթե $\alpha AB\beta$ երկնիստ անկյան կողի վրա նշենք կամայական որևէ K կետ և յուրաքանչյուր նիստում տանենք K կետով անցնող և AB-ին ուղղահայաց CK (α-ում) և (KD՝ β հարթ-ում) ճառագայթները, ապա առաջացած CKD անկյունը $\alpha AB\beta$ երկնիստ անկյան գծային անկյունն է: Երկնիստ անկյունը չափվում է իր գծային անկյունով:



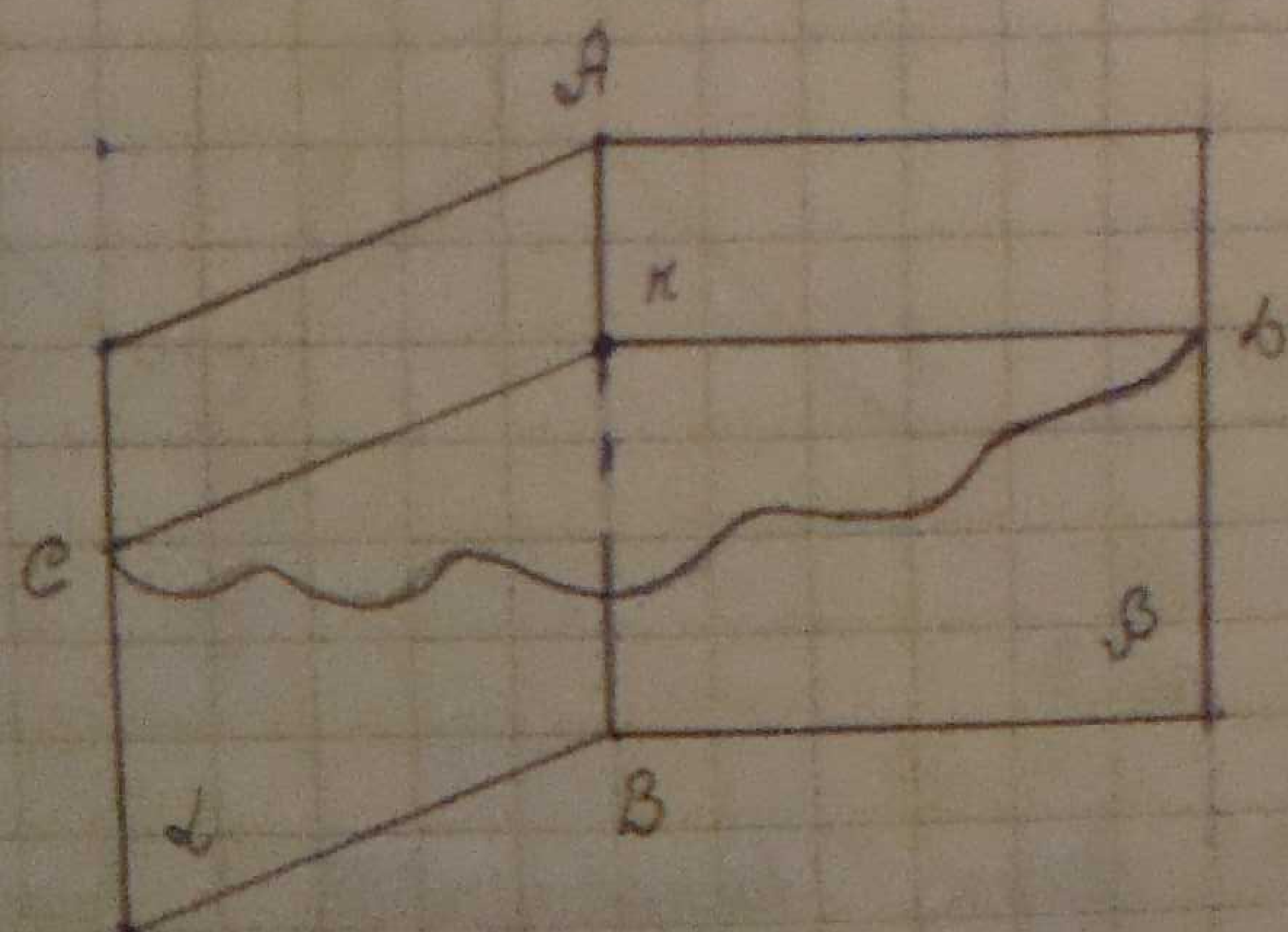
ա)



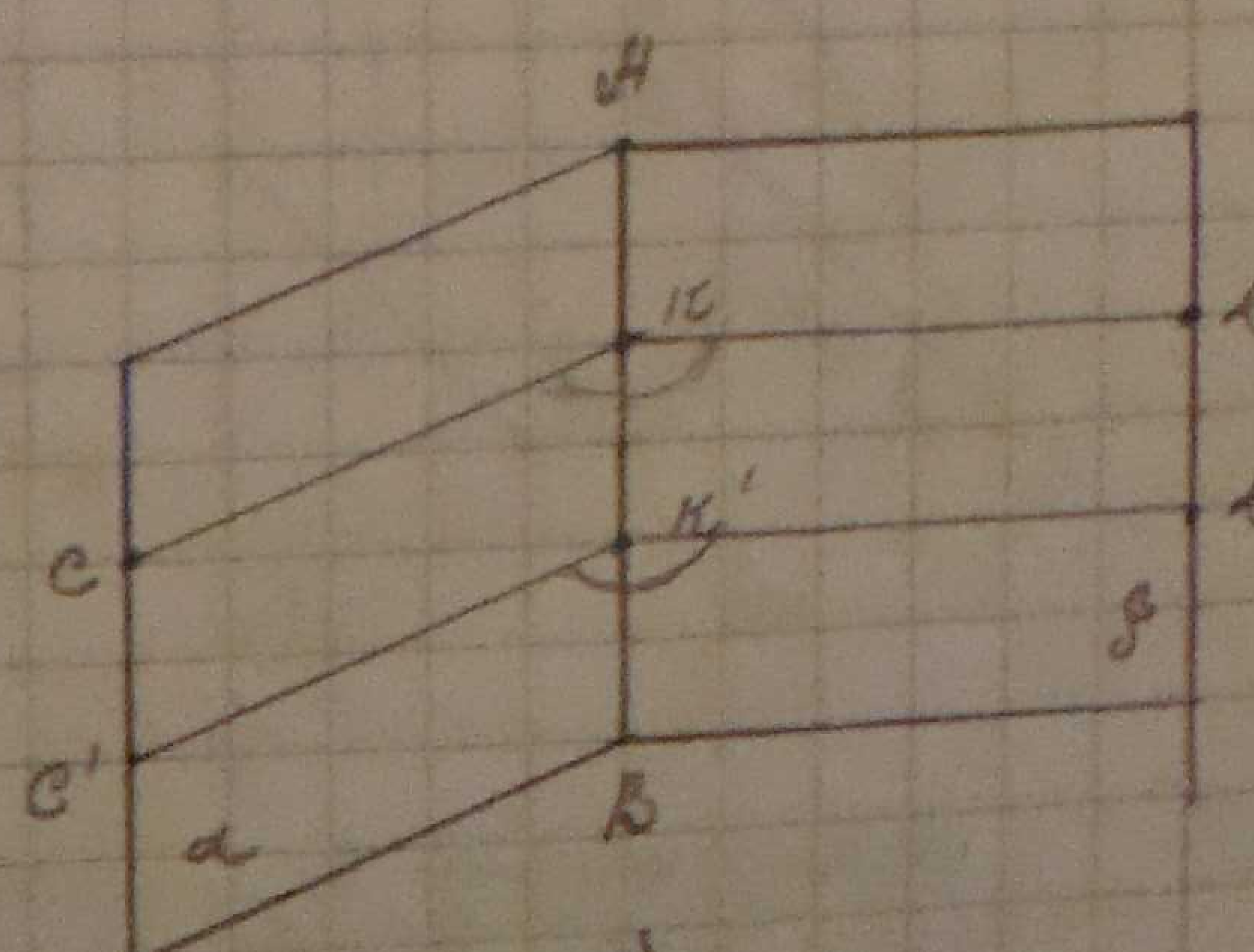
բ) Երկնիստ անկյուն

Հարթությունը ուղղով հատվելիս
բաժանվում է երկու կիսահարթությունների:

նկ. 1.



ա)



բ)

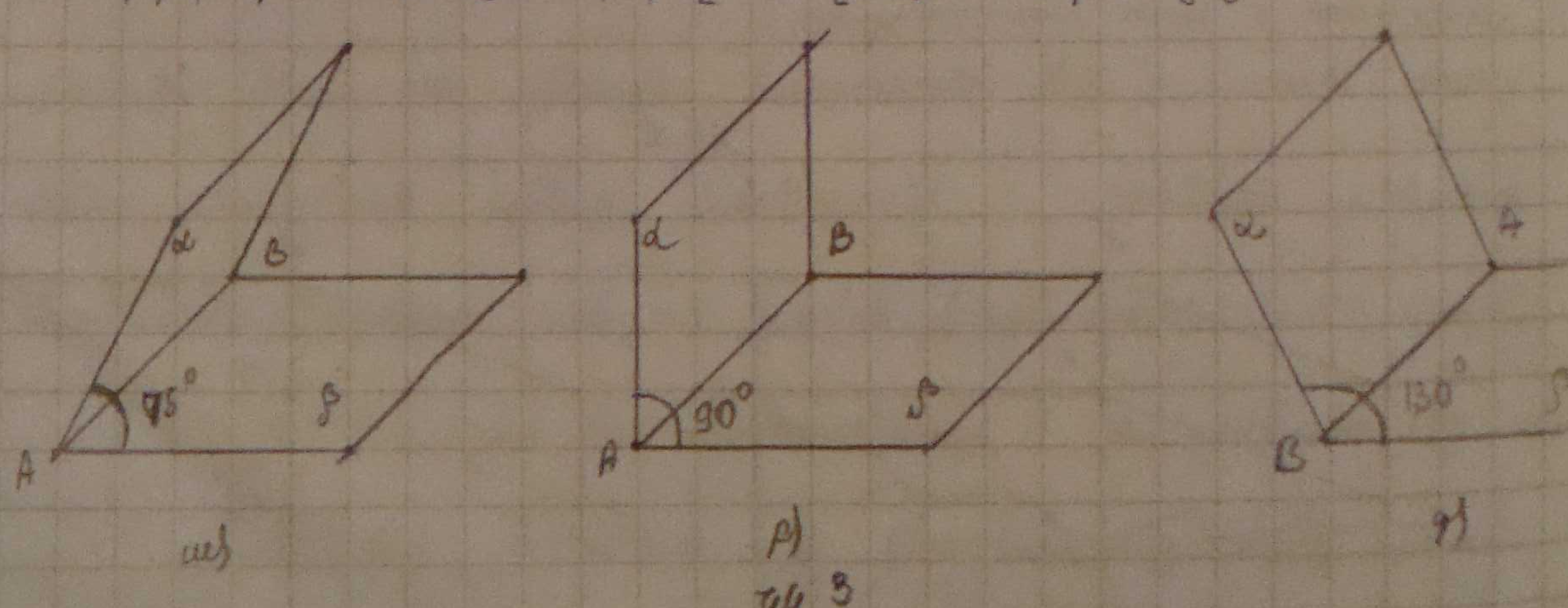
Երկնիստ անկյան գծային անկյունը

նկ. 2

Երկնիստ անկյան բոլոր գծային անկյունները իրար հավասար են:

CKD գծային անկյան հետ զուգահեռ տեղափոխելով ~~մեկ ուրիշ~~ ∠ABՏ երկ-
նիստ անկյան մեկ ուրիշ՝ C'K'D' գծային անկյունը: Ցույց տանք որ,
համաձայն գծային անկյան նկարագրության $CK \perp AB$, $C'K' \perp AB$
և $CK \subset \alpha$, $C'K' \subset \alpha$, ապա նույն β-ին համաձայն երկու ուղիղներ,
որոնք ուղղահայաց են երրորդին, չեն հատվում՝ կլինեն ∥,
$CK \parallel C'K'$. Նույն ձևով ապ. է, որ $KD \parallel K'D' \Rightarrow \angle CKD = \angle C'K'D'$
(համաձայն համուղղված կողմերով անկյունների β-ին, այն է՝
համուղղված կողմերով անկյունները միև կողմ իրար ≠ են):
(նկ.2բ):

Երկնիստ անկյունը կարող է լինել սուր, ուղիղ և բութ (նկ.3)



ա) բ) գ)

նկ 3

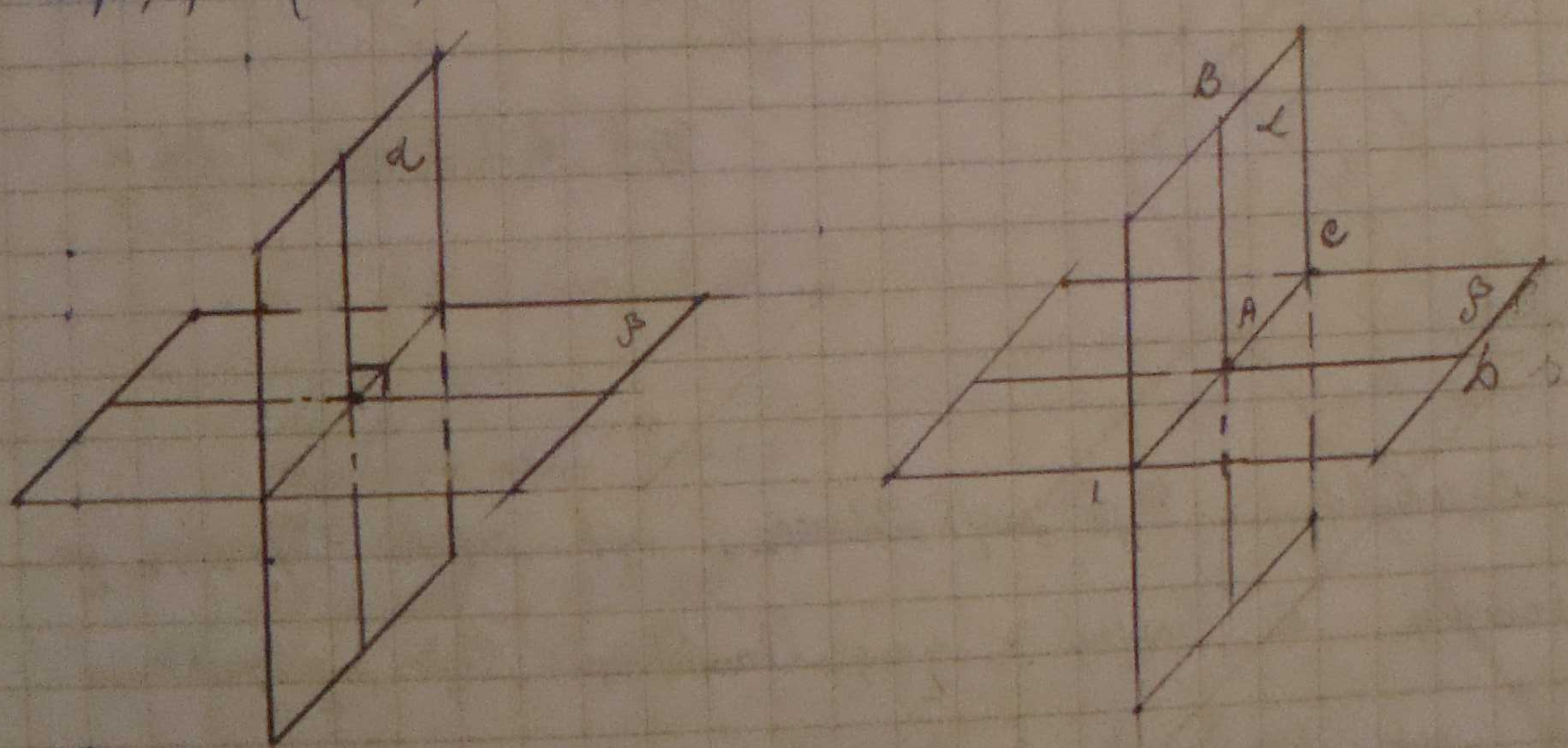
Փոխուղղահայաց հարթություններ: Երկու հարթություններ հատվելիս
առաջանում են 4 երկնիստ անկյուններ: Այն երկնիստ անկյան
աստիճանային չափը, որը չի գերազանցում մնացածներին, կոչ-
վում է հատվող հարթությունների կազմած անկյուն ($0 < \varphi \leq 90°$)

Սահմանում: Երկու հարթություններ կոչվում են ուղղահայաց (փոխուղղահայաց), եթե նրանց կազմած երկնիստ անկյունը $90°$ է (նկ. 5):

Ձևակերպենք ուղղահայաց հարթությունների հայտանիշը:

Թ-Ն: Եթե երկու հատվող հարթություններից մեկն անցնում է ~~մյուս~~ մյուս հարթությանը ուղղահայաց ուղղով, ապա այդ հարթ-ները ուղղահայաց են:

Ապացույց: Դիցուք α հարթությունն անցնում է β հարթությանն ուղղահայաց AB ուղղով և β-ն հատում է AC ուղղով: Ապց., որ $(\alpha AC \beta)$ $\alpha \perp \beta$:



ա) բ)

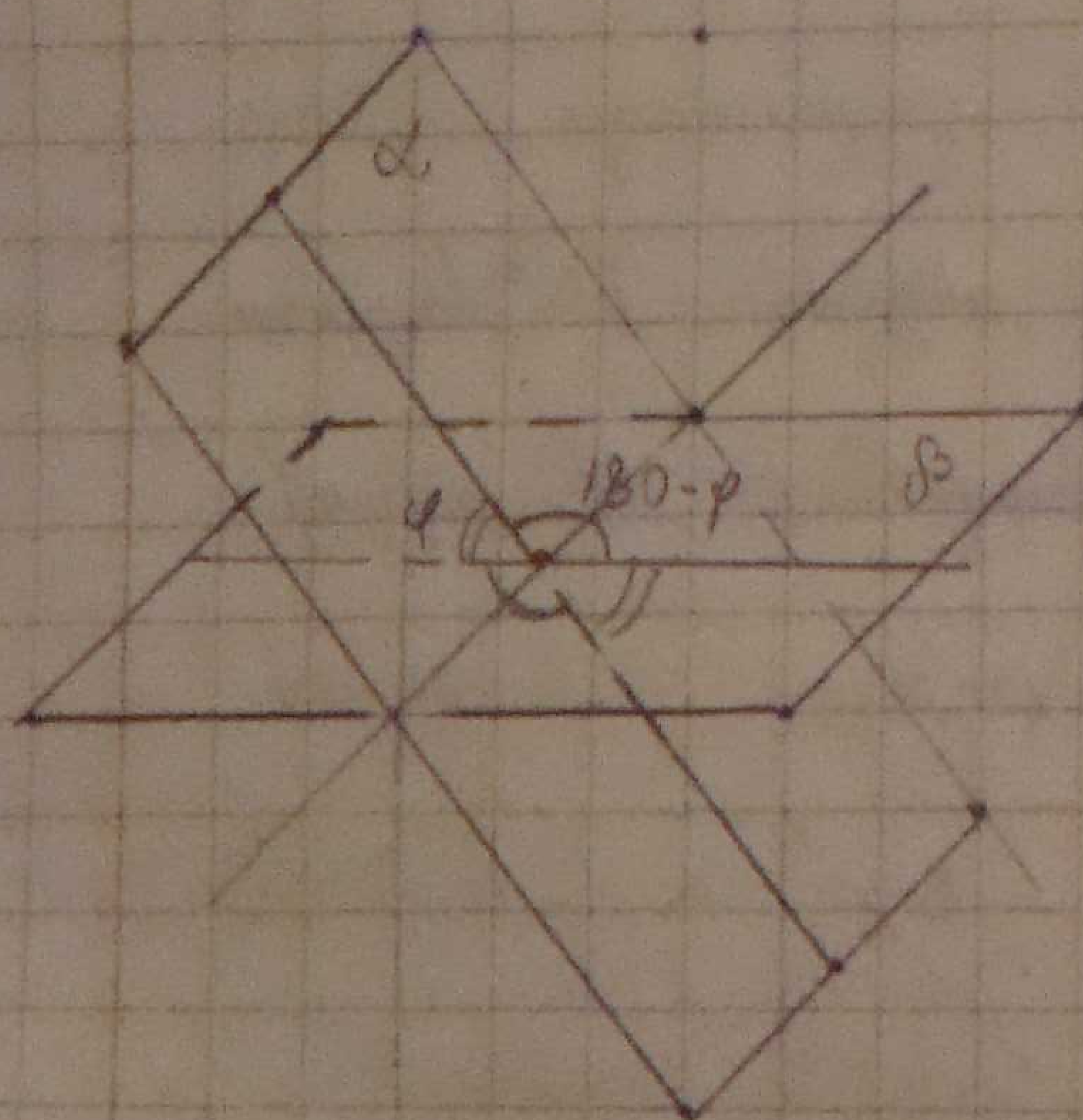
Նկ. 4

$\left.\begin{matrix} AB \perp AC \\ Ab \perp AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \angle BAb$ $\alpha AC\beta$ երկնիստ անկյան գծային անկյունն է

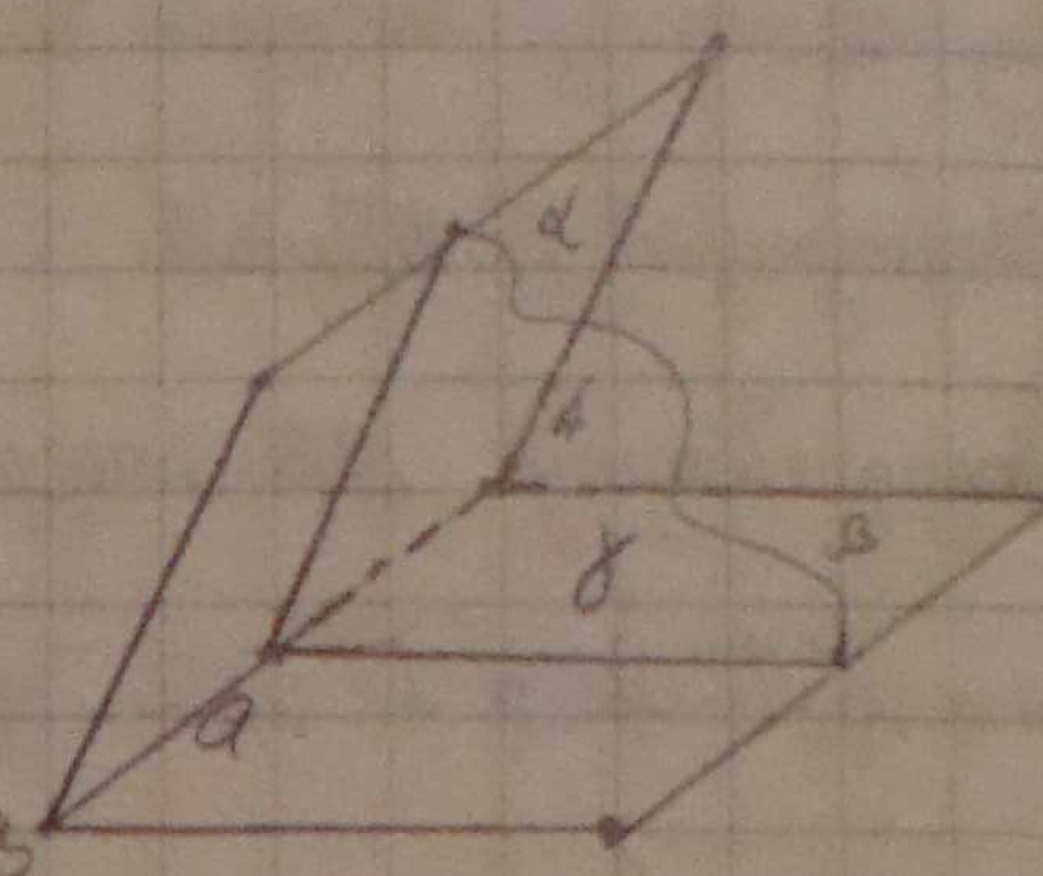
$AB \perp \beta \Rightarrow$, որ AB-ն $\perp$ է β-ի կամայական ուղղին $\Rightarrow AB \perp Ab \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAb = 90° \Rightarrow \alpha \perp \beta$

Դիտողություն: Միմյանց հատվող հարթությունների հատման գծին ուղղահայաց հարթությունը ուղղահայաց է այդ հարթություններից յուրաքանչյուրին:

Երկու հատվող հարթությունների որևէ մի երկնիստ անկյունը φ է, ապա մյուս երեք երկնիստ անկյունները են $180-\varphi$, φ, $180-\varphi$:



ա)



Եթե $\gamma \perp a$, ապա $\gamma \perp \alpha$
$\gamma \perp \beta$

Ուղղանկյունանիստ: Այն բազմանիստը, որի բոլոր նիստերը զուգահեռագծեր են, կոչվում է զուգահեռանիստ: Այն զուգահեռանիստը, որի կողմնային կողերը ուղղահայաց են հիմքի հարթությանը, կոչվում է ուղիղ զուգահեռանիստ: Ուղիղ զուգահեռանիստի կողմնային նիստերը, որոնք 4-ն են, ուղղանկյուններ են, իսկ հիմքերը կամայական զուգահեռագծեր: Մասնավոր դեպքում, երբ ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքերը ուղղանկյուններ են, ապա այն կոչվում է ուղղանկյունանիստ

զուգահեռանիստ, կամ ուղղանկյունները:

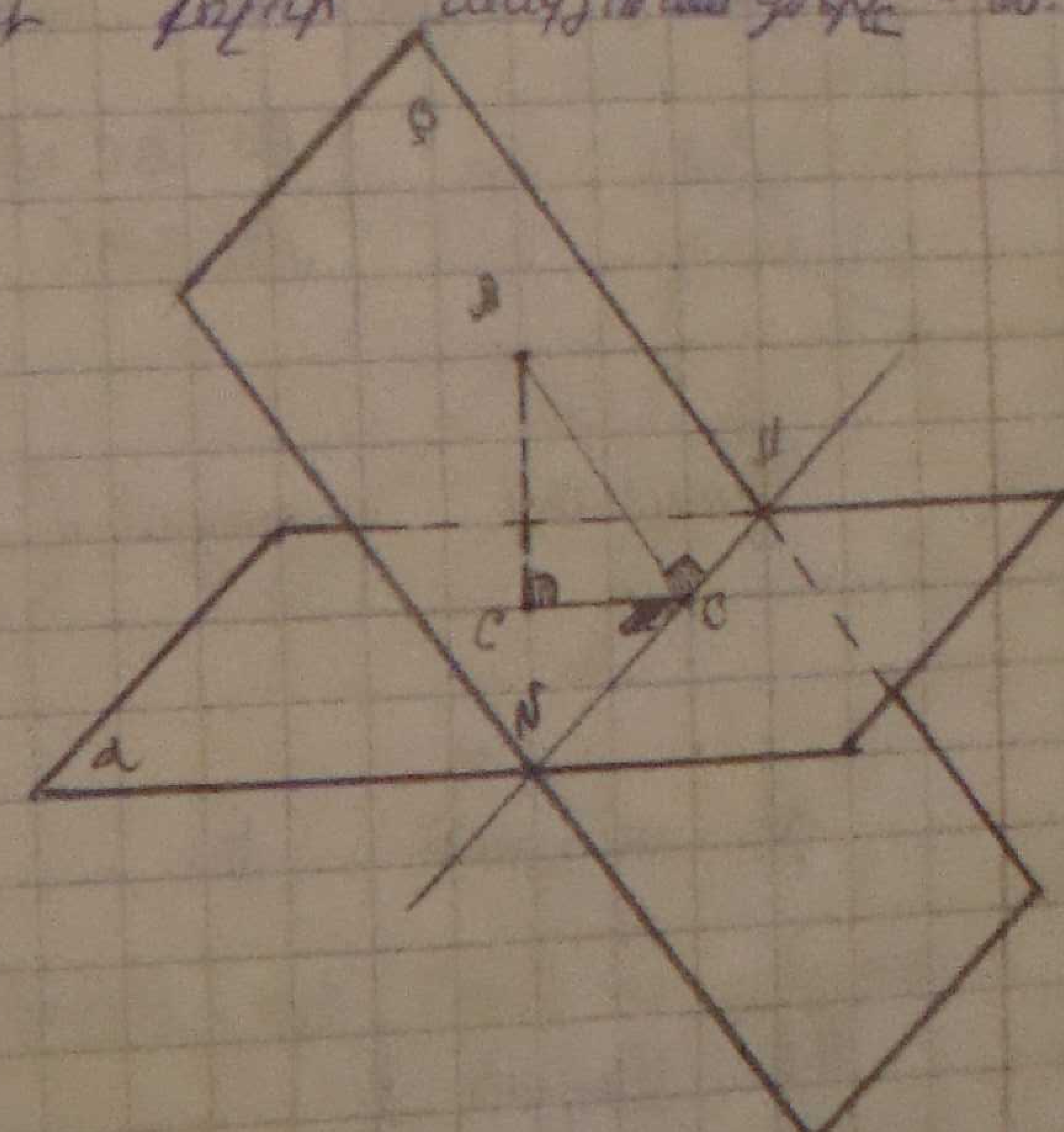
1°. Ուղղանկյունանիստի բոլոր նիստերը ուղղանկյուններ են:

2°. Ուղղանկյունանիստի երկնիստ անկյունները ուղիղ են:

(Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ցանկացած նիստերի ընդհանուր հատույթուններով կազմված երկնիստ անկյունը ուղիղ է զուգահեռանիստի երկնիստ անկյունը):

3°: Թ.Տ: Ուղղանկյունանիստի անկյունագծի քառակուսին $=$ է երեք եզրի չափումների քառակուսիների գումարին:

Հետևանք: Ուղղանկյունանիստի բոլոր անկյունագծերը $=$ են:



166. Տրված է

α-ն և β-ն հարթություններ են

$\alpha \perp \beta$

հատման գիծը MN-ն է

$A \in \beta$

$AB \perp MN$, $B \in MN$

$AC \perp \alpha$, $C \in \alpha$

Ապց. որ $\angle ABC$-ն αMNC-ի գծ. անկյունն է

AB-ն α-ն հատող թեք է
AC-ն թեքի α-ին ուղղահայաց ուղ.-ը $\Big\}$ $\Rightarrow$ CB-ն AB թեքի պրոյեկցիան է,

Ըստ հղումի. եթե $MN \perp AB$, ապա $MN \perp CB$: Այսպիսով ապացուցվեց, որ $AB \perp MN$ և $CB \perp MN \Rightarrow \angle ABC$-ն $AMNC$

Երկնիստ անկյան երկնիստ անկյան գծային անկյունն է:

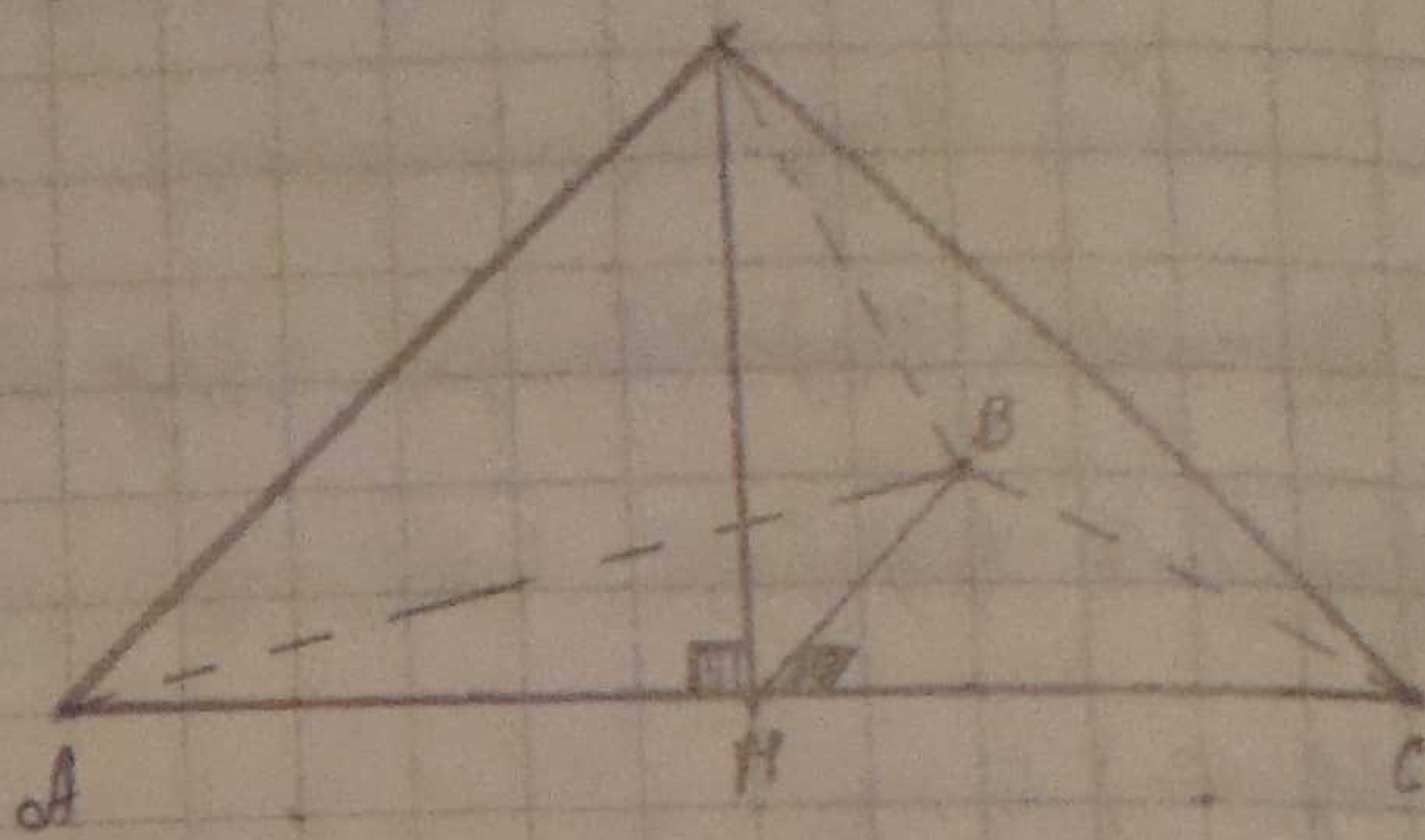
167. Տրված է

DABC քառանիստ

$AB = BC = AC = AD = BD = CD = a$

$AM = MC$

Ցույց տալ, որ $\angle DMB$-ն $DACB$-ի գծ. անկյունն է:



Ապ. ΔADC-ն

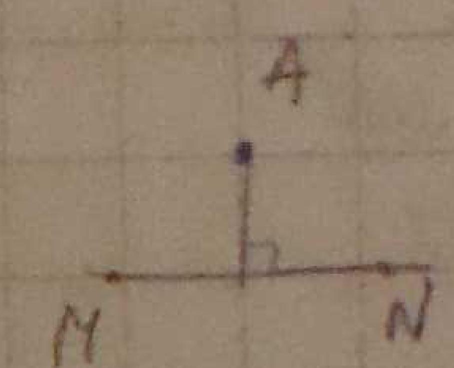
Քանի որ $\begin{cases} AD = AC = DC = a \\ AM = MC \end{cases}$ ⇒, որ $DM \perp AC$

Ապ. 2. ΔABC-ն

Քանի որ $\begin{cases} AB = BC = AC = a \\ AM = MC \end{cases}$ ⇒, որ $AM \perp AC$

Այսպիսով ստացանք, որ $\begin{cases} DM \perp AC \\ BM \perp AC \end{cases}$ ⇒, որ DMB-ն $DABC$-ի

գծ. անկյունն է:



168. Տրված է

$AMNA_1 = \varphi$

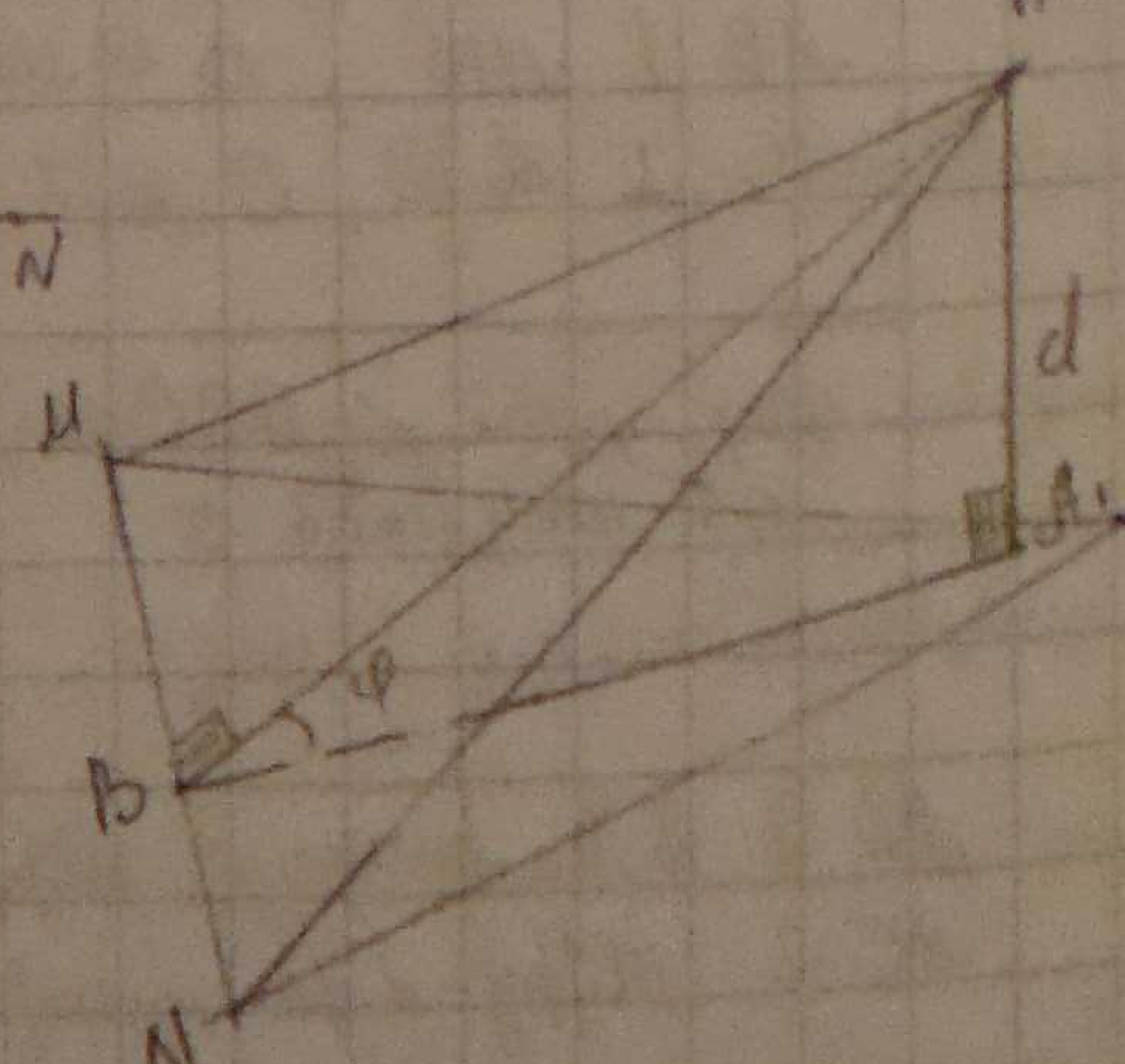
$A \in MNA$

MN-ը $AMNA_1$-ի կողն է

$AA_1 \perp MNA_1$

$AB \perp MN$

AB - ?



Քանի որ $AB \perp MN$, $AA_1 \perp$ } AB-ն և MNA_1-ը չհատվող հարթ. ուղղ. են, $AA_1 \perp MNA_1$ } ⇒ BA_1-ը

AB թեքի պրոյեկցիան է։ Քանի որ $MN \perp AB$, ապա $MN \perp A_1B$ ⇒ ըստ երեք ուղղահայացի

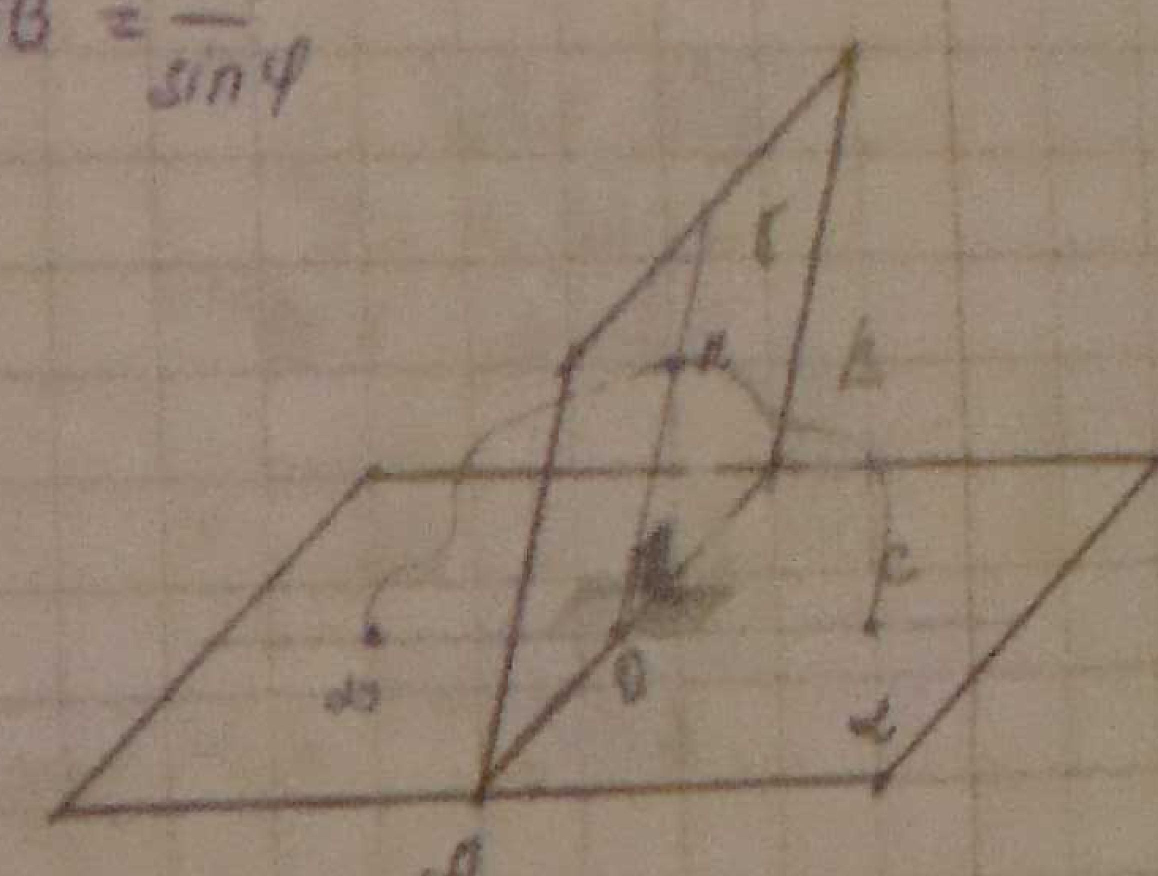
⇒ $\left.\begin{array}{l} AB \perp MN \\ A_1B \perp MN \end{array}\right\}$ ⇒ $\angle ABA_1$-ը $AMNA_1$-ի գծ. անկյունն է և $\angle ABA_1 = \varphi$

Դիտ. է ΔABA_1-ը

ABA_1-ը ուղղ. եռ. է՝ $AA_1 \perp A_1B$ ($AA_1 \perp MNA_1$ ⇒ $AA_1 \perp$ է MNA_1 հարթության ցանկացած ուղղի)) որտեղ $AA_1 = d$, $\angle ABA_1 = \varphi$ ⇒

⇒ $AB = \dfrac{d}{\sin\varphi}$

Պատ.՝ $AB = \dfrac{d}{\sin\varphi}$



169. Տրված է

$\angle AB\gamma$ և $\angle' AB\gamma$ երկնիստ անկյուններ

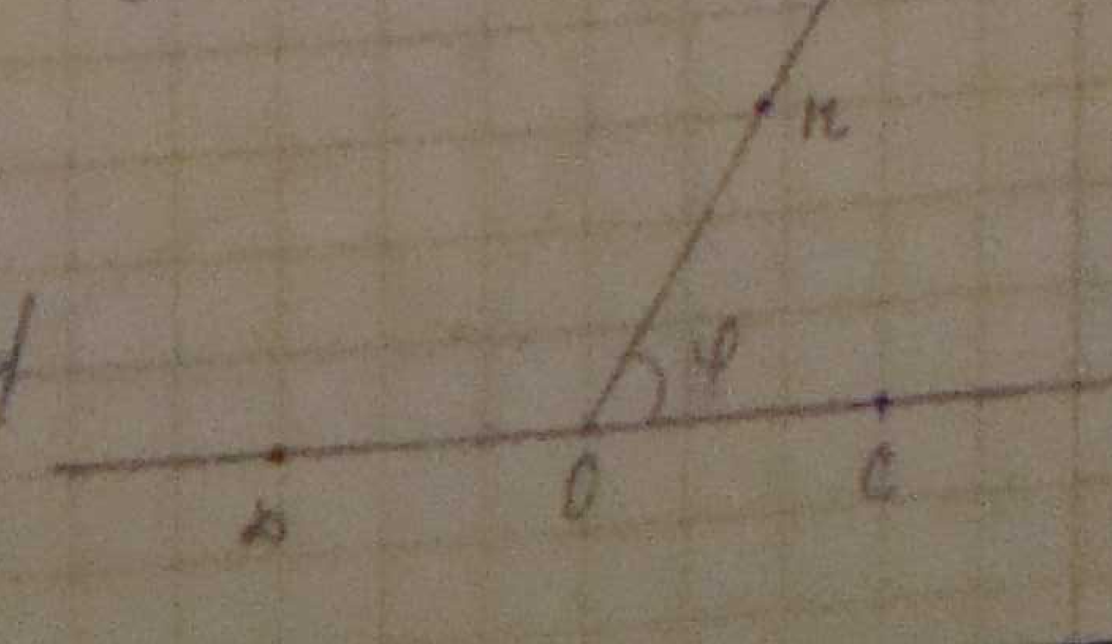
γ կիսահարթ. ընդհանուր է

α-ն և β-ն միմյանց շարունակություն են

Ապ. որ $\angle AB\delta + \angle' AB\gamma = 180^\circ$

Տանենք AB կողը O կետում հատող, այդ կողին ուղղահայաց և α հարթության մեջ գտնվող Oδ ուղիղը։ γ հարթության մեջ O կետից տանենք AB-ին ուղղահայաց OK ուղիղը։ KOC-ն $\angle ABd$-ի, իսկ δOK-ն $\angle' AB\delta$-ի գծ. անկյունն է։

Դիտարկենք δC ուղիղը և K կետով անցնող

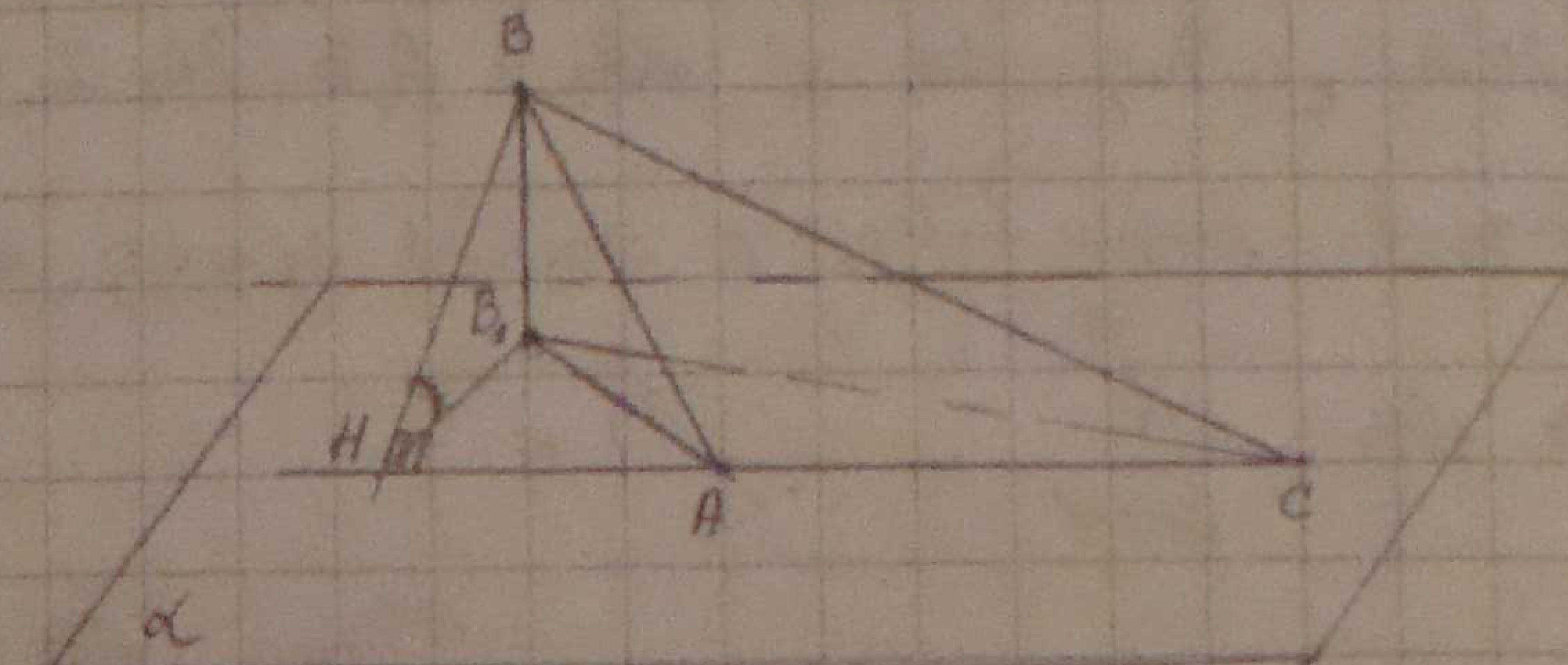


հարթությունը։

Եթե $\angle MOC$ եղ. φ-ով, ապա $\angle MOD = 180 - \varphi$: ?

Պատասխան, եթե երկու հատվող ուղիղների մի զույգ անկյուն-
ներ է, իսկ մյուս երկուսը ... են
..., ապա երկրորդ անկյունների գումարը $180°$ է.

190. Տրված է



$AC \in \alpha$

$BB_1 \perp \alpha$

$BH \perp AC$

$AB = 2$ սմ

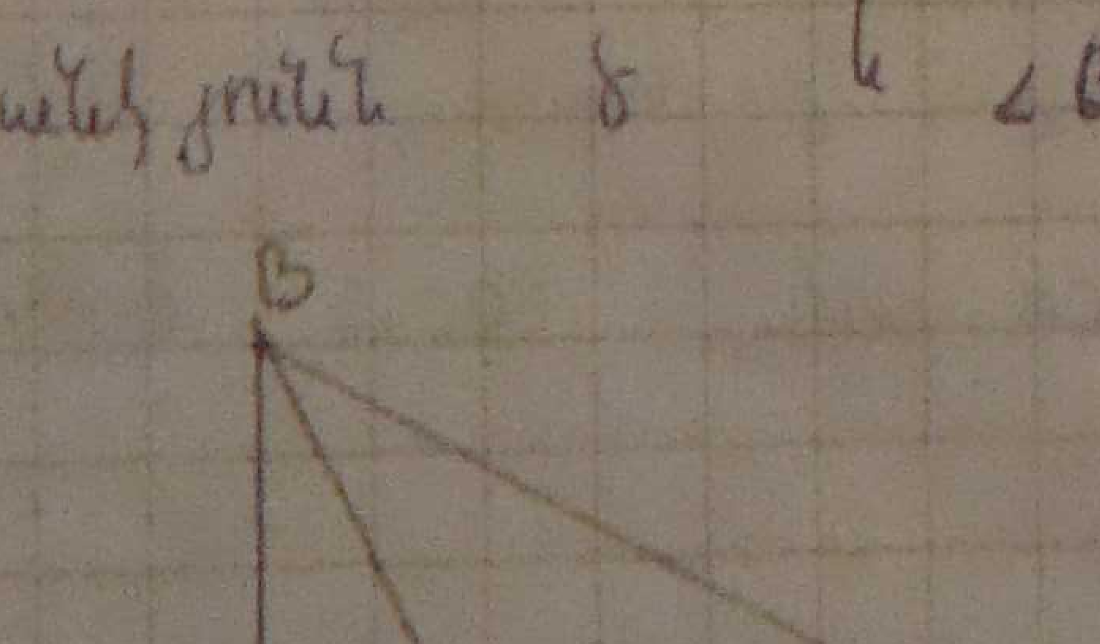
$\angle BAC = 150°$

$BACB_1 = 45°$

BH և BB_1 - ?

BH-ը α-ի հարթ. թեք է
$BB_1 \perp \alpha$
$\Big\}$ ⇒ HB_1-ը HB-ի պրոյեկցիան է ⇒

⇒ Եթե $AC \perp BH \Rightarrow AC \perp HB_1 \Rightarrow \angle BHB_1$-ը $BACB_1$-ի գծ. անկյունն է և $\angle BHB_1 = 45°$.



Եթե $\angle BAC = 150° \Rightarrow \angle HAB = 30°$

Դիտ. է $\triangle HBA$-ն

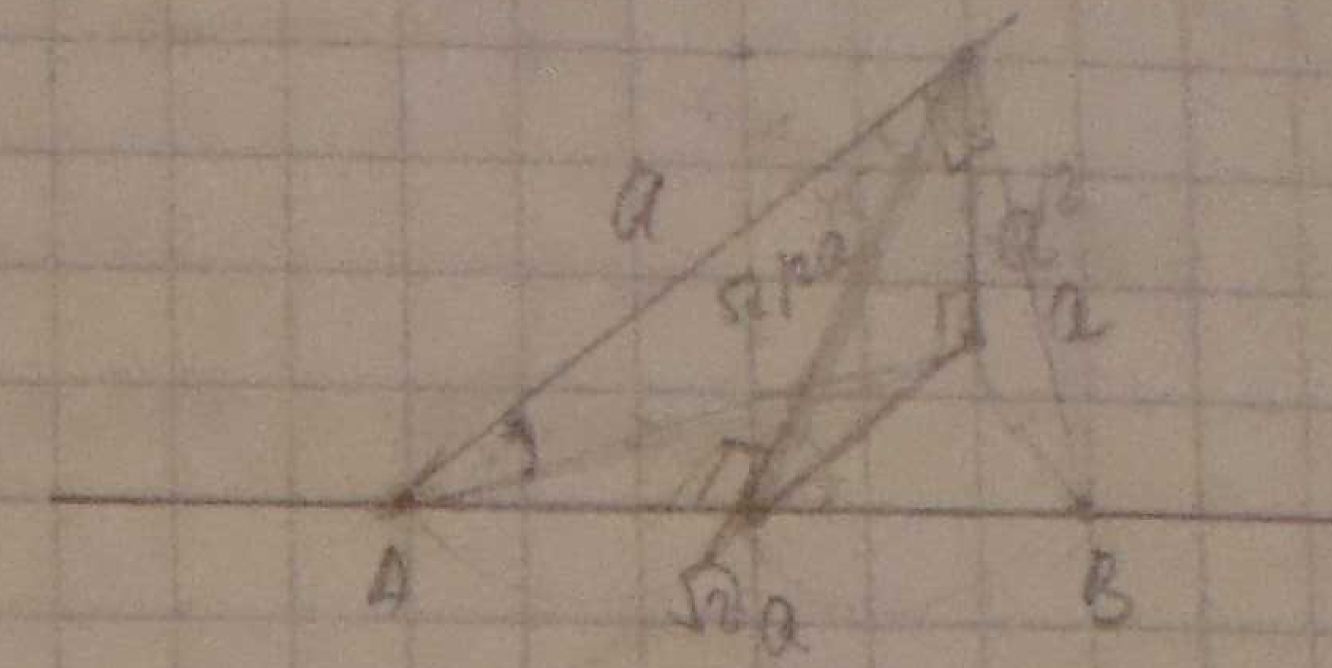
HBA ուղղ. եռ. մեջ $AB = 2$ սմ,

$\angle BAH = 30° \Rightarrow HB = 1$ սմ

Դիտ. Է. ΔHBB_1-ը:

HBB_1 ուղ. եռ. մեջ HB ներքնաձիգը 1 ան է $\angle BHB_1 = 45^\circ \Rightarrow BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$:

Պատ.: $BH = 1$ և $BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

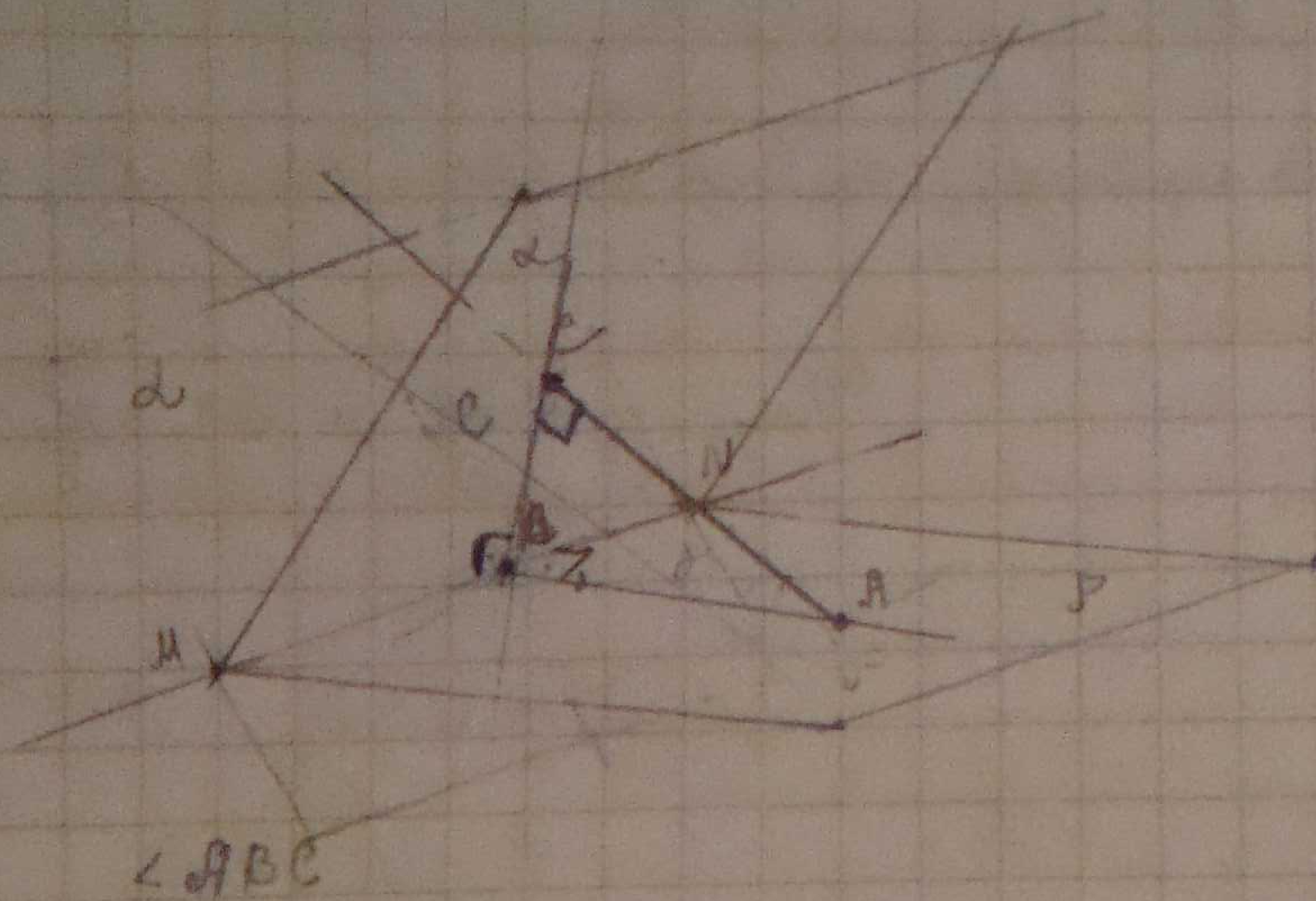


$\frac{a}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\alpha = \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha = 45^\circ$

166.

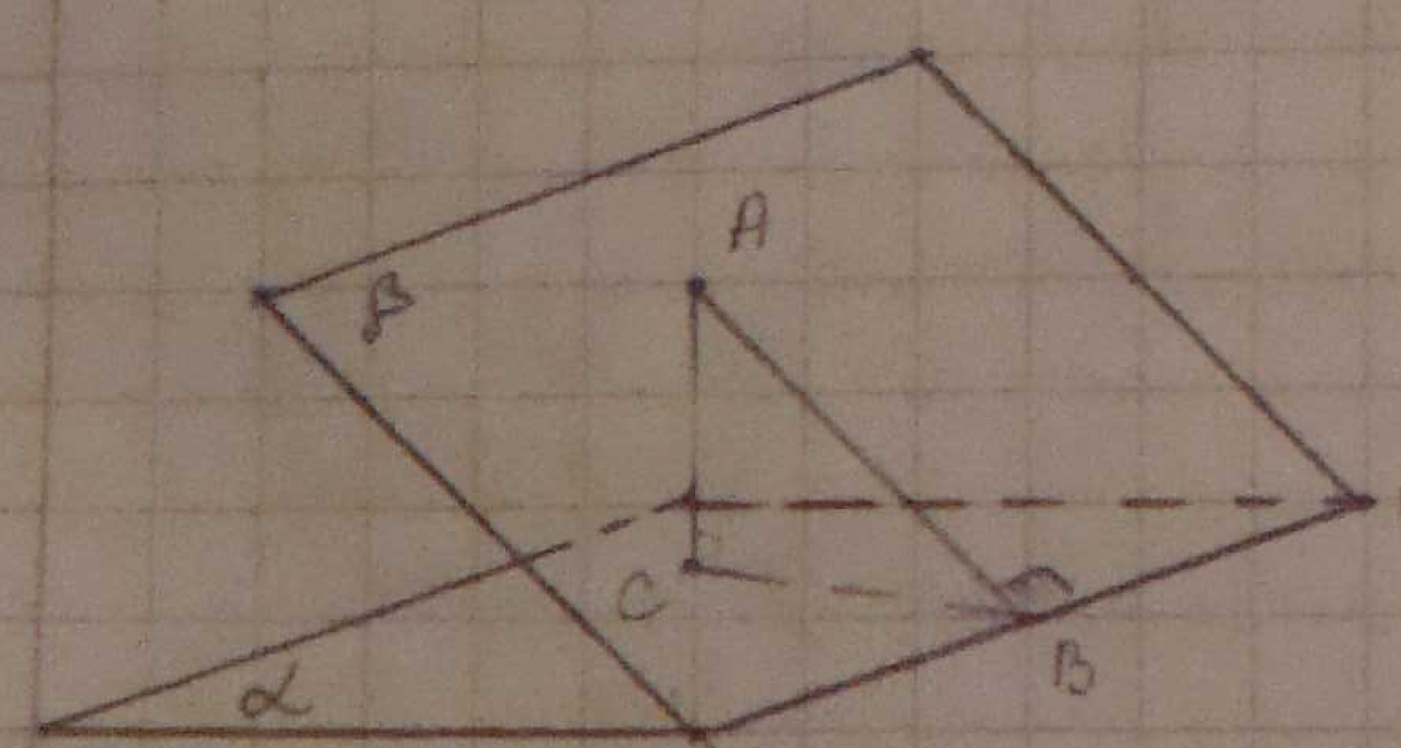


$AB \perp MN$

$AC \perp \alpha$

Ցույց. $\angle ABC$-ն $\alpha MN\beta$ երկ. անկ. գծ. անկյուն

166.



$A \in \beta$; $C \in \alpha$; $MN \in \beta \in MN$

$AC \perp \alpha$

$AB \perp MN$

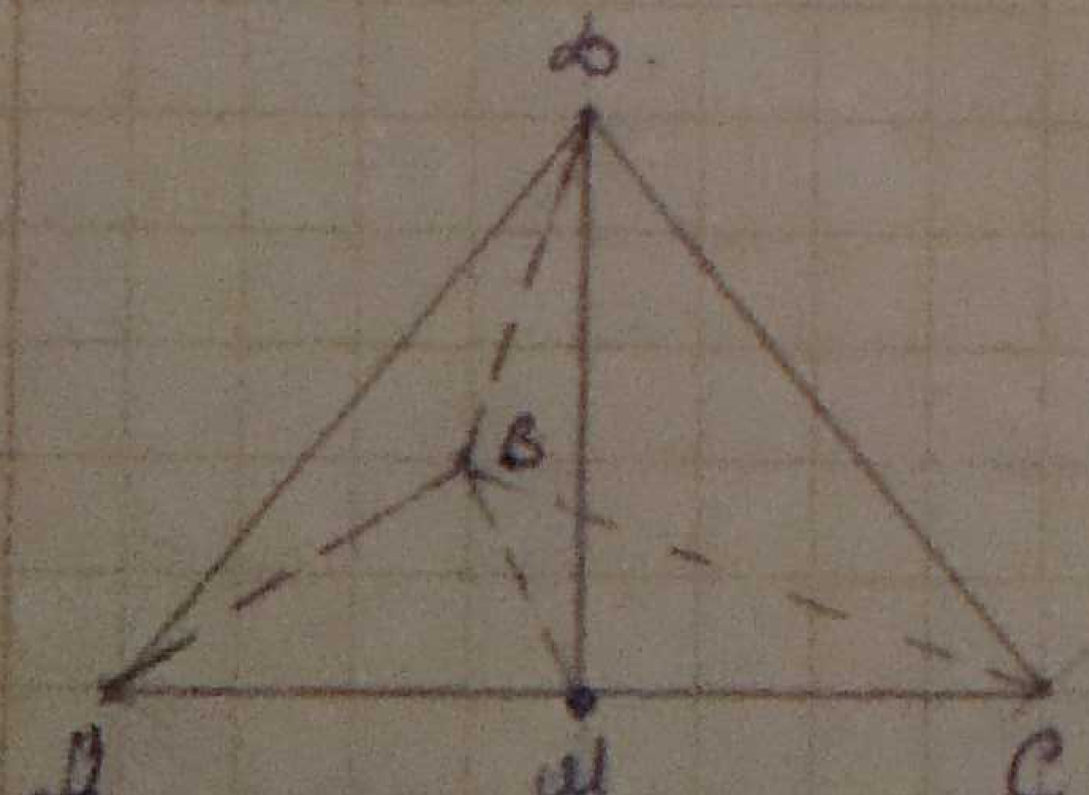
Ցույց. որ $\angle ABC$-ն $AMNC$-ի գծ. անկ.:

$\left.\begin{array}{l} AB \perp MN \\ AC \perp \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp MN$ (եթե ուղիղը ուղղահայաց է թեքին և հակառակը պրոյեկցիային, ապա նա ուղղահայաց է նաև թեքին պրոյեկցիային)

Ապացուցենք որ $CB \perp MN$, իսկ ըստ պայմանի $AB \perp MN \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CBA$-ն $AMNC$-ի գծային անկյունն է:

167.



ABCD-ն կանոնավոր քառանիստ է

$AM = MC$

Ցույց. որ $\angle AMB$-ն ABCD-ի գծ. անկյունն է

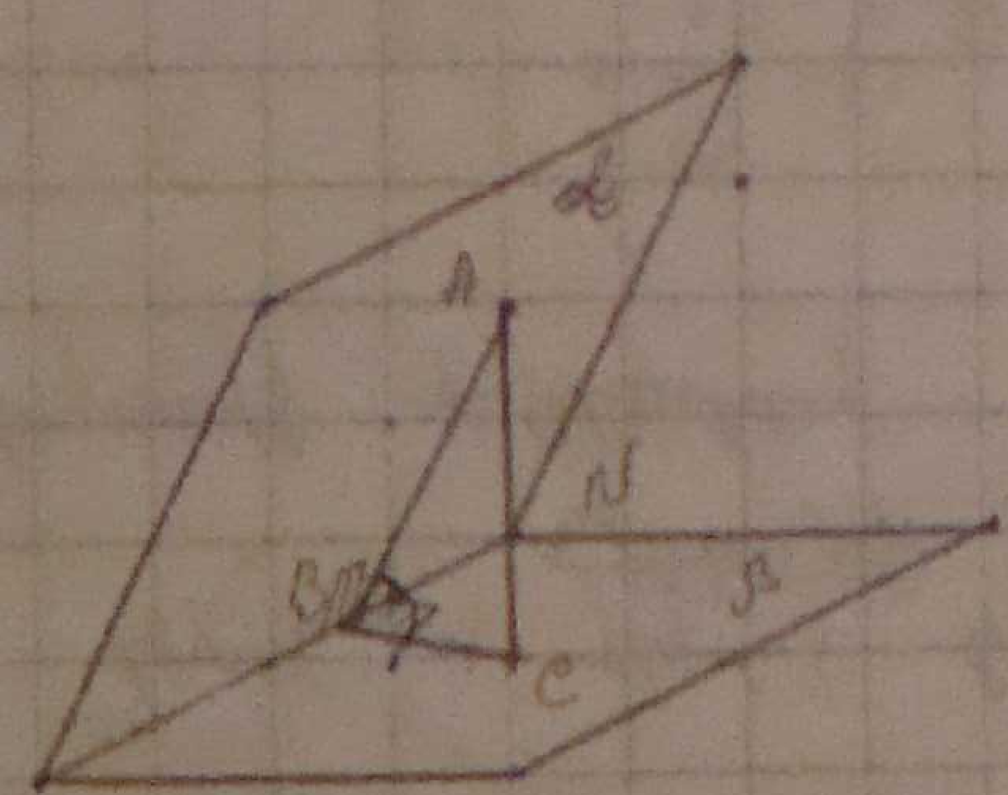
Հավասարասրուն է $\triangle AbC$-ն

$$\left.\begin{array}{l} Ab = bC = (AC) \\ AM = MC \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{bM \perp AC} \\ \angle AbM = \angle CbM \end{cases}$$

Հավ. է $\triangle ABC$-ն

$$\left.\begin{array}{l} AB = BC \neq (AC) \\ AM = MC \end{array}\right\} \Rightarrow BM \Rightarrow AC$$

Որտեղ $\begin{cases} BM \perp AC \\ bM \perp AC \end{cases} \Rightarrow \angle bMB$-ն $BACb$-ի գծ. անկյունն է



AMNC-ն երկնիստ անկյուն է | 168

$AC \perp \beta$ և $AC = d$

$AB \perp MN$

$\angle AB$ φ-ն երկնիստ անկյունն է

Գտնել

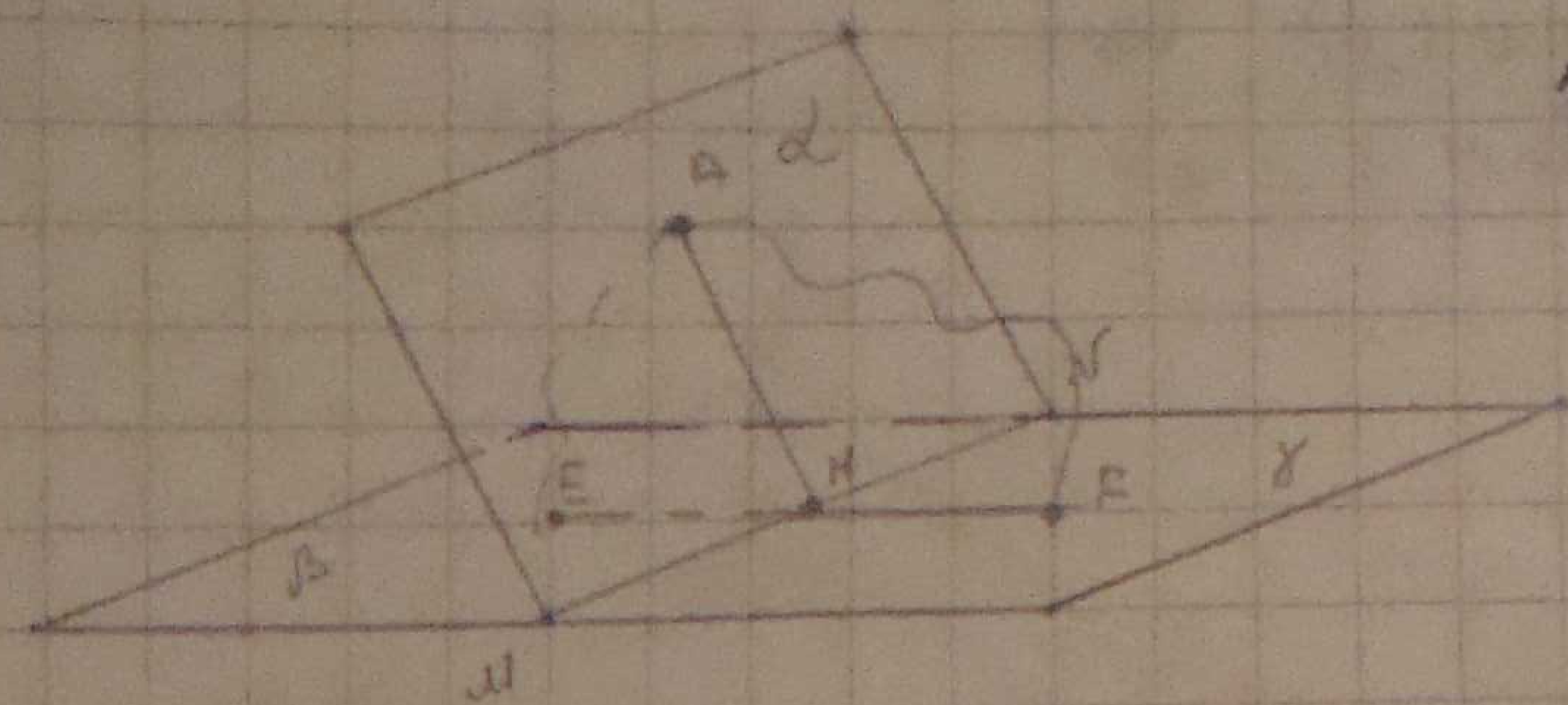
Հավասար $\triangle ABC$-ն

$$\left.\begin{array}{l} AB \perp MN \\ AC \perp \beta \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp MN \Rightarrow \angle ABC = \varphi$$

Որտեղ $\begin{cases} \angle ABC = \varphi \\ AC = d \end{cases} \Rightarrow AB = \sin\varphi \cdot d.$

Պատ.: $AB = \sin\varphi \cdot d$

169



Տրված է

որ ∠MNβ և ∠MNγ կից երկնիստ անկ-ներ

α-հարթ. ընդհ. γ

β-ն և γ-ն միևնույն հարթ-ն

կիսահարթություններն են

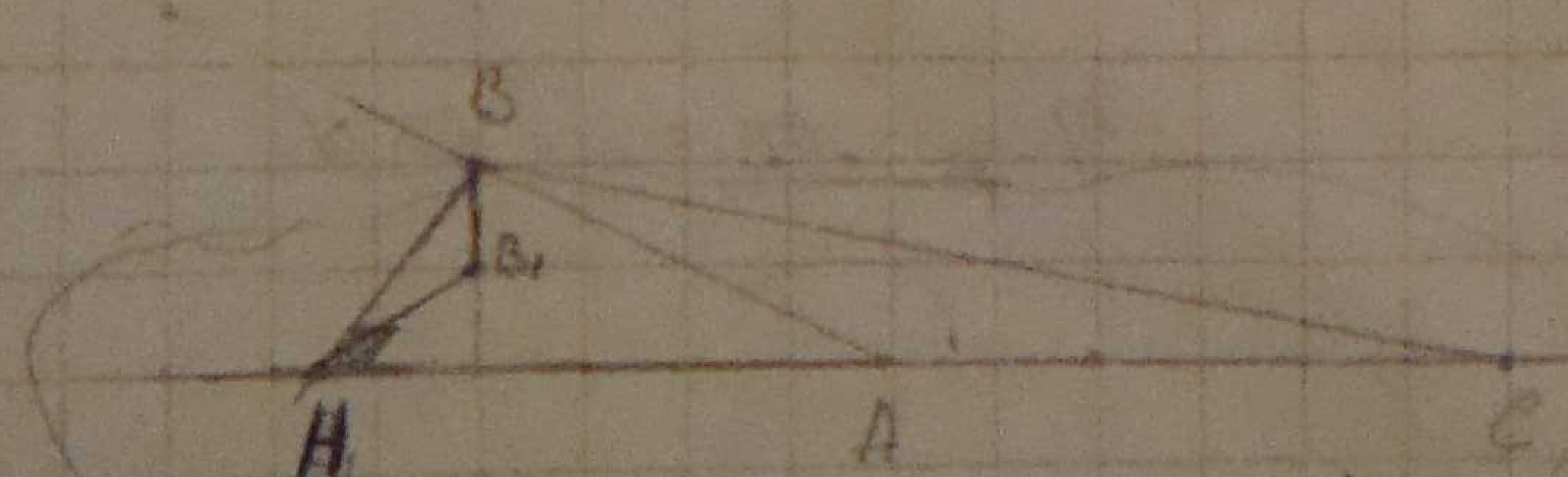
Ցույց, որ $\angle MN\beta + \angle MN\gamma = 180^\circ$

α հարթ. վրա վերցնենք MN-ին չպատկանող որևէ A կետ և այդ կետից MN-ին տանենք AH ուղղահայացը։

H կետից γ և β կիսահարթություններում տանենք HF և HE ուղղահայացները։

Քանի որ β-ն և γ-ն միևնույն հարթության կիսահարթություններ են, ~~այդ~~ ապա H կետից MN ուղղին կտանենք մեկ ուղղահայաց, այսինքն HE-ն և HF ուղիղները համընկնում են։ EF և AH հատվող ուղիղներով տանենք EAF հարթությունը, որտեղ $\angle FHE = \angle FHA + EHA = 180^\circ = \angle MNF + \angle MNE$

170.



$BB_1 \perp \alpha$

$BH \perp AC$

$AB = 2\sqrt{5}$

$\angle BAC = 150^\circ$

$\angle BACB_1 = 45^\circ$

Գտնել BB_1-ը և BH-ը

BHB_1-ը հանդիսանում $BACB_1$ երկնիստ անկյան գծային անկյունը

$\left(\begin{cases} BH \perp AC \\ BB_1 \perp \alpha \end{cases} \Rightarrow HB_1 \perp AC\right)$; պայմանից $\angle BHB_1 = 45^\circ$:

HBC ուղղ. եռ., որտեղ $\angle BAC = 150^\circ$, ապա $\angle HAB = 30^\circ$; $\Rightarrow$

դիտարկենք ΔHBA-ն

$\left.\begin{matrix} \angle BAH = 30^\circ \\ \angle BHA = 90^\circ \\ AB = 2սմ \end{matrix}\right\} \Rightarrow HB = 1սմ$

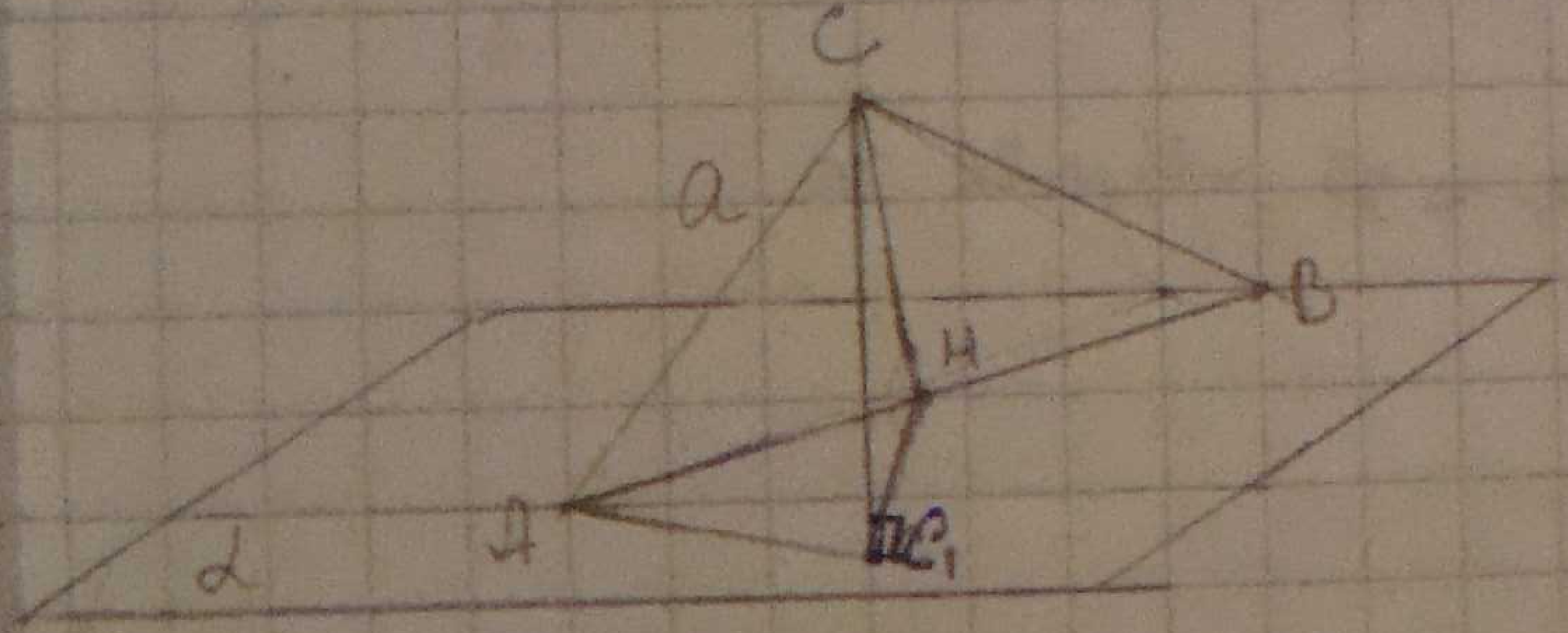
դիտարկենք ΔBB_1H-ը

$\left.\begin{cases} \angle BHB_1 = 45^\circ \\ \angle BB_1H = 90^\circ \\ AB = 1 \end{cases}\right\} \Rightarrow BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Այսպիսով. $BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$սմ, $BH = 1$սմ

Պատ.՝ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ սմ և 1 սմ:

171.



$\angle ACB = 90^\circ$
$AC = CB$
$CC_1 \perp \alpha$
$CH \perp AB$
$\angle CAC_1 = 30^\circ$

$\angle CHC_1$ - ?

ACB հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի էջը a է:

դիտարկենք ΔACH-ը:

$\left.\begin{matrix} \angle ACB = 90^\circ \\ CH \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AH = CH = (BH) \Rightarrow \angle CAH = \angle ACH = 45^\circ \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{2}a}{2}$

դիտարկենք ΔACC_1-ը

$\left.\begin{cases} \angle AC_1C = 90^\circ \\ AC = a \\ \angle CAC_1 = 30^\circ \end{cases}\right\} \Rightarrow CC_1 = \frac{a}{2}$

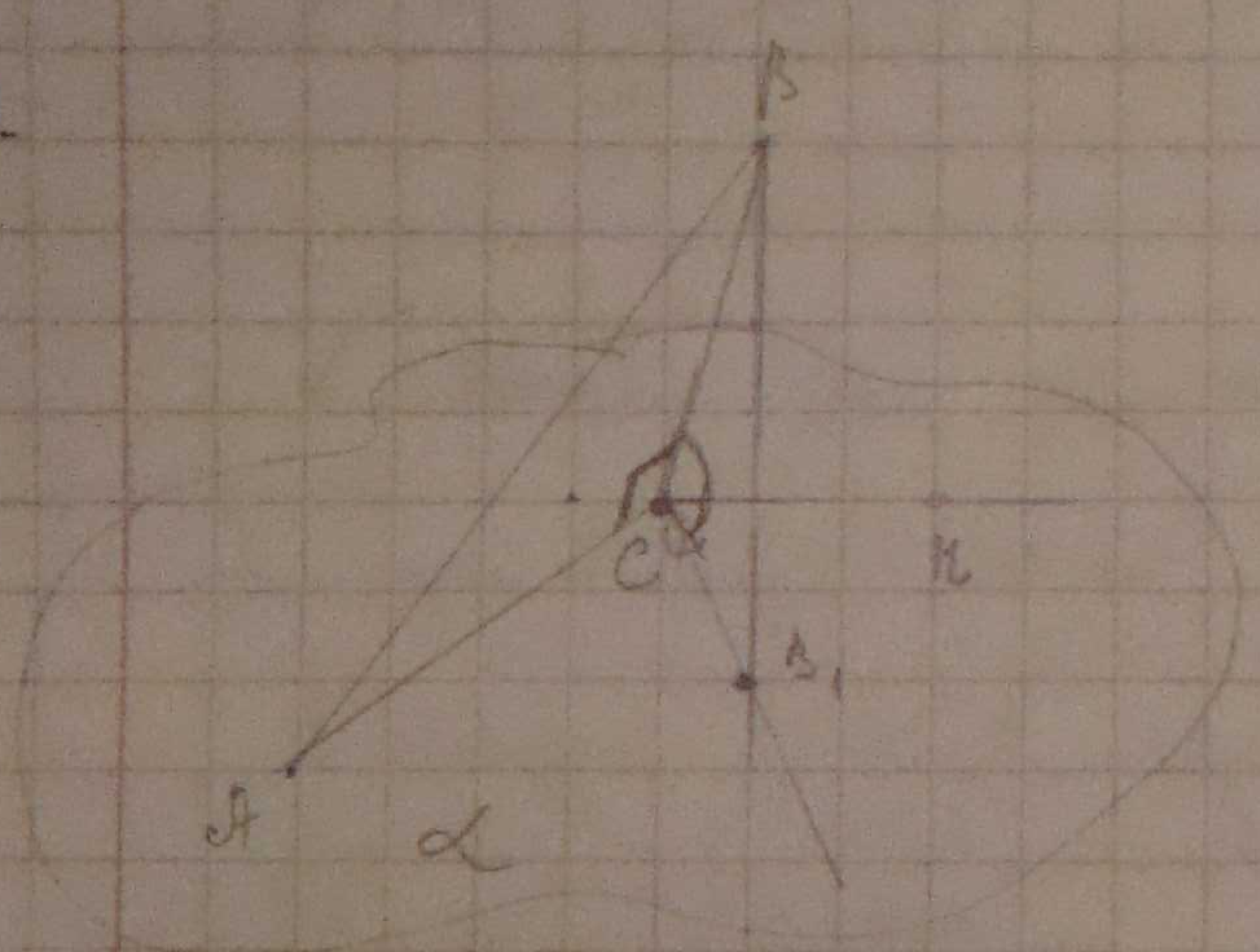
Դիտարկենք $\triangle CHC_1$-ը

CHC_1-ը α-ն է

$\sin\alpha = \frac{CC_1}{CH} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Պատ․: 45°

172



$\angle ACB = 90^\circ$

$CH \perp AC$

$\angle BCH = 60^\circ$

$AC = 5$ սմ, $AB = 13$ սմ

BB_1 - ?

Կառուցենք ~~BACB₁~~ = (AC) ⊥ գծ. երկնիստ!

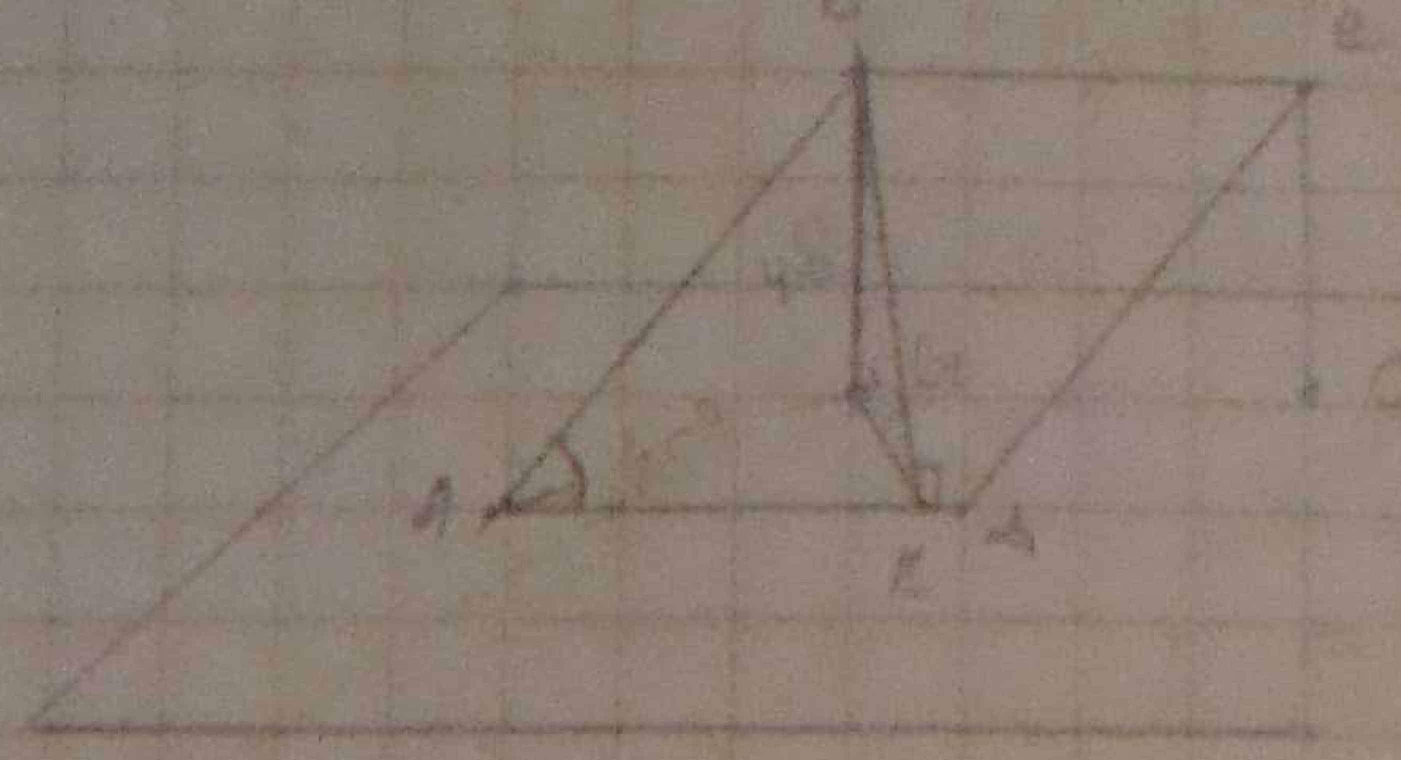
$\left.\begin{matrix} BC \perp AC \\ BB_1 \perp \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC \perp CB_1 \Rightarrow \angle BCB_1$-ը գծ. անկյունն է

Դիտարկենք $\triangle ABC$

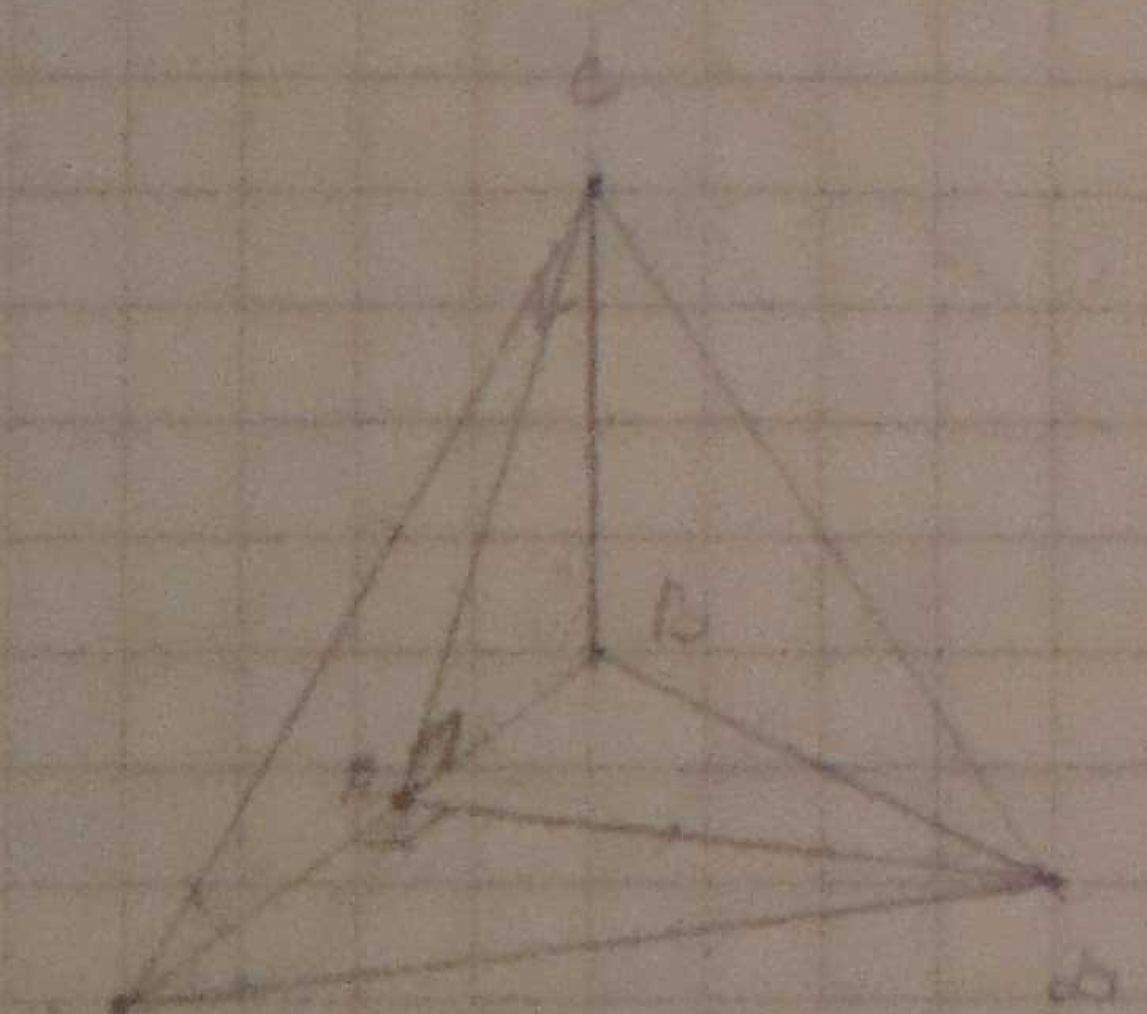
$\left.\begin{matrix} AB = 13 \text{ սմ} \\ AC = 5 \text{ սմ} \end{matrix}\right\} \Rightarrow CB = 12$ սմ

Դիտ. $\triangle BCB_1$-ը

$\left.\begin{matrix} \angle BCB_1 = 60^\circ \\ CB = 12 \text{ սմ} \end{matrix}\right\} \Rightarrow BB_1 = 6\sqrt{3}$



$\angle BKB_1$



$AB = 10\sqrt{3}$

$\angle CKD = 90^\circ$

Дан. 5 $\triangle ABC$

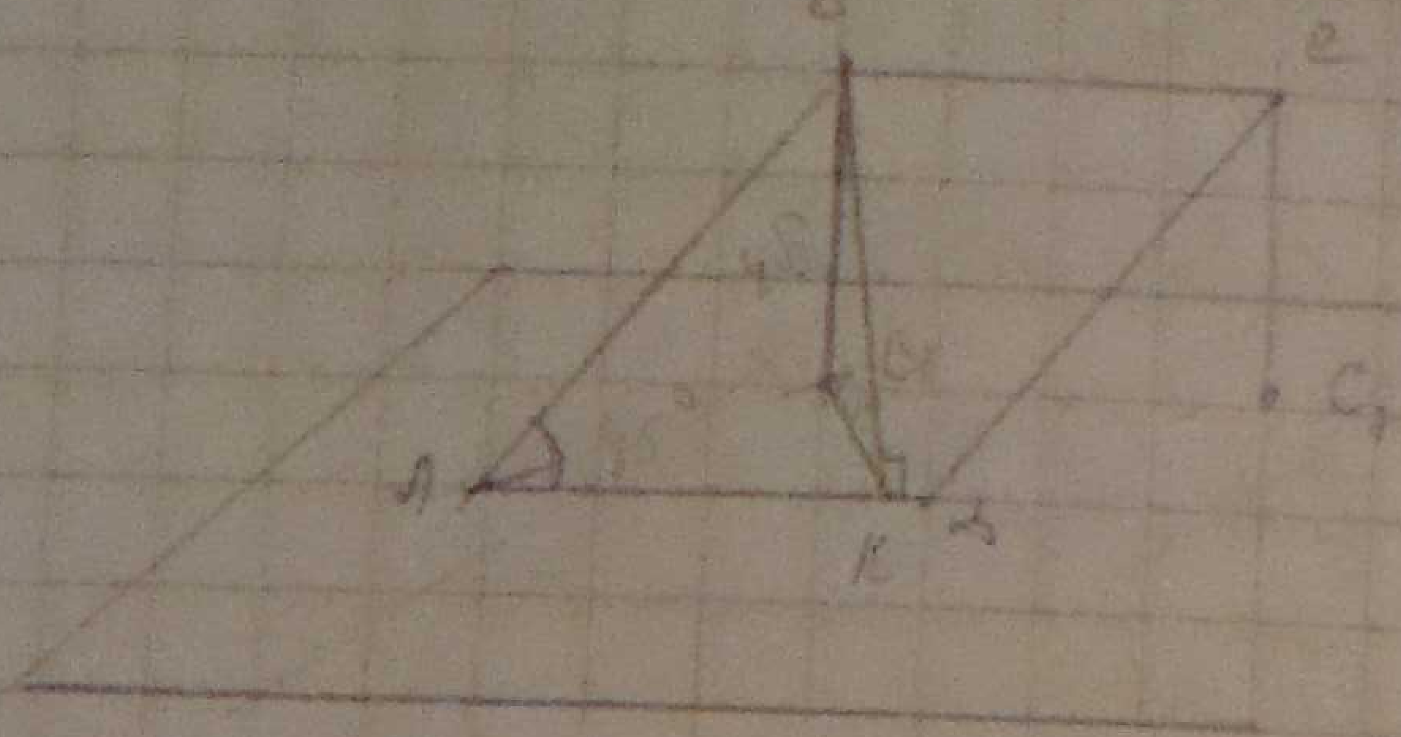
$AK = 5$

$\angle CAK = 60^\circ$

$\Rightarrow$ tg 60°

А) $CK = 5$

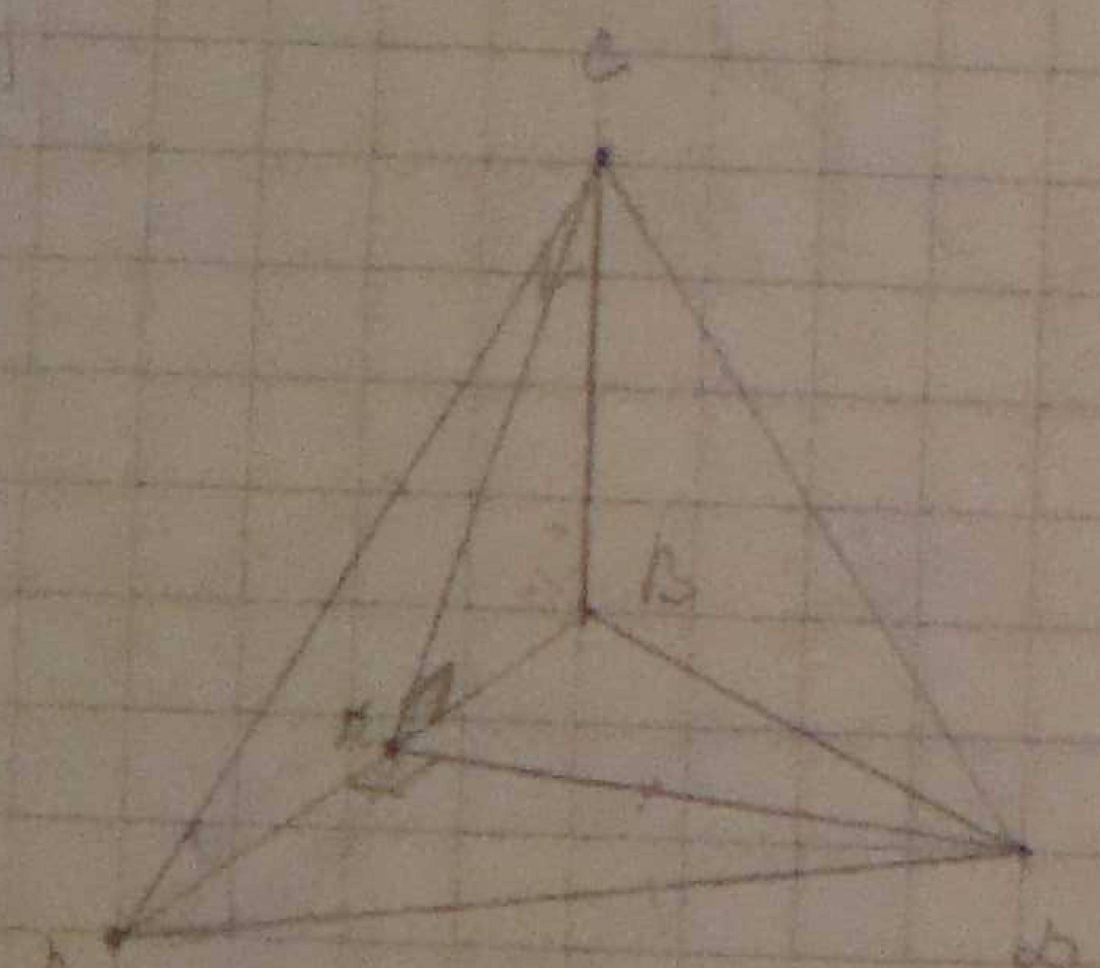
C_D $5\sqrt{3}$



$\angle BKA$ [illegible]

$BK =$ [illegible] 8

$AB =$ [illegible] $8\sqrt{2}$



$(ABD) \perp (BCD)$

$AB = 10$ [illegible]

ш) [illegible]

$\angle CKD = 90^\circ$

jnS. 5 ΔABC

$AK = 5$

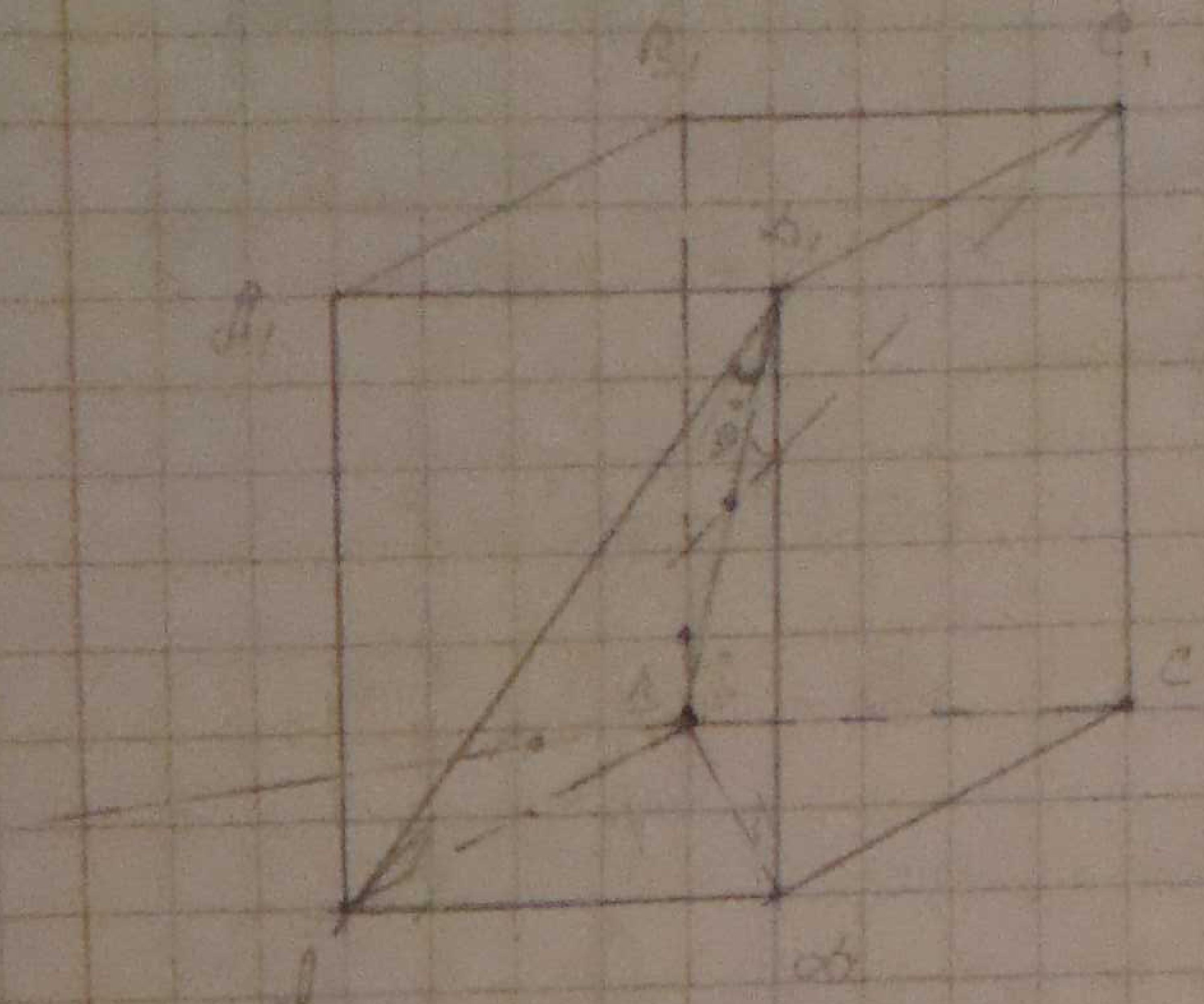
$\angle CAK = 60^\circ$

$\Rightarrow 5 \ tg 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow 5\sqrt{3}$

б) $CK = 5$

CD $5\sqrt{2}$

195.



$AC_1 = 12$

$\angle BD_1A = 30^\circ$

$\angle BD_1D = 45^\circ$

$BD_1 = AC_1 = 12$

6 ...

$DD_1 = 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

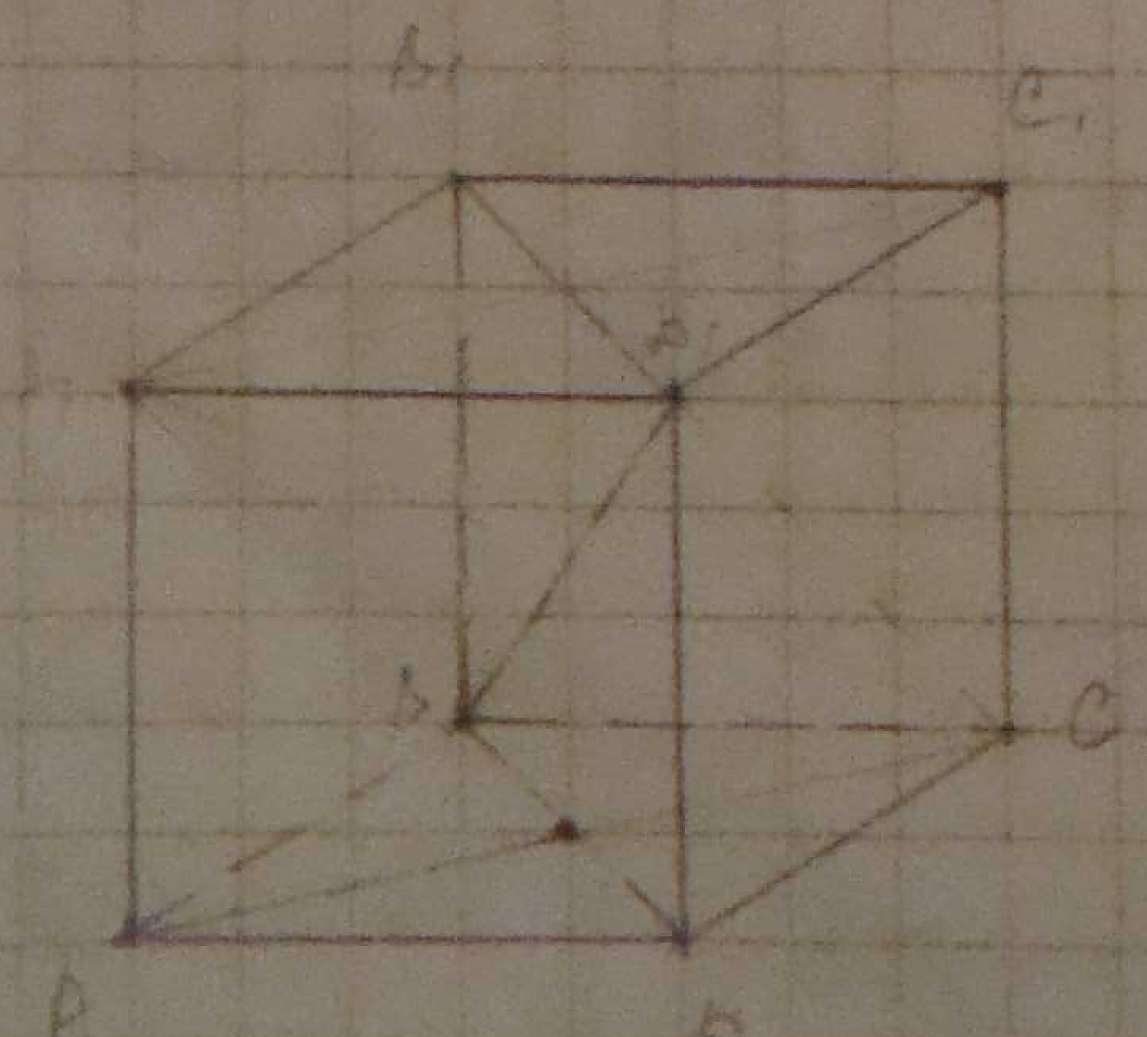
$AB = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$

12 $144 = 72 + 36 + x^2$

$x^2 = 36$

$x = 6$

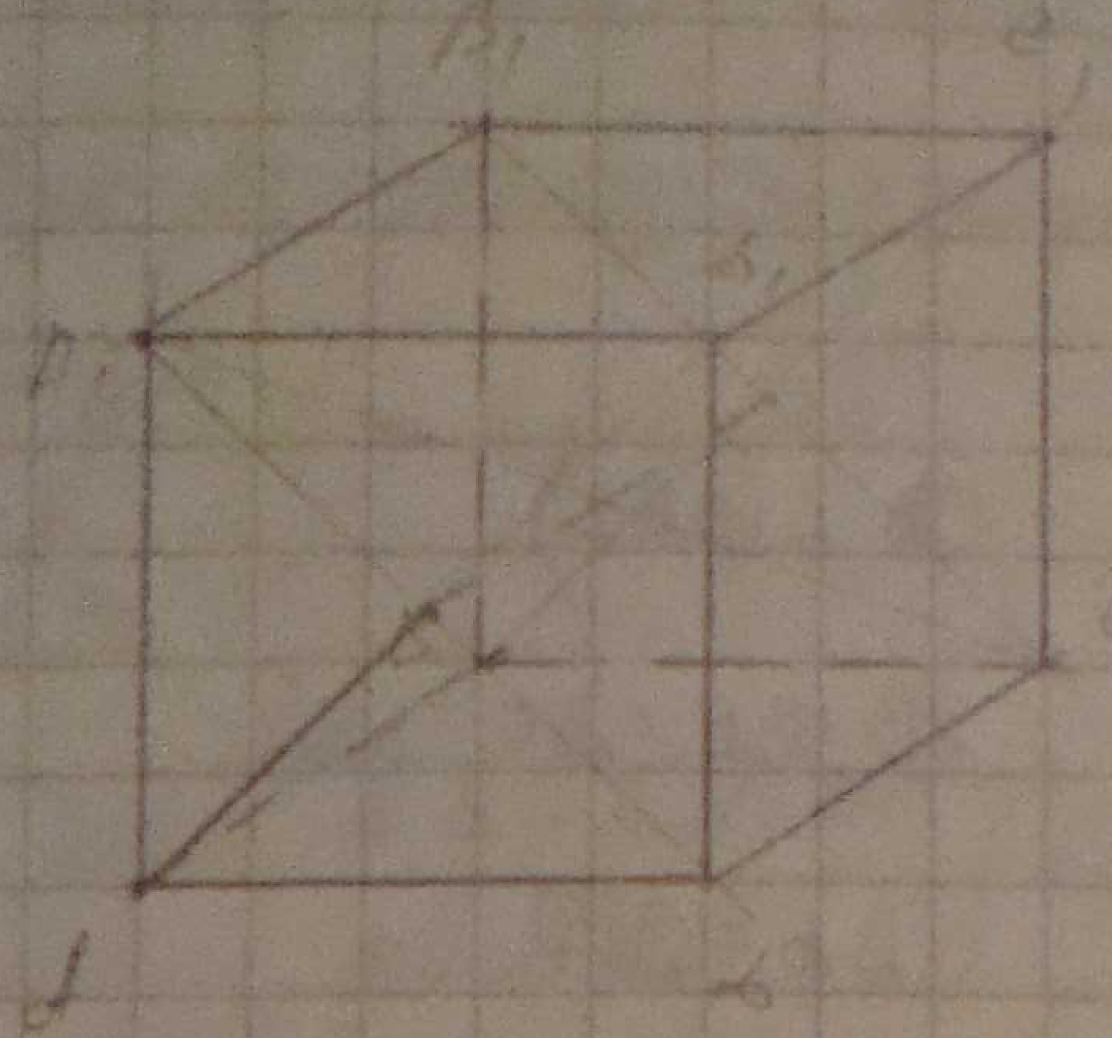
196.

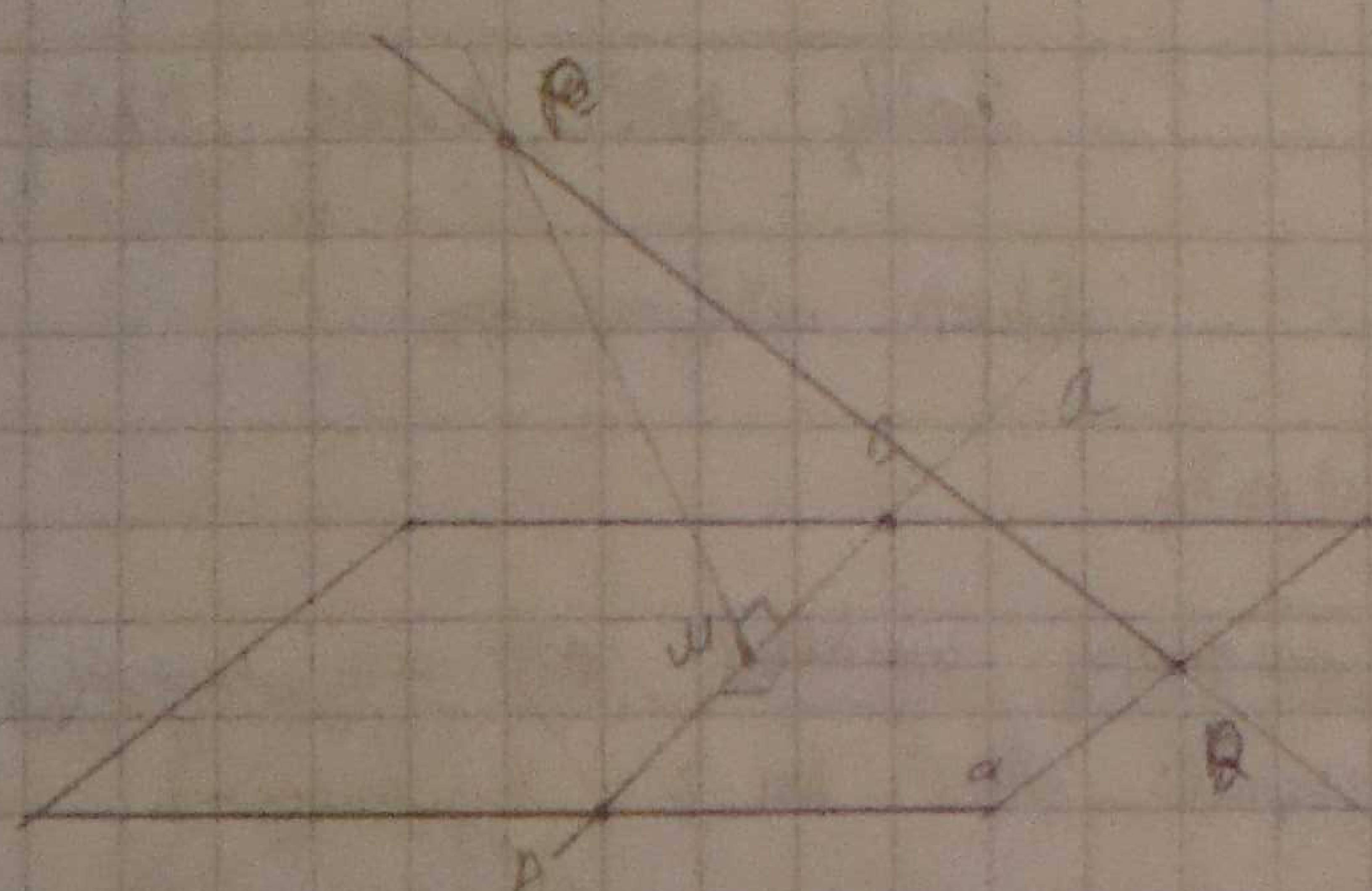


AA_1C_1C

A)

№1





$(\widehat{AB, PQ}) = ?$

$PA = PB \Rightarrow PM \perp AB$ и $AM = MB$

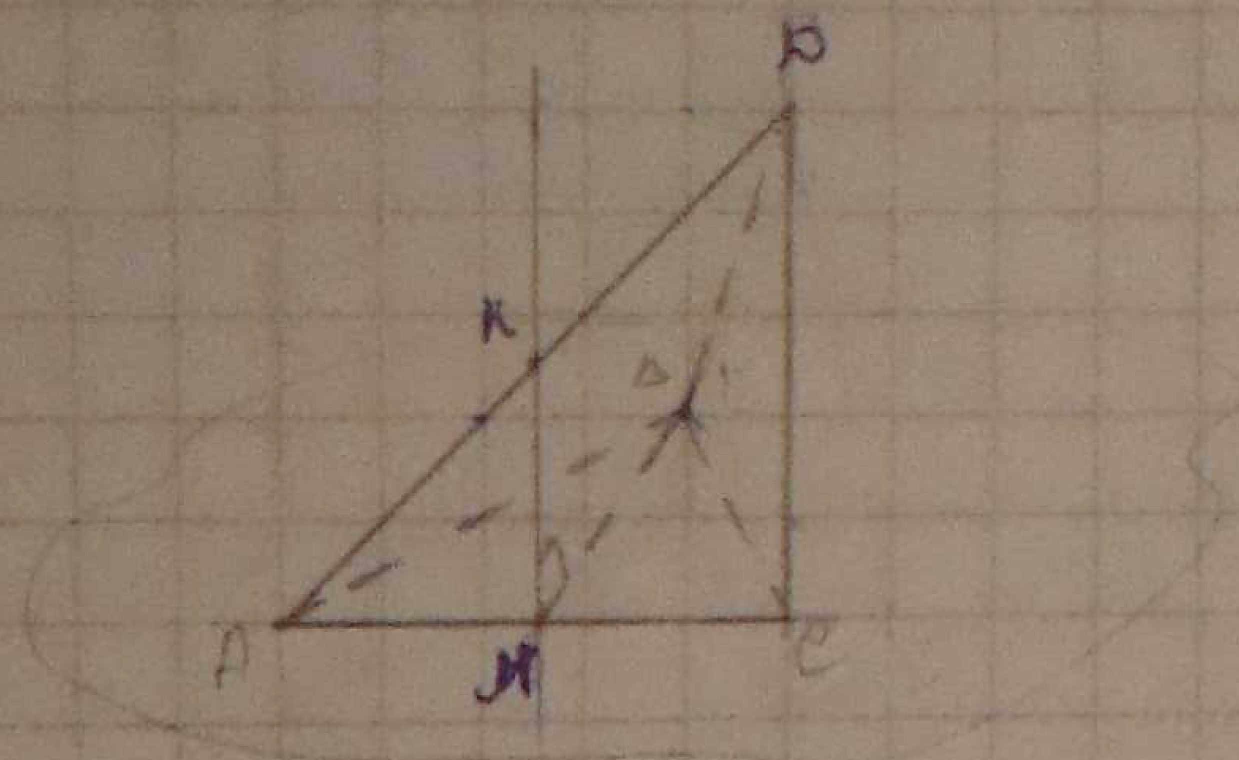
$QA = QB$ и $AM = BM \Rightarrow QM \perp AB$

$\left.\begin{array}{l} AB \perp PM \\ AB \perp MQ \end{array}\right\} \Rightarrow AB \perp MPQ \Rightarrow$ $PQ \subset MPQ \Rightarrow 90^\circ$

$AB \perp PQ$

187 200, 202 – 210

173.



$CD \perp (ABC)$

$AB = BC = AC = 6\sqrt{2}$

$BD = 3\sqrt{7}$

Գտնել $\angle DACB$, $\angle DABC$, $\angle BDCA$ երկ-

նիստ անկյունները

ա) Գտնել $\angle DACB$ երկնիստ անկյունը

ABC հավասարակողմ եռ-ի B գագաթից տանենք BM ուղղահայացը, որը AC կողմը կիսում է M միջնակետում: ABC եռ-ի հարթությ-ում

M կետում կանգնեցնենք AC-ին ուղղ. ուղիղ՝ MK-ն: Քանի որ

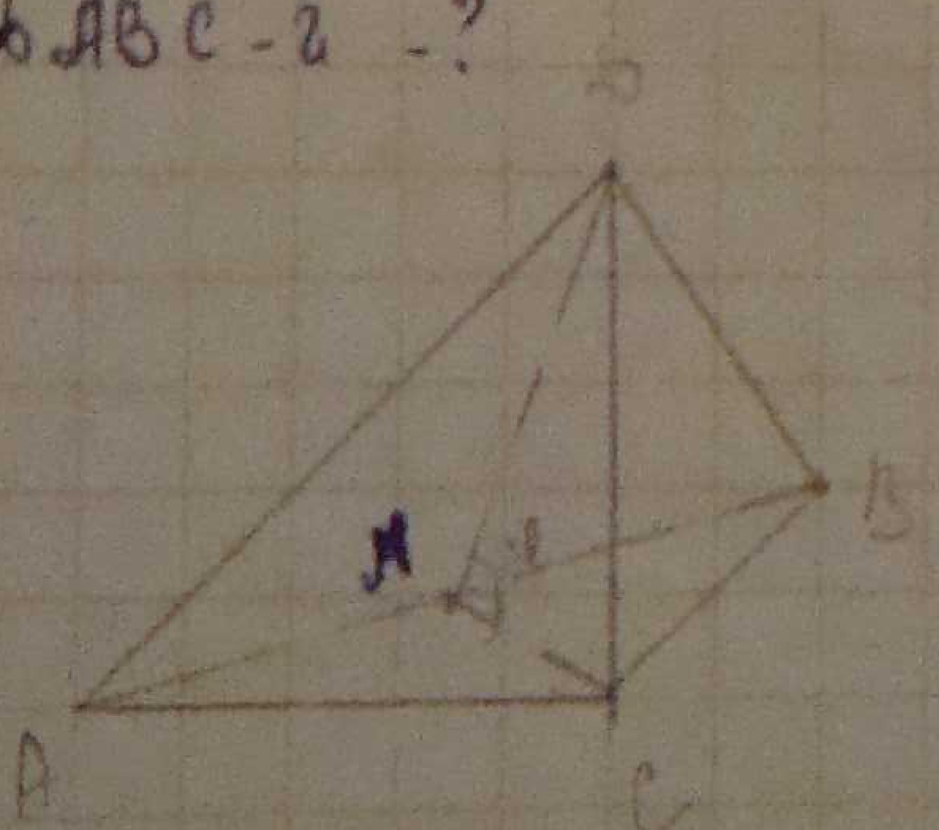
$DC \perp AC$; $KM \perp AC \Rightarrow KM \parallel DC$

$AM = MC \Rightarrow AK = KD$ (ըստ Թալեսի թ-մ:

Այսպիսով KMB-ն $\angle ACB$ երկնիստ անկյան գծային անկյունն է.

Քանի որ $\left.\begin{matrix} DC \perp ABC \\ KM \parallel DC \end{matrix}\right\} \Rightarrow KM \perp (ABC) \Rightarrow KM \perp KB \Rightarrow \angle KMB = 90^\circ$

բ) $\angle DABC$-ն -?



Տանենք ABC եռ. մեջ բարձրություն CM

Ըստ պայմանի: $\left.\begin{matrix} CM \perp AB; AC = CB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AM = MB$

Մյուս կողմից $\left.\begin{matrix} DC \perp (ABC) \\ MC \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow MC \perp DM \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DMC$-ն $\angle ABC$ երկնիստ անկ-

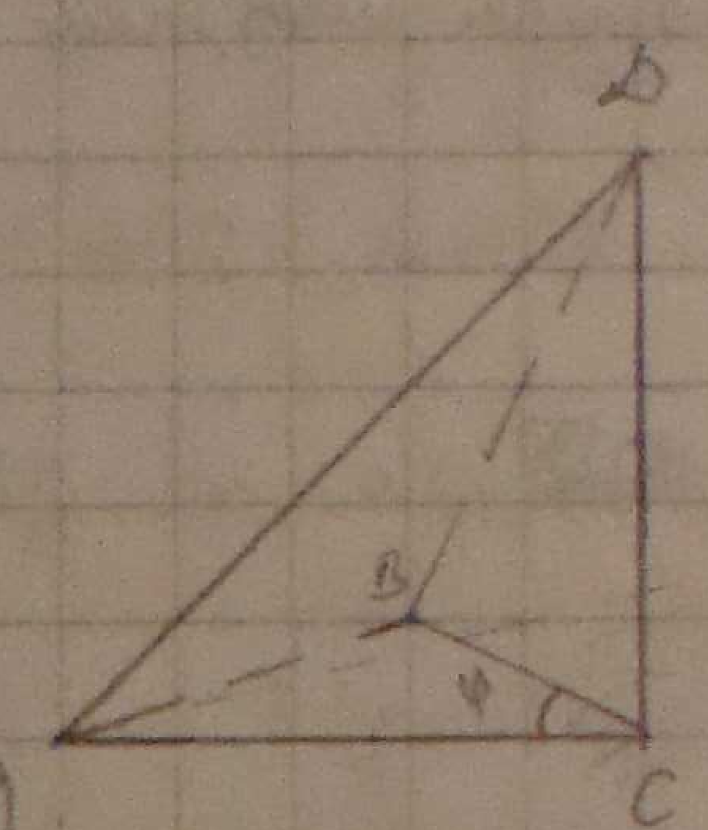
Յան գծային անկյունն է:

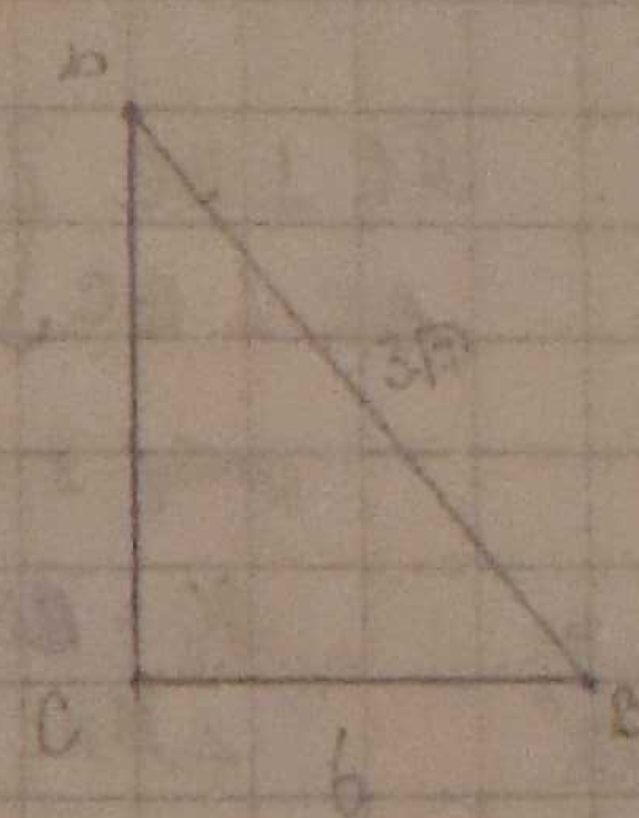
Որտե $AC = AB = CB = 6$, ապա $MC = 3\sqrt{3}$.

$$\left.\begin{aligned} DB &= 3\sqrt{7} \\ CB &= 6 \\ DC &\perp CB \end{aligned}\right\} \Rightarrow DC = 3\sqrt{3}$$

Որտե $\left.\begin{aligned} DC &= 3\sqrt{3} = MC \\ DC &\perp MC \end{aligned}\right\} tg\,\alpha = 1 \Rightarrow \angle\varphi = 45^\circ$

գ) $BDCA$ -ն -?





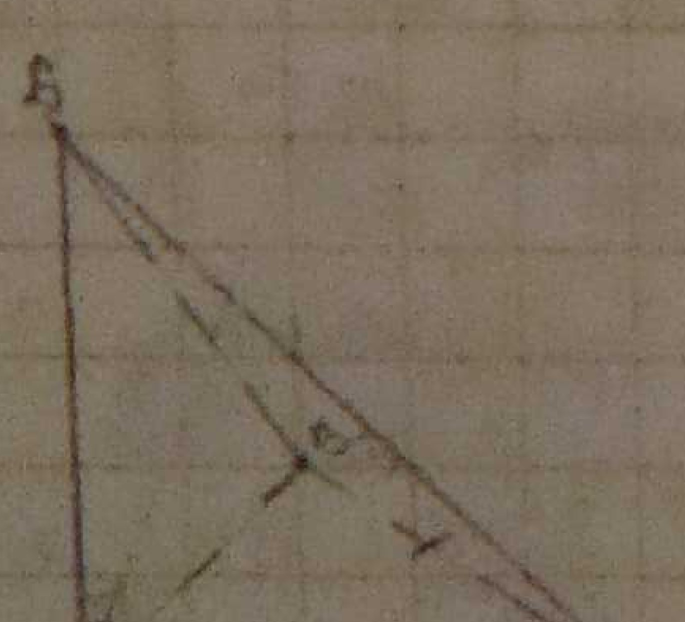
DBC եռ. մեջ B գագաթից DC-ին տանենք ուղղա- հայաց, որը կհանդիսանա DBC ուղ. եռ.-ի CB էջի հետ DCB ուղ. եռ. մեջ C կետից

տարված ուղղահայացը կհանդիսանա AC էջի հետ:

Որտե $\left.\begin{aligned} CB &\perp DC \\ AC &\perp DC \end{aligned}\right\} \Rightarrow ACB$-ն $BDCA$ երկնիստ անկյան գծային անկյունն է:

Քանի որ φ անկյունը ABC եռ.-ի անկյունն է և ABC-ն հավասարա- կողմ է $\Rightarrow \angle\varphi = 60^\circ$:

174

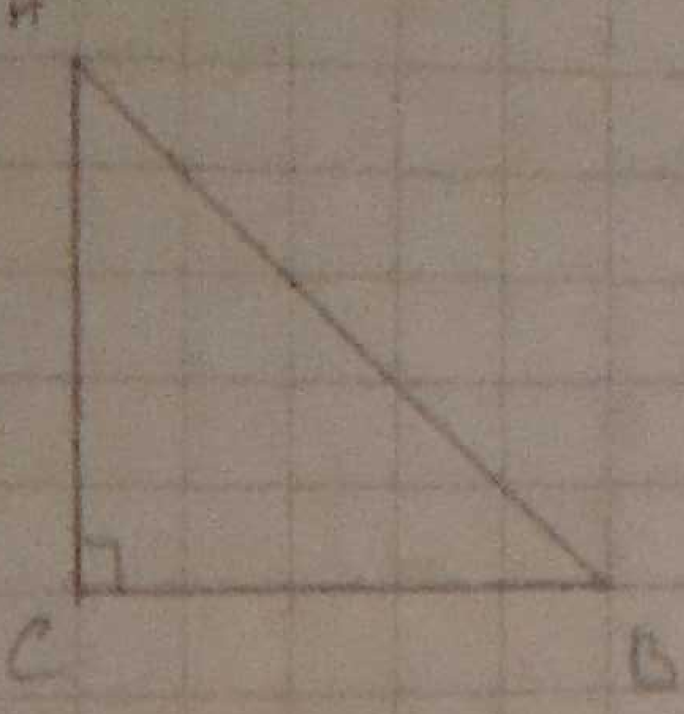


$\angle ACB = \angle DAB = \angle DAC = 90^\circ$

$AC = CB = 5$

$BD = 5\sqrt{5}$

Գտնել $ABCD$ երկնիստ անկյունը



ի-ից որ $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AC \perp CB$

Ըստ հայտանիշի $\left.\begin{array}{l} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow AD \perp (ABC)$

$\left.\begin{array}{l} AD \perp (ABC) \\ AC \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp CD$:

Այսպիսով. $\left.\begin{array}{l} AC \perp BC \\ DC \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow \angle ACD$-ն $\overset{ABCD}{\text{գծային}}$ անկյունն է:

Դիտ. 5 ΔABC

~~$DB = 5\sqrt{5}$~~, $\angle DAB = 90^\circ$

$\left.\begin{array}{l} AC = CB = 5 \\ \angle BAC = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow AB = 5\sqrt{2}$

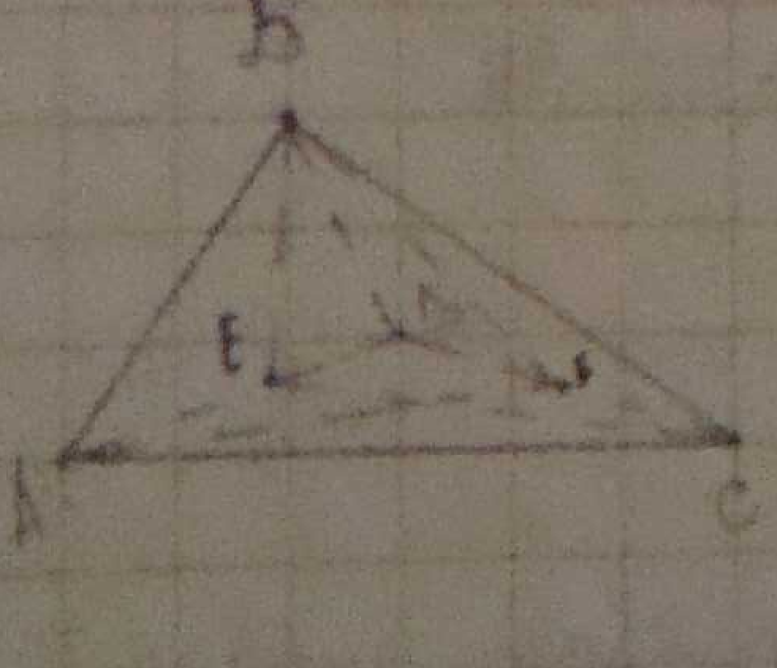
Դիտ. 5 ΔABD-ն

$\left.\begin{array}{l} AB = 5\sqrt{2} \\ BD = 5\sqrt{5} \\ \angle BAD = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow AD = 5\sqrt{3}$

Դիտ. 5 ΔADC-ն

$\left.\begin{array}{l} AD = 5\sqrt{3} \\ AC = 5 \\ \angle DAC = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow tg\,\varphi = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$

175



Քառանիստի բոլոր կողերը a են

Գտնել բոլոր երկնիստ անկյունները = են

Կառուցենք համապատասխան երկու երկնիստ անկյունները։ Դիտենք ΔABC-ն և ΔBCA-ն։ Դիտարկենք համապատասխանաբար DEC և DFA գծային անկյունները։

$AD = DB = DC = AB = BC = CA = a \Rightarrow \Delta ADB = \Delta CDB = \Delta ABC \Rightarrow$ ... որ նաև

որ $DE \perp AB$, $DF \perp BC$, $AF \perp BC$, $CE \perp AB \Rightarrow DE = DF = AF = CE$

$\left.DE = DF = CE = AF\right\} \Rightarrow \Delta DEC = \Delta DFA$ (երեք կողմ հավասար) $\Rightarrow$

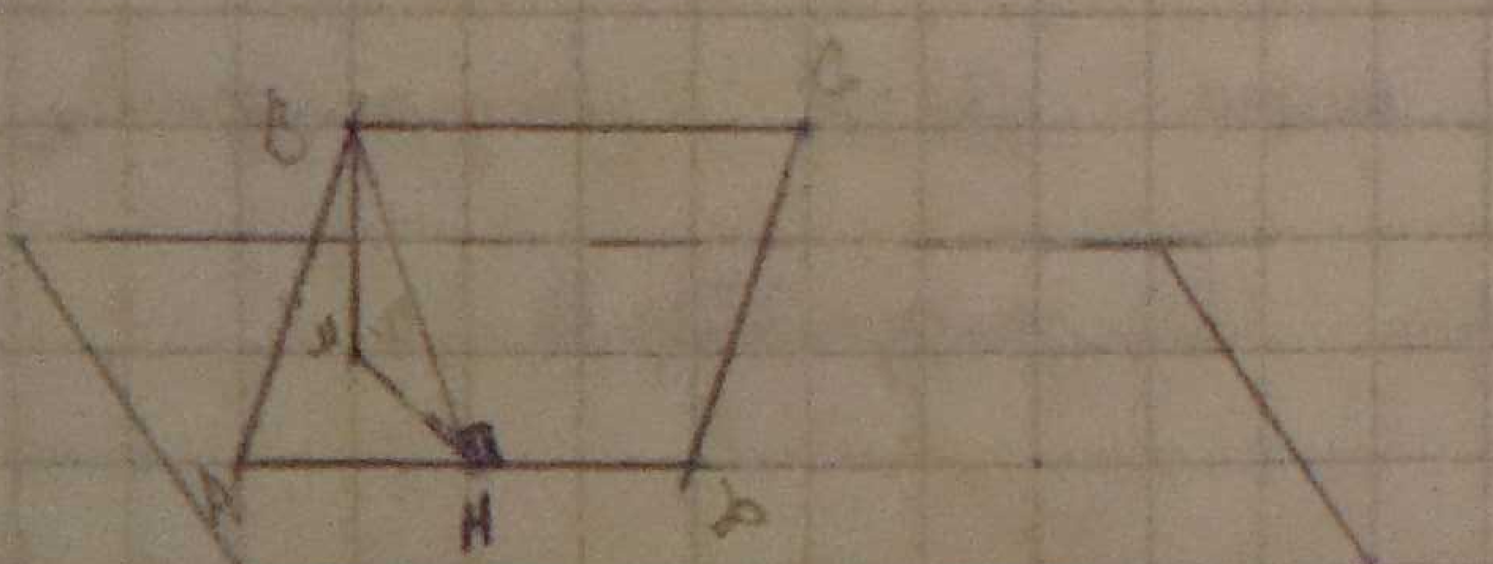
$AD = DC = a$

$\Rightarrow \angle DEC = \angle DFA$։

Քանի որ անկյունները հավասար են համապատասխանաբար, ապա ...

5 երկ. անկյունները նույնպես = են։

176.



$AB = BC = CD = AD$

$AB \parallel CD$

$\angle BAD = 45^\circ$

$\angle BADM = 60^\circ$

$BM = 4\sqrt{3}$

$AB - ?$

B գագաթից տանենք BH ուղղահայաց AD հարթ.

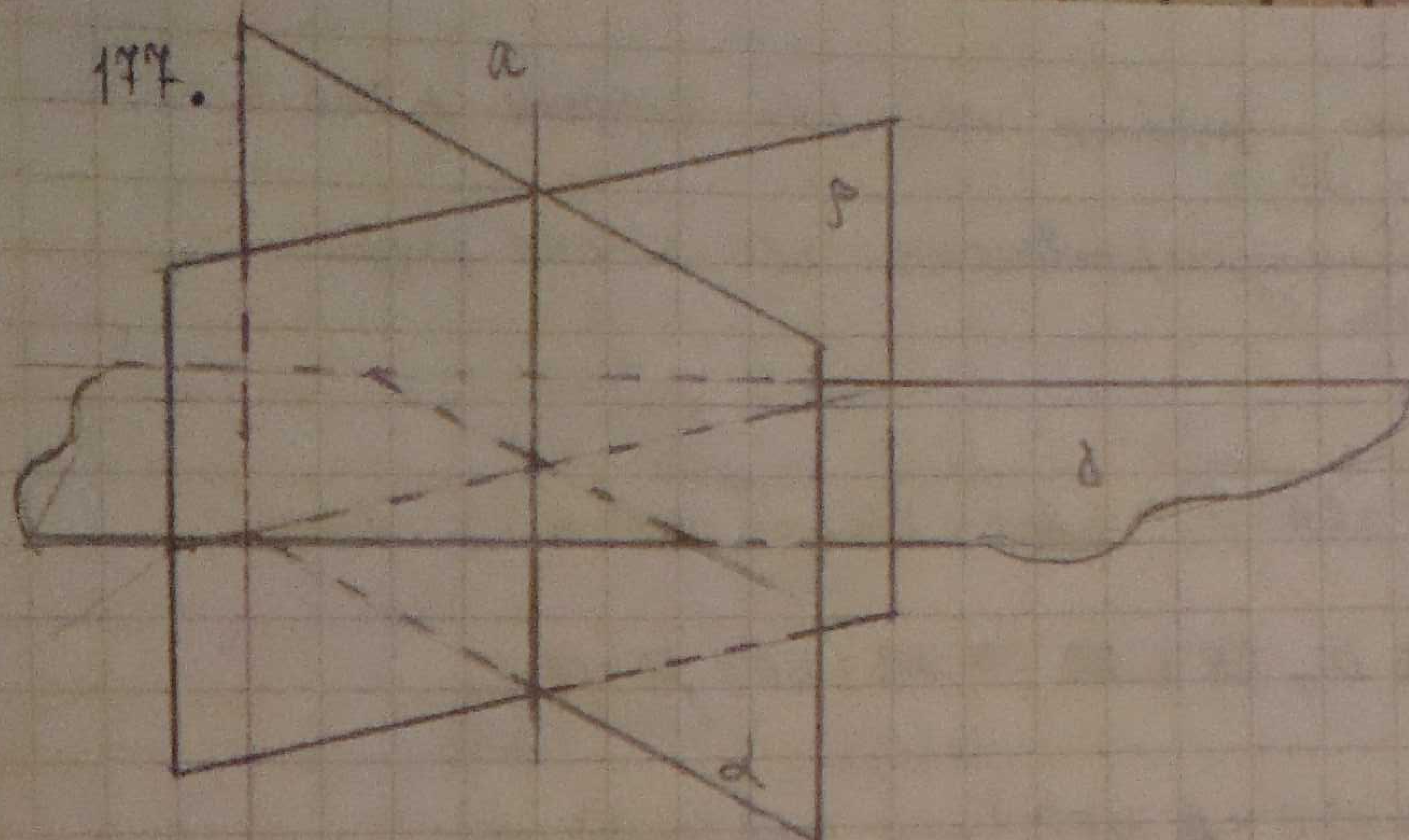
կունենք: $BH \perp (ADM)$, $BH \perp AD \Rightarrow$

$\Rightarrow AD \perp MH$: $\angle MHB = \angle BADM = 60^\circ$

Դիտարկենք ΔBMH-ը

$\left.\begin{array}{l} BM = 4\sqrt{3} \\ \angle BMH = 90^\circ \\ \angle BHM = 60^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow BH = 8$

Դիտարկենք ΔABH-ը $\left.\begin{array}{l} \angle BHA = 90^\circ \\ \angle BAH = 45^\circ \\ BH = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow AB = 8\sqrt{2}$

177. 

α-ն և β-ն հատվում են a-ով

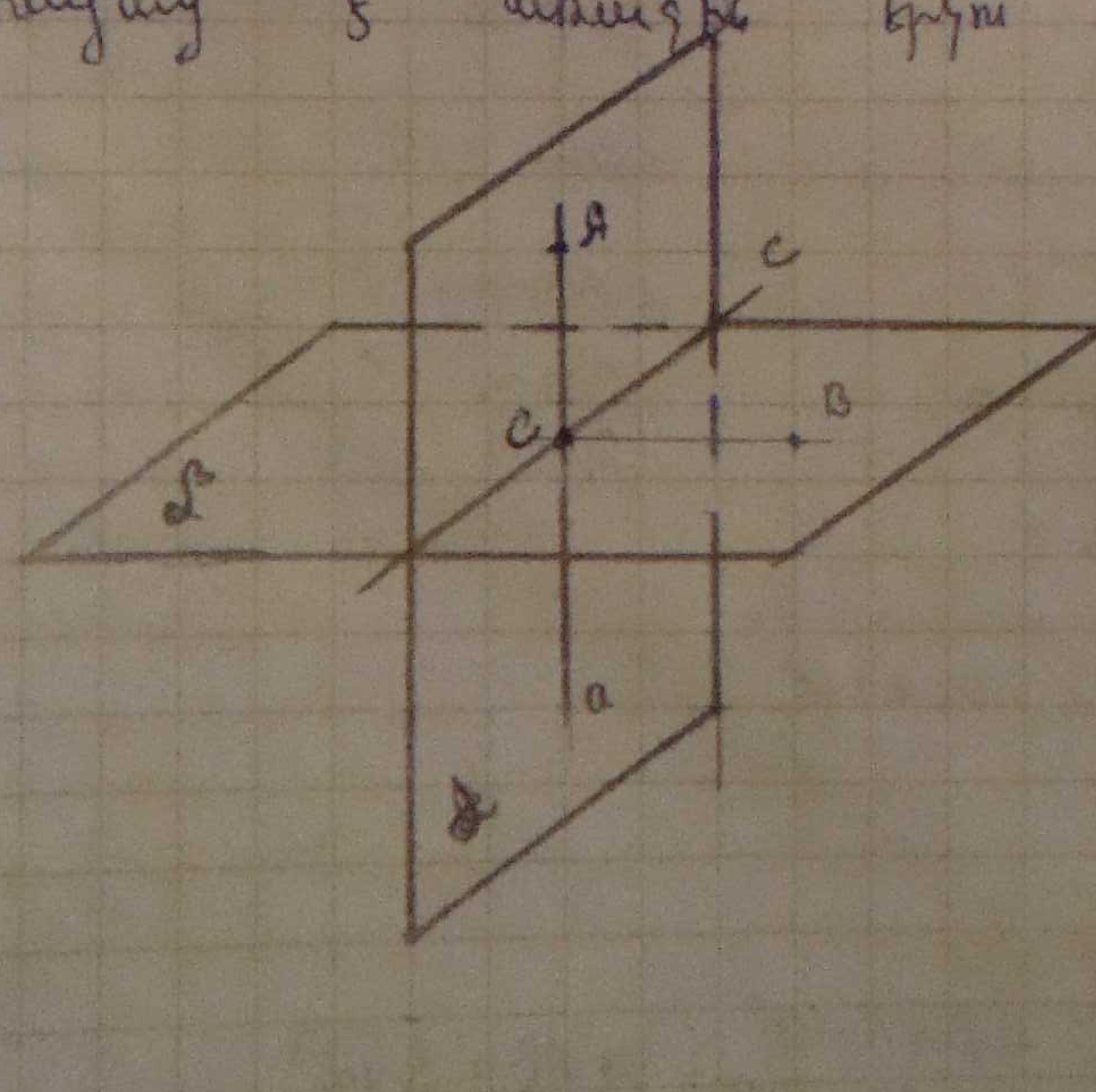
a ուղիղ: $\gamma \perp a$

Ապ. որ $\gamma \perp \alpha$ և
$\gamma \perp \beta$

Նախ դիտարկենք α և γ հարթությունները: $\left.\begin{array}{l} a \subset \alpha \\ a \perp \gamma \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha \perp \gamma$

Նույն կերպ $\left.\begin{array}{l} a \subset \beta \\ a \perp \gamma \end{array}\right\} \Rightarrow \beta \perp \gamma$:

Ապացուցել. եթե երկու հարթությունների հատման գիծc ուղղահայաց γ որևէ հարթության, ապա վերջինս հարթությունը ուղղահայաց է տրված երկու հարթություններին.

178 

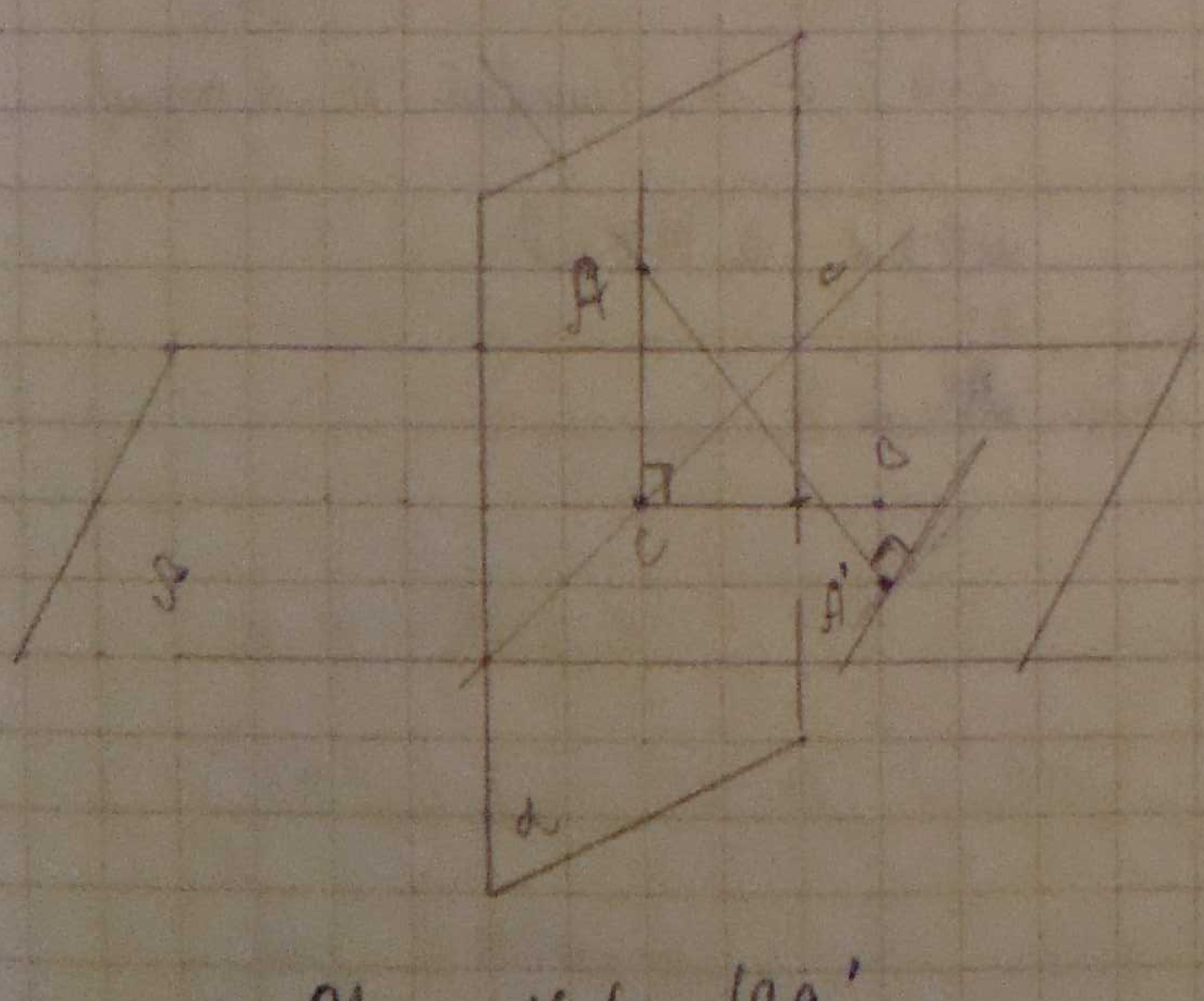
$\alpha \perp \beta$

$a \in \alpha$
$a \perp c$

Ապ. որ $a \perp \beta$

α հարթության մեջ տանենք c ուղղին ուղղահայաց AC ուղիղը, ընդ որում C ∈ c: C կետից β հարթության մեջ տանենք c-ին ուղղահայաց CB ուղիղը: Այսպիսով CA ⊥ c և CB ⊥ c ⇒ ⇒ ACB-ն կլինի երկնիստ անկյան (αβ) գծային անկյունը: Քանի որ ըստ պայմանի α ⊥ β ⇒ ∠ACB = 90° ⇒ CA ⊥ CB: Ստացվեց որ AC-ն ուղղ. է β-ի մեջ գտնվող երկու c և CB ուղիղներին, որոնք հատվում են ⇒ CA ⊥ β:

Հետևանք․ Երկու փոխուղղահայաց հարթություններից մեկին պատկանող ուղիղը, որը ուղղահայաց է այդ հարթությունների հատման գծին, ուղղահայաց է մյուս հարթությանը:



179

α ⊥ β
A ∈ α

AA' ⊥ β

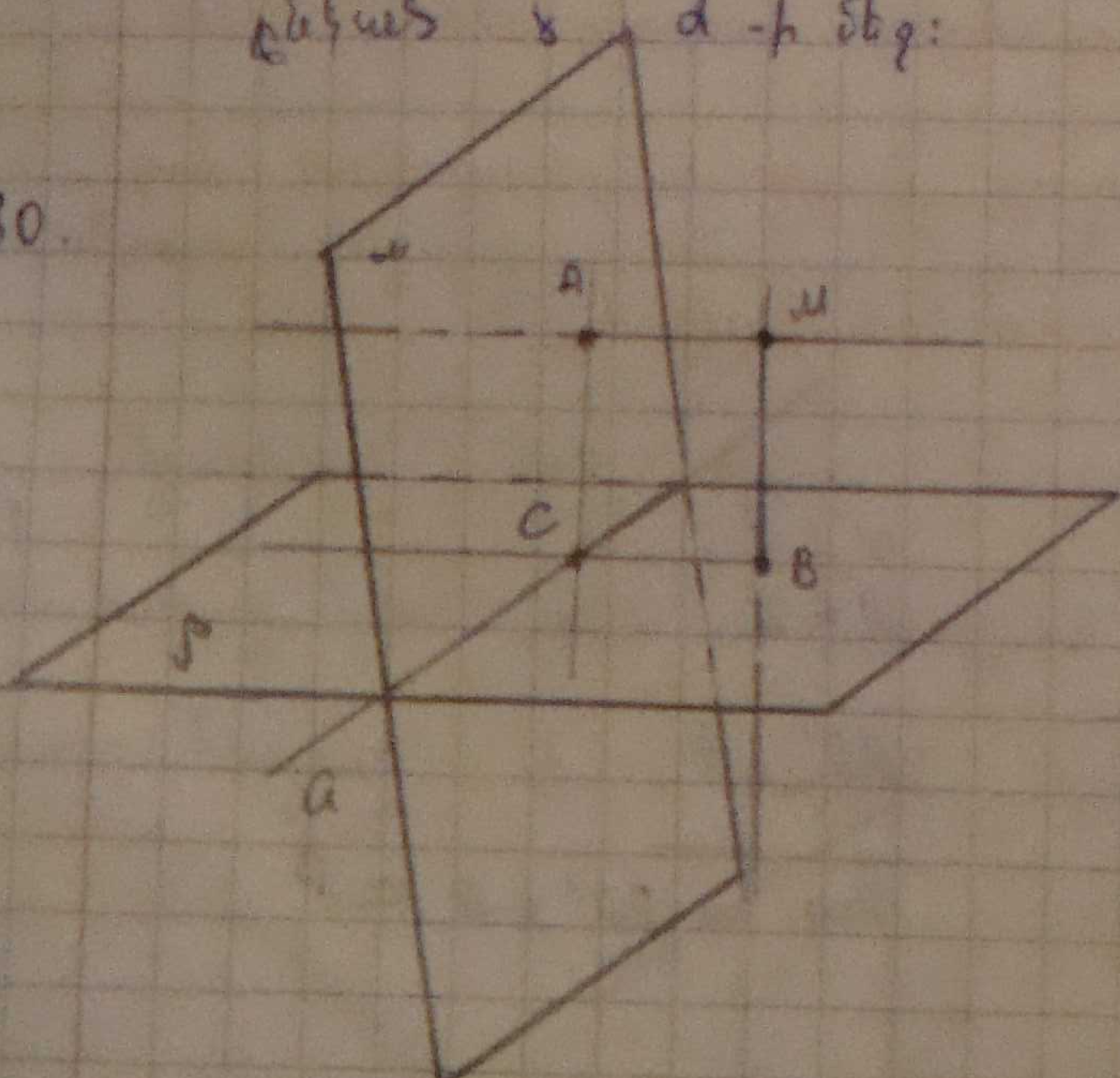
Ապ. որ AA' ⊥ β ⊂ β

(Ենթադրենք AA'-ը ուղղ. չէ չի)

Ենթադրենք AA' ⊄ α ⇒ A' β-ի մեջ գտնվող և c հատման գծի կետերից տարբեր կետ է: α հարթությունում A կետից c ուղղին տանենք AC ուղղահայաց, ընդ որում C ∈ c: C կետով

β հարթության մեջ տանենք c-ին ուղղահայաց CB-ն: Դիտարկված ACB-ն $(\alpha \perp \beta)$ երկնիստ անկյան գծային անկյունն է: Ըստ պայմ-ի $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CB$ և $AC \perp c \Rightarrow AC \perp \beta$: Ստացանք, որ [illegible] A կետից β հարթությանը կարելի է տանել երկու տարբեր ուղղահայաց ուղիղներ, ինչ աքսիոմին հակասում է: [illegible] իր [illegible] ուղղահայացները համընկնում են և AA'-ը ընկած է α-ի մեջ:

130.



Տրված է

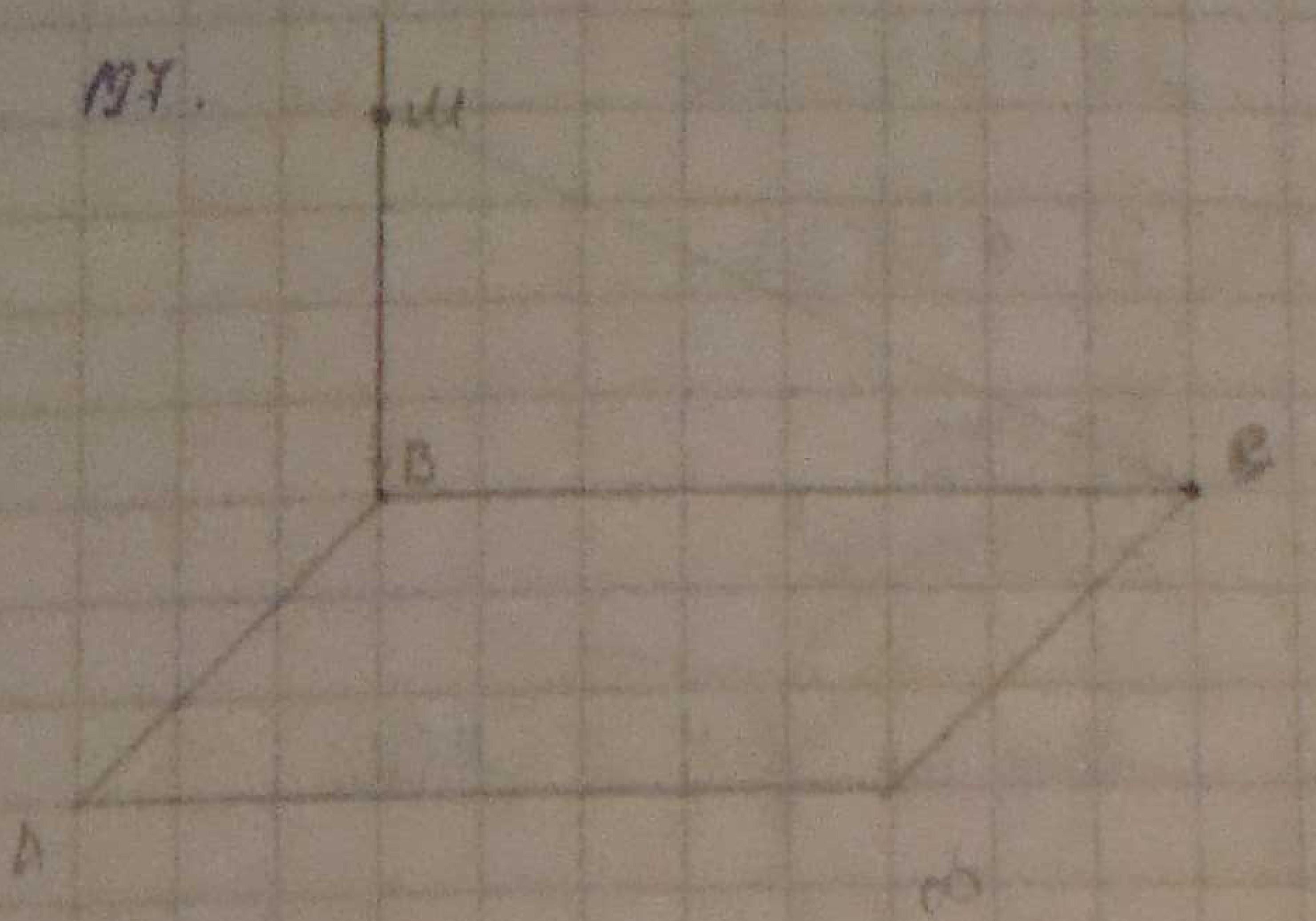
α-ն և β-ն հատվում են a ուղղով

$MA \perp \alpha$ և $MB \perp \beta$

Ապց. $AC \perp a$

14.09.2004թ.   Տնային աշխատանք

197.



Տրված է

$AB = CD$; $ABCD$ և $\angle BAD = 90^\circ$

$BM \perp ABCD$

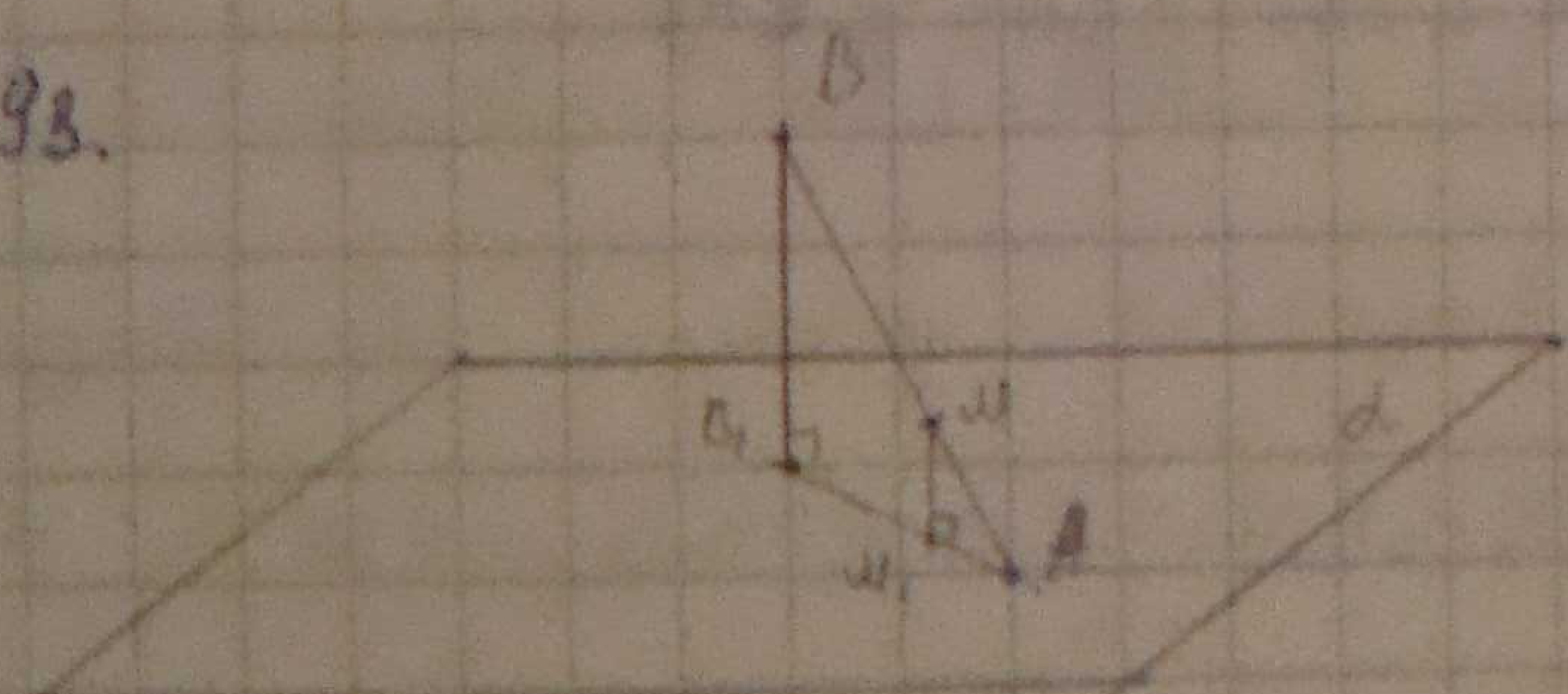
Ապաց. որ $CD \perp (MBC)$

$BM \perp (ABCD) \Rightarrow MB \perp BC$; $MB \perp AB$

Այստեղից, և քանի որ $AB \perp MB$ (և $AB \perp BC$) $\Rightarrow AB \perp (MBC)$

Ք-ն որ $AB \parallel CD \Rightarrow CD \perp (MBC)$

198.



Տրված է

$BB_1 \perp \alpha$; $BB_1 = 9$ սմ

$BM = 5x$; $AM = 4x$

$MM_1 - ?$

$M \in (ABB_1)$

$(ABB_1) \perp \alpha \Rightarrow M_1 \in AB_1$

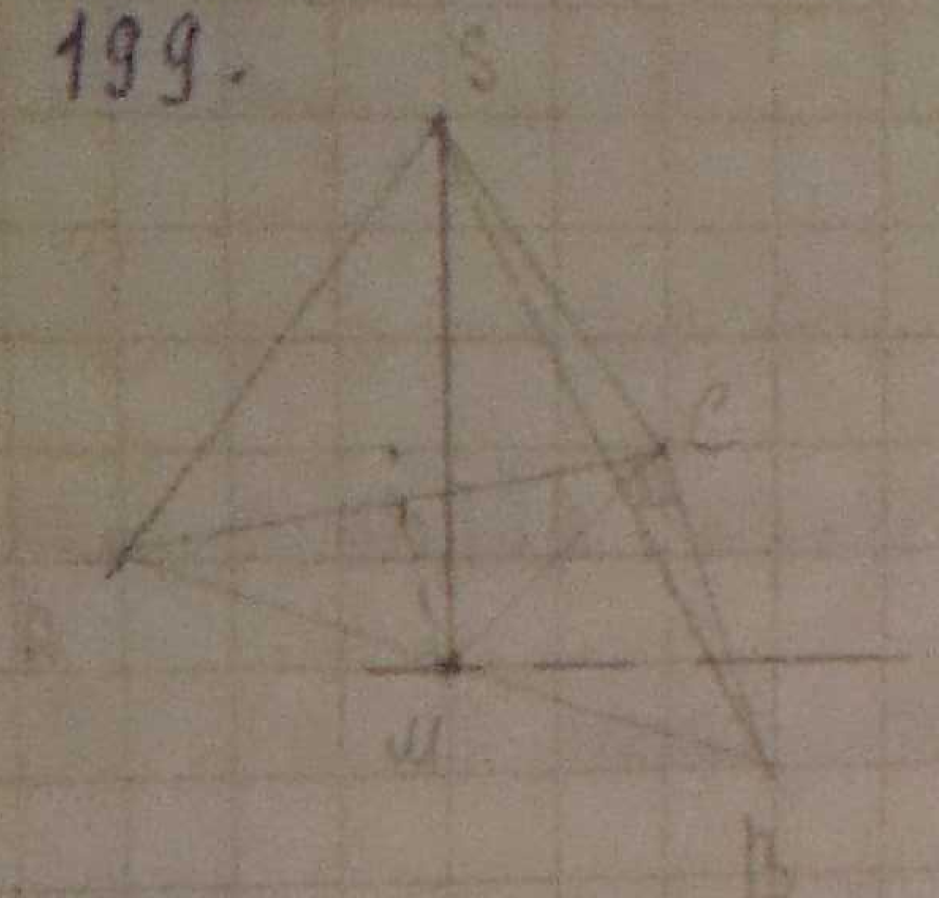
Դիտ. $\triangle ABB_1$-ը

Եզրակացնում, որ ABB_1 և AMM_1 եռ-ները նման են (քանի որ

$MM_1 \perp \alpha$, $BB_1 \perp \alpha \Rightarrow BB_1 \parallel MM_1$) $\Rightarrow \dfrac{4x}{9x} = \dfrac{MM_1}{BB_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow MM_1 = 4$

199.



Տրված է

$AS = SC = SB$

$S \notin (ACB)$

$AM = MB$

$\angle ACB = 90^\circ$

Ապաց. որ $SM \perp (ACB)$

ΔACB-ի ուղղանկյունության հատկության՝ ներքնա-

ձիգի միջնակետում՝ M-ում ⇒ որ M-ը հավասարահեռ է

A, C և B գագաթներից:

Բայց $\left.\begin{array}{l} AM = MB = MC \\ SA = SM = SC \\ SM\text{-ը ընդհանուր} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta AMS = \Delta BMS = \Delta CMS$

Դիտարկենք ΔASB-ն.

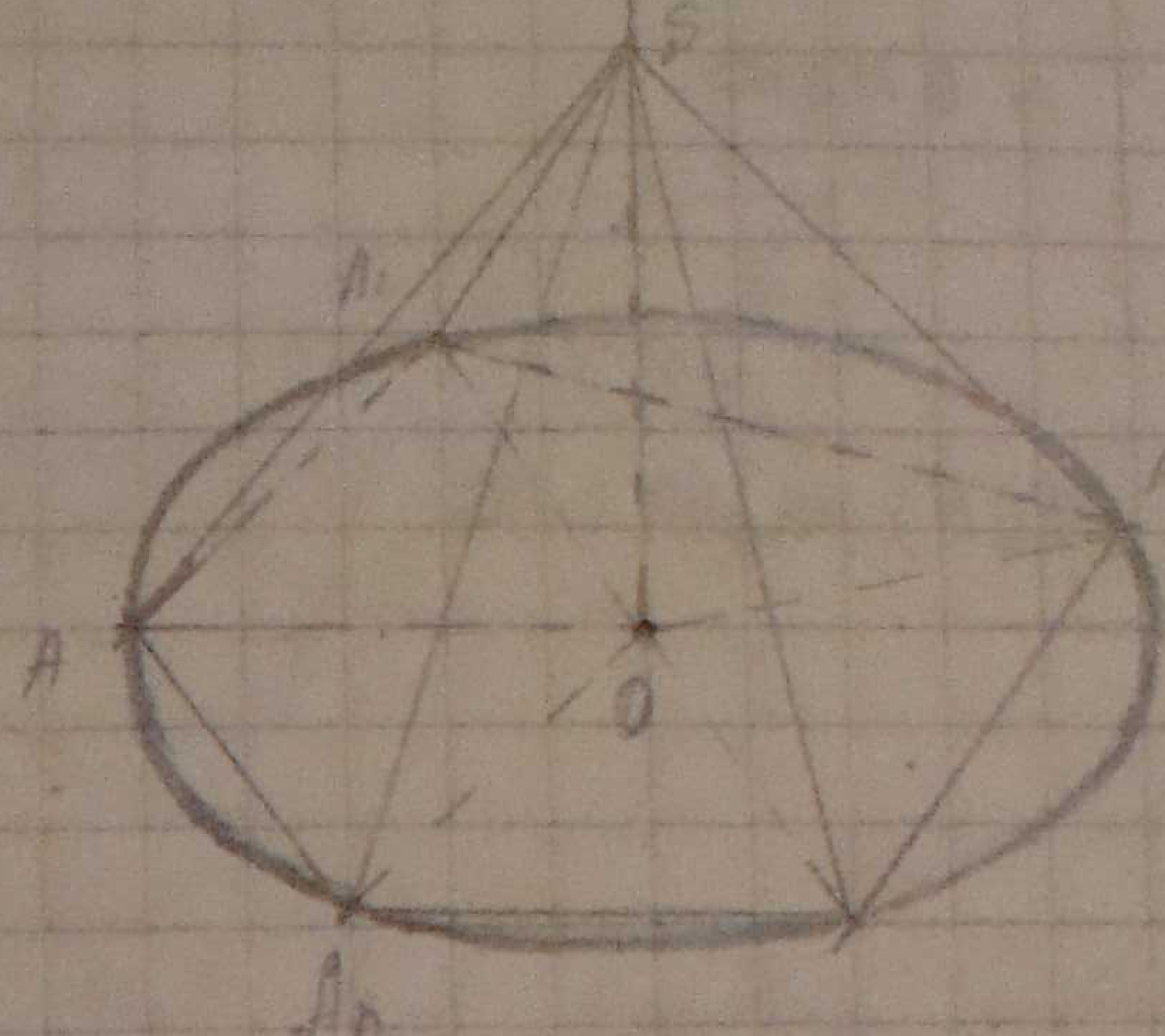
$\left.\begin{array}{l} AS = SB \\ AM = MB \end{array}\right\} \Rightarrow SM \perp AB$

Բայց $SM \perp AB \Rightarrow \angle AMS = \angle SMB = 90^\circ$: Իսկ $\angle SMC = \angle AMS =$

$= \angle SMB$ (քանի որ եռանկյունների հավասարությունից)

Ստացվեց որ $\left.\begin{array}{l} SM \perp AB \\ SM \perp MC \end{array}\right\} \Rightarrow SM \perp (ABC)$

200.



Տրված է

$AA_1 \ldots A_n$ բազմ-ը
ներգծված է
O կենտրոնով շրջ-գծին

$OS \perp (AOA_1)$

Ապց. որ $SA = SA_1 = \ldots = SA_n$

O կետը հավասարահեռ է բազմանկյան գագաթներից: Հետևաբար

$OA = OA_1 = \ldots = OA_n = R$, որտեղ R-ը շրջ-գծի շառավիղն է:

Ըստ պայմանի $SO \perp (AOA_1) \Rightarrow SO$-ն ուղղահայաց է (AOA_1) հարթության ցանկացած ուղղին՝ $SO \perp OA;\ SO \perp OA_1, \ldots, SO \perp OA_n$

$\Rightarrow \angle SOA = \angle SOA_1 = \ldots = \angle SOA_n = 90^\circ$.

$$\left.\begin{array}{l} SO\text{-ն ընդհանուր է} \\ OA = OA_1 = \ldots = OA_n \\ \angle SOA = \angle SOA_1 = \ldots = \angle SOA_n \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta SOA = \Delta SOA_1 = \ldots = \Delta SOA_n \text{ (ըստ երկու էջերի)}$$

$\Rightarrow SA = SA_1 = \ldots = SA_n$

201.

PQ-ն և AB-ն խաչվող են
$PA = PB$ և $QA = QB$

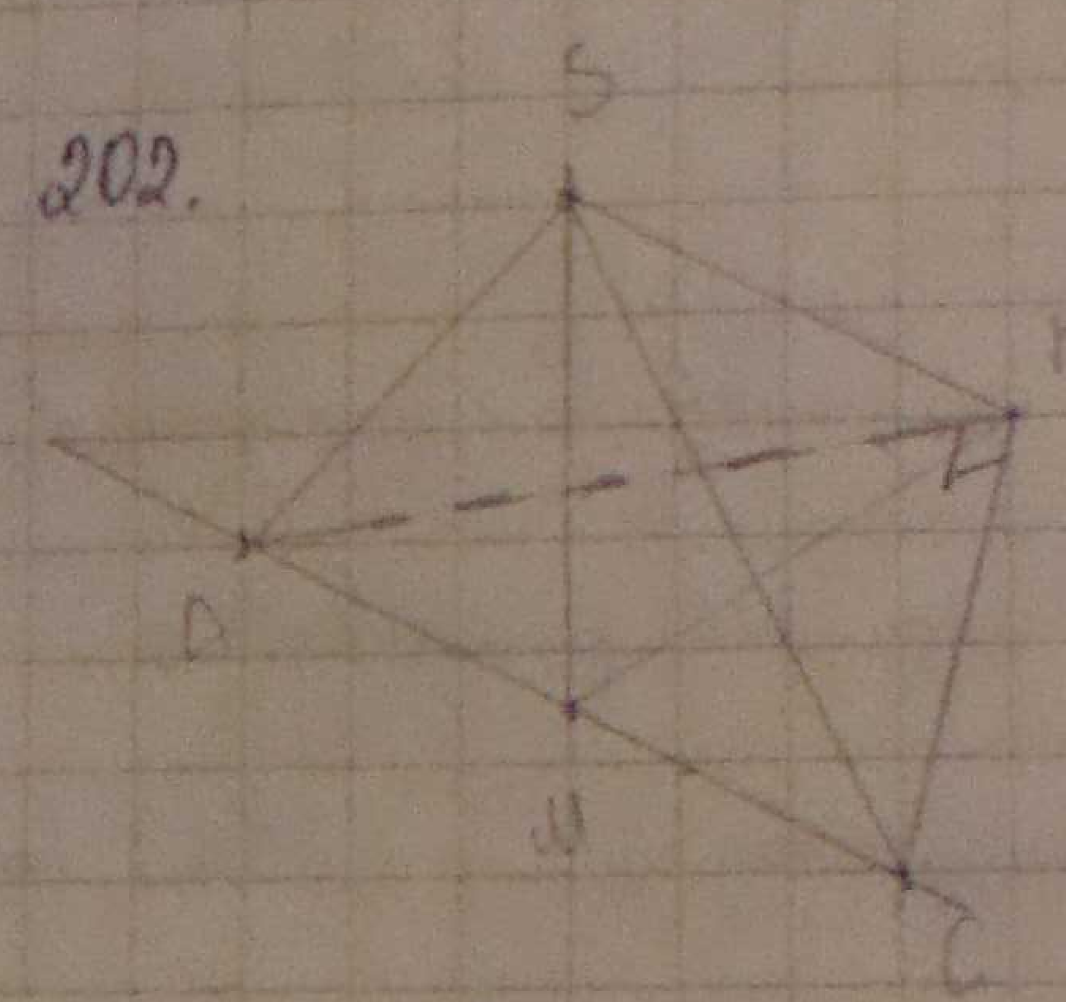
Գտնել PQ-ի և AB-ի կազմած անկյունը

$\left.\begin{array}{l} PA = PB \\ AM = MB \end{array}\right\} \Rightarrow PM \perp AB$

$\left.\begin{array}{l} QA = QB \\ AM = MB \\ AB\text{-ն ընդհ. կողմ է} \\ PAB \text{ և } QAB\text{-ի համար} \end{array}\right\} \Rightarrow QM \perp AB$

$\left.\begin{array}{l} AB \perp MP \\ AB \perp MQ \end{array}\right\} AB \perp (PQM) \Rightarrow AB \perp PQ$

202.



$SA = SB = SC = 10$ սմ

$AM = MC$

$BM = 5$ սմ

$\angle ABC = 90^\circ$

$SM - ?$

BM-ը ABC-ի միջնագիծն է: M կետը հավասարահեռ է ուղ. եռ-ի գագաթներից ⇒, որ M-ը եռ.ի միջնուղղահայացների հատման կետն է:

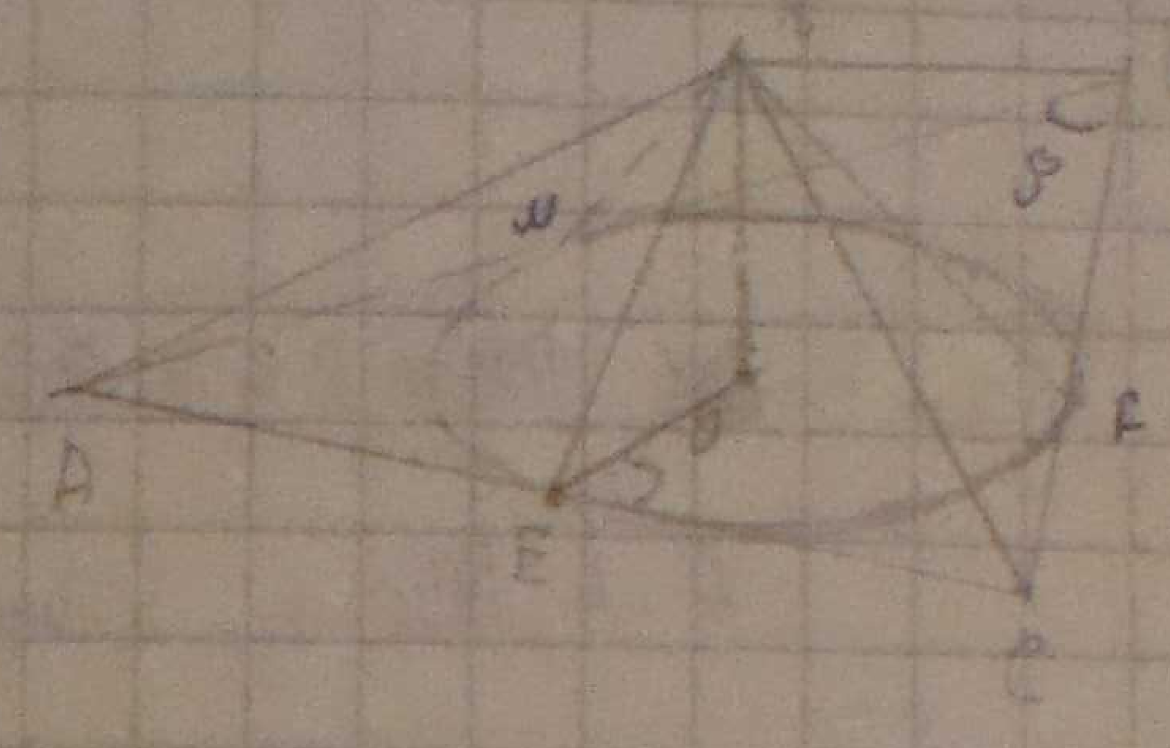
Եռ.ի գագաթներից հավասարահեռ յուրաքանչյուր կետ գտնվում է M կետից տարված ուղղահայացի վրա (տես 199 խնդիրը) ⇒ $SM \perp (ABC)$:

AM-ը նաև $BM = 5 \Rightarrow AM = MC = BM = 5$ սմ

Դիտարկենք $\triangle ASM$-ը, որտեղ $AS = 10$ սմ, $AM = 5$ սմ, $\angle AMS = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow SM = 5\sqrt{3}$

203.



շրջանագծի

O-ն ներգծյալ շ ΔABC-ին

AB = BC = 10 սմ

AC = 12 սմ

OK = 4

KE ⊥ AB, KF ⊥ BC, KM ⊥ AB

KE-ն, KF-ը և KM-ը-?

Որպես են ABC եռ-ի կողմերը. հավասարասրուն ցանկացած ներգծյալ

շրջանագծի շառավիղը՝ $r = \frac{S}{p}$

$(AC^2 = 2AB^2 - 2AB^2\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{AC^2}{2AB^2} + 1 = \frac{144}{200} + 1 = \frac{18+25}{25} = \frac{43}{25})$

$\beta = \arccos\frac{43}{25}$ $\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{1849}{625}}$

β =

$AC^2 = 2AB^2 - 2AB\cos\beta = 2AB^2(1-\cos\beta)$

$\cos\beta = 1 - \frac{AC^2}{2AB^2} = 1 - \frac{144}{200} = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$

$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{49}{625}} = \sqrt{\frac{576}{625}} = \frac{24}{25}$

$\left.\begin{aligned} S &= 96 \\ p &= 22 \end{aligned}\right\} \Rightarrow r = \frac{96}{22} = \frac{48}{11}$

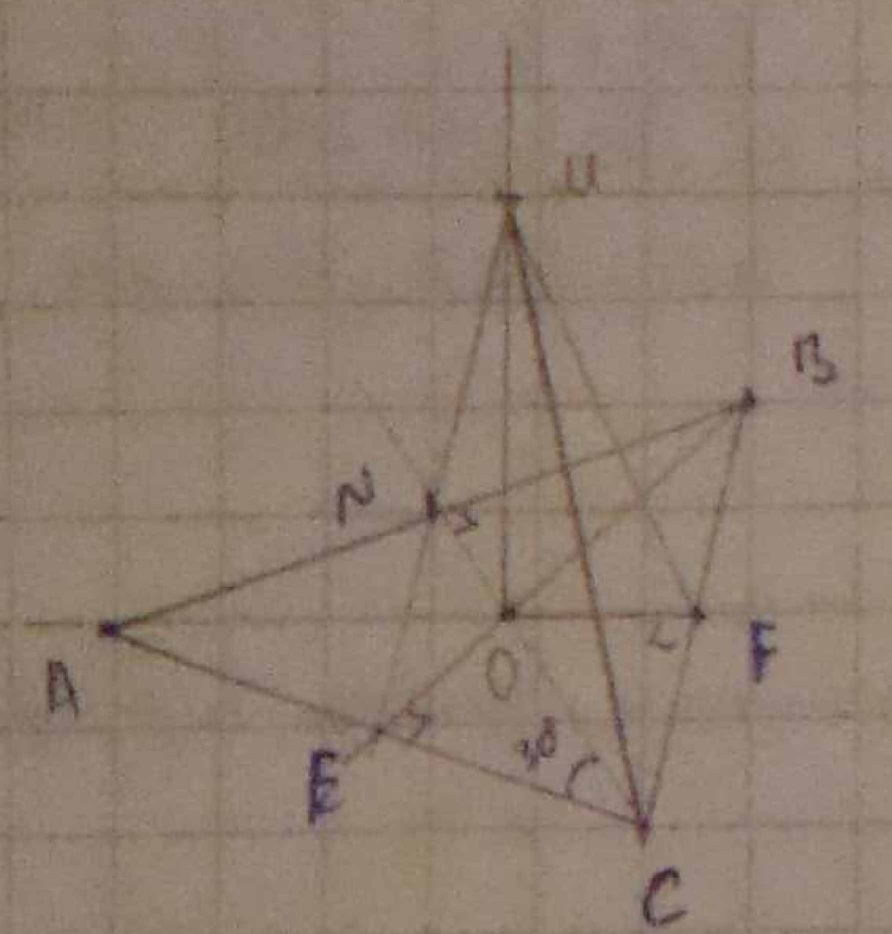
$OK \perp (ABC)$

$\left.\begin{aligned} &OE \perp AC \text{ (OE-ն շառավիղն է,} \\ &\text{AC-ն շոշափող է)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow KE \perp AC$

Դիտ. 5 ΔKEO-ն, որտեղ $KO = 4$, $EO = \frac{48}{11}$ և $\angle KOE = 90° \Rightarrow$

$$\Rightarrow KE = \sqrt{16 + \frac{2304}{121}} = \frac{4\sqrt{265}}{11}$$

204.



$AB = BC = AC$

O-ն ABC-ի կենտրոնն է

$OM \perp (ABC)$

$OM = a$

$\angle MCO = \varphi$

այդ M-ի հեռ. ΔABC-ի բոլոր կողմերից

Դիտարկենք BE միջնագիծը, որը նաև բարձրություն է՝

BE (նաև OE) $\perp AC \Rightarrow ME \perp AC$. Նույն ձևով ապացուց-

վում է, որ M կետից BC և AC կողմերին տարված

MF և MN ուղղահայացները այդ կողմերը հատում

են F և N միջնակետերում:

OF, OE և ON հավասար են, քանի որ AF, BE և CN

միջնագծերի հատման կետից եղած հավասարակողմ եռանկյան մեջ,

հետևաբար եթե՝ $\left.\begin{array}{l} OE = OF = ON \\ OM \text{ - ընդհ. է} \\ OM \perp (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta MEO = \Delta MFO = \Delta MNO \Rightarrow$

$\Rightarrow ME = MF = MN$:

ΔMOC - п/я

$\left.\begin{array}{l} OM \perp (ABC) \\ OM = a \\ \angle MCO = \varphi \end{array}\right\} \Rightarrow MC = \dfrac{OM}{\sin\varphi} = \dfrac{a}{\sin\varphi}$ $OC = \dfrac{a}{tg\varphi}$

~~ΔABC - п/я~~ ΔOEC - п/я $EC = OC \cdot \cos 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2tg\varphi}$

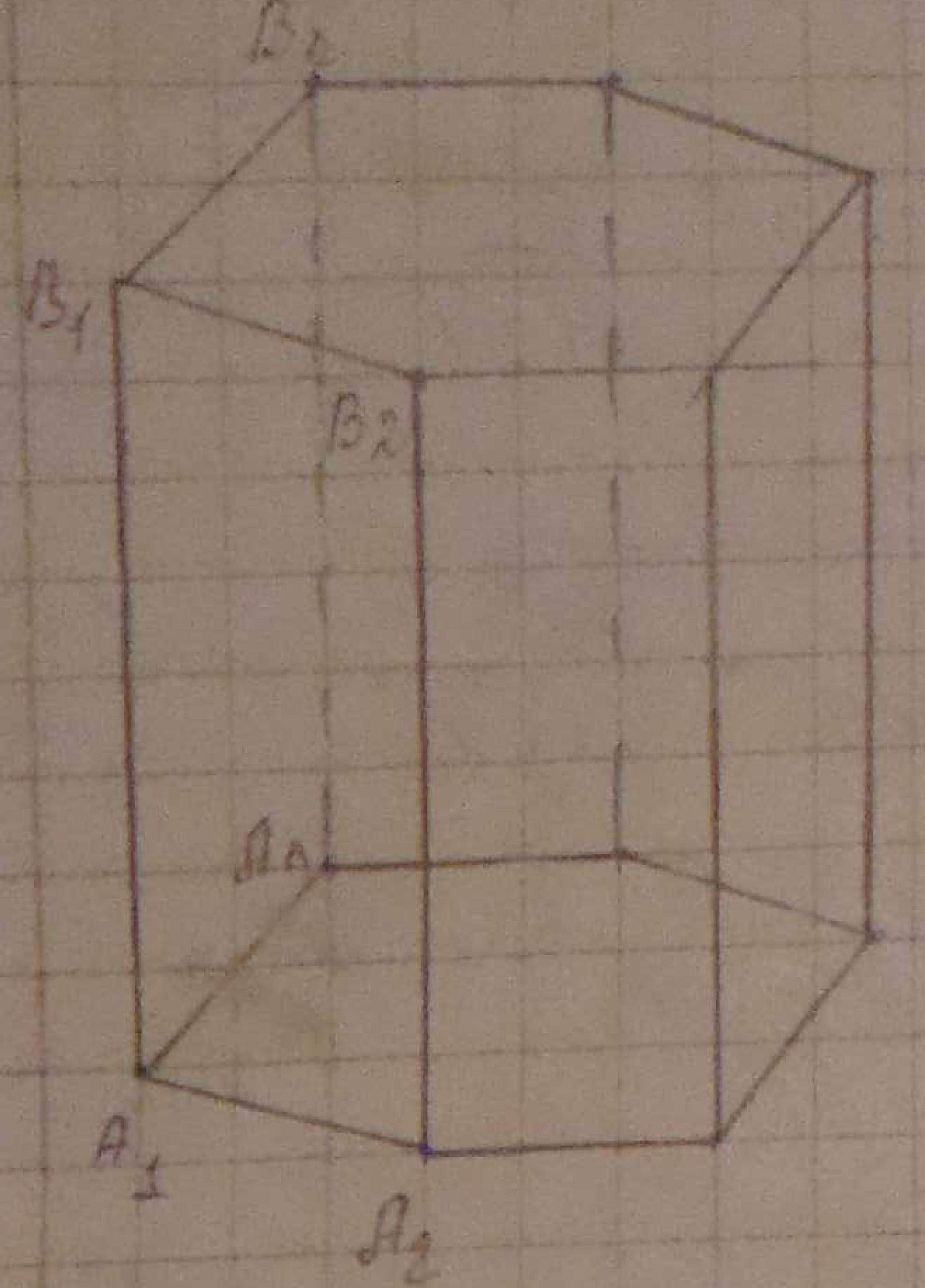
ΔMEC - п/я $ME = \sqrt{MC^2 - EC^2} = \sqrt{\dfrac{a}{\sin^2\varphi} - \dfrac{3a^2}{4tg^2\varphi}} =$

$= \sqrt{\dfrac{4tg^2\varphi \cdot a - 3a^2\sin^2\varphi}{4\sin^2\varphi\, tg^2\varphi}} = \sqrt{4tg^2\varphi \cdot a - 3a^2}$

$= \dfrac{a(4tg^2\varphi - 3a\sin^2\varphi)}{}$

Ուղիղ պրիզմա

218.



ա) Տրված է $A_1A_1 \dots A_nB_1B_2 \dots B_n$ ուղիղ պրիզման՝ $A_1B_1 \perp A_1A_2 \dots A_n$

Ցույց տ., որ կողմնային նիստերը ուղղանկյուններ են

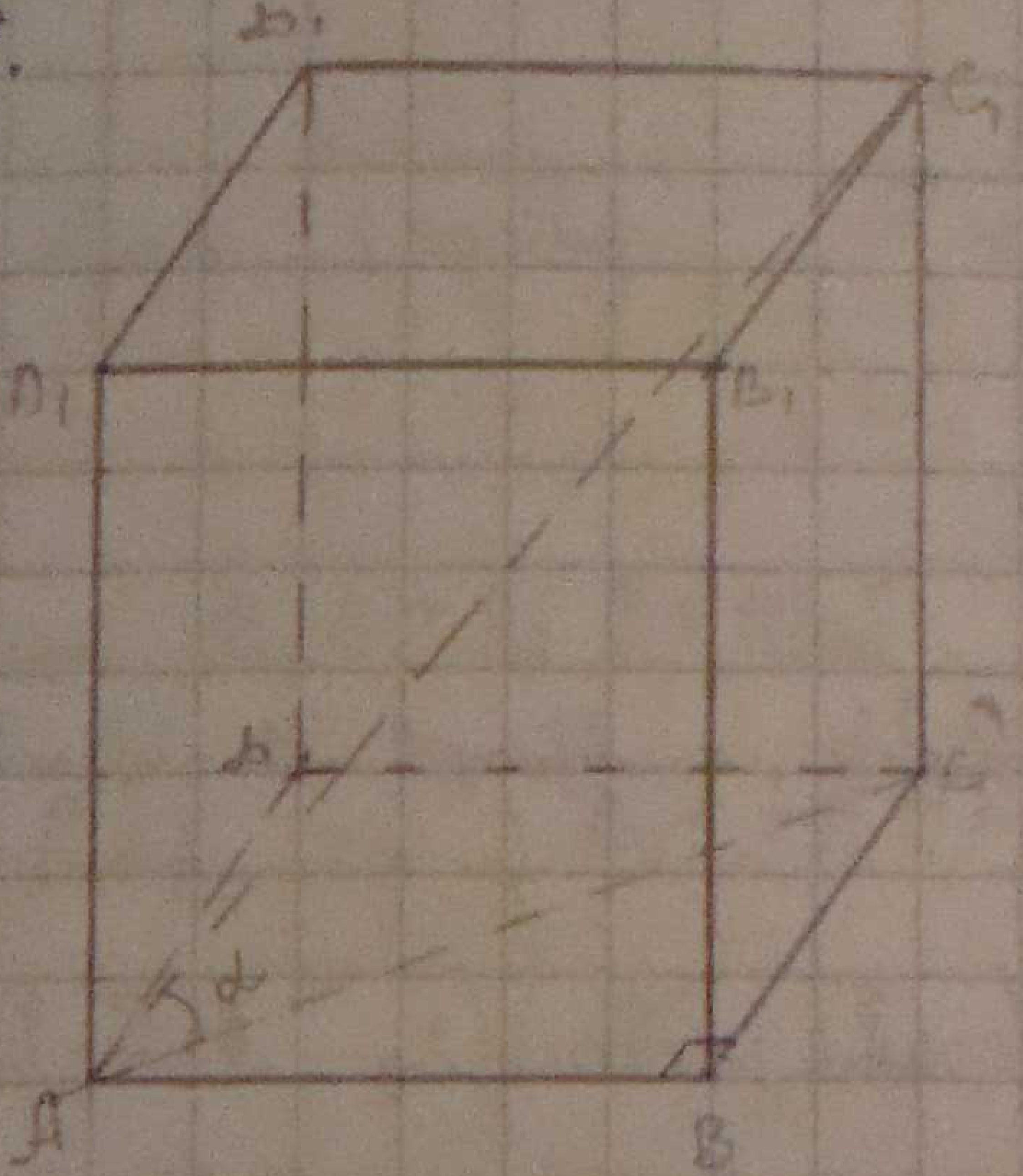
Դիտարկենք կամայական նիստ՝ օրինակ $A_1A_2B_2B_1$-ը: Ցույց տ., որ այն ուղղանկյուն է: $\not{}$

Կամայական պրիզմայի կողմնային նիստերը զուգահեռագծեր են: Երբ պրիզման ուղիղ է, ապա նրա կողերը $\perp$ են հիմքերի հարթություններին, որ երբ $A_1B_1 \perp B_1B_2B_n \Rightarrow$ $\Rightarrow A_1B_1 \perp B_1B_2$: Երբ զուգահեռագծի որևէ անկյունը $90°$-ի է, ապա այն ուղղանկյուն է $\Rightarrow A_1A_2B_2B_1$-ը ուղ. է: Նույն ձևով, որ մյուս նիստերը ուղղանկյուններ են:

219. բ) Երբ ուղիղ պրիզման կանոնավոր է, նրա հիմքերը կանոնավոր բազմանկյուններ են $\Rightarrow$ է, որ կողմնային նիստերի, որոնք ուղղանկյուններ են հիմքերի $\in$-ող կողմերը $=$ են: Իսկ այդ ուղղանկյունների մյուս կողմերը՝ պրիզմայի կողմնային կողերը $=$ են բարձրությանը $\Rightarrow$ է, որ

Հայտնի է ուղիղ պրիզմայի բոլոր կողմնային նիստերը ուղղանկյուններ են:

219.



Տրված է

ուղղանկյունանիստ

$AB = 12$սմ

$AD = 5$սմ

$\angle C_1AC = 45^\circ$

BB_1 - ?

Դիտենք ABC եռ-ը

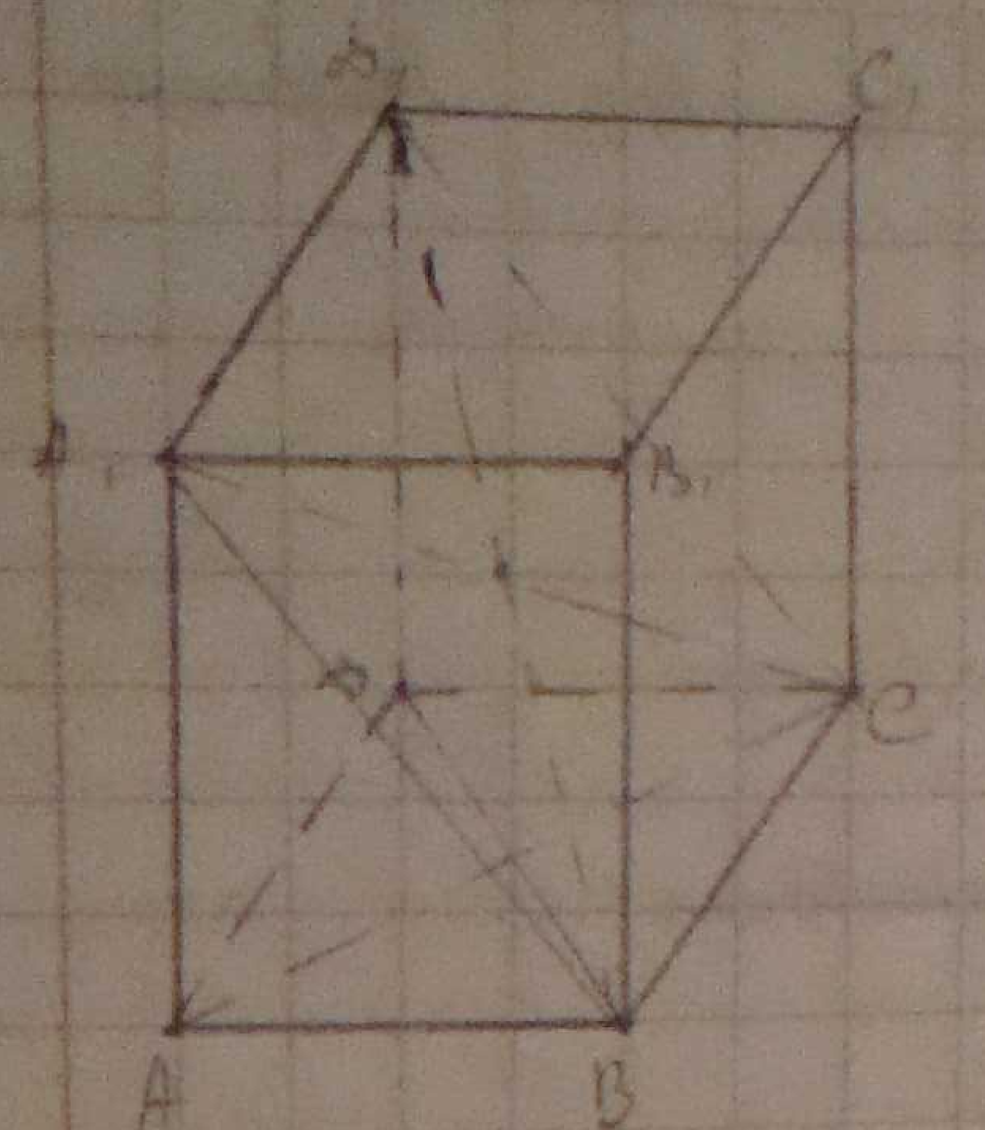
$$\left.\begin{array}{l} AB = 12\text{սմ} \\ BC = AD = 5\text{սմ} \\ \angle ABC = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{144+25} = 13$$

Դիտենք ΔACC_1-ը

$$\left.\begin{array}{l} AC = 13 \\ \angle C_1AC = 45^\circ \\ \angle ACC_1 = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow CC_1 = \angle AC_1C = 45^\circ = \angle CAC_1 \Rightarrow AC = CC_1 = 13 \Rightarrow CC_1 = 13$$

Պատ.՝ $CC_1 = 13$

220



Տրված է

ուղիղ զուգահեռանիստ, որի հիմքը շեղանկյուն է

$AC = 24$ սմ

$BD = 10$ սմ

$AA_1 = 10$ սմ

~~$BD \to A_1C$~~

~~BD~~ —? Գտնել զ. մեծ անկյունագիծը

$AC > BD \Rightarrow AA_1C_1C$ ուղղանկյան անկյունագիծը A_1C-ն է

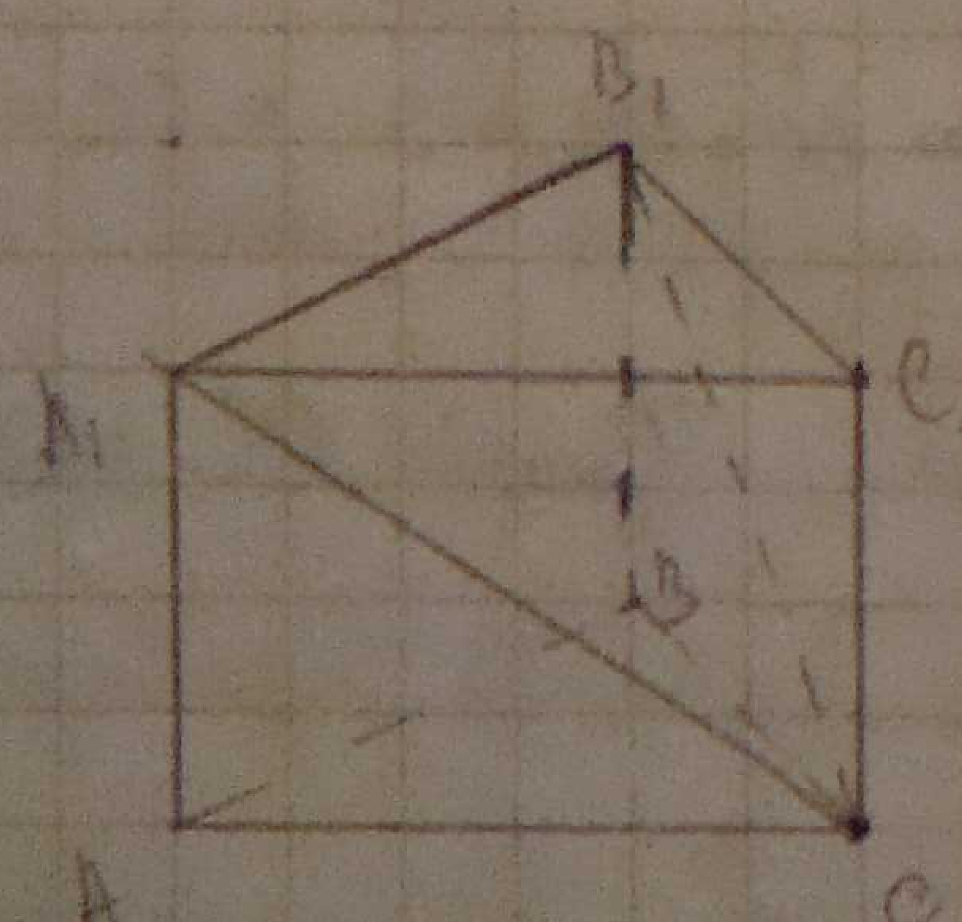
BB_1D_1D ուղղանկյան անկյունագծից BD-ից $\Rightarrow$

$\Rightarrow A_1C = AC_1$ -ը ուղիղ զուգահեռանիստի մեծ անկյունագիծն է

Դիտ. է ΔAA_1C-ն

$$\left.\begin{array}{l} AA_1 = 10 \\ AC = 24 \\ \angle A_1AC = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow A_1C = 26 \text{ սմ}$$

221



Տրված է

կանոնավոր եռանկյուն պրիզմա

$AB = 8$ սմ

$AA_1 = 6$ սմ

$S_{A_1B_1C}$ —?

$A_1C_1 = 8$ սմ
$CC_1 = 6$ սմ
$\angle CC_1A_1 = 90^\circ$ $\Rightarrow A_1C = 10$ սմ

Իսկ նույնը՝ $A_1C_1 = B_1C_1$, CC_1-ը ընդհանուր $\Rightarrow AA_1C_1C$ և CC_1B_1B ուղղանկյուն եռանկյունները = են $\Rightarrow$

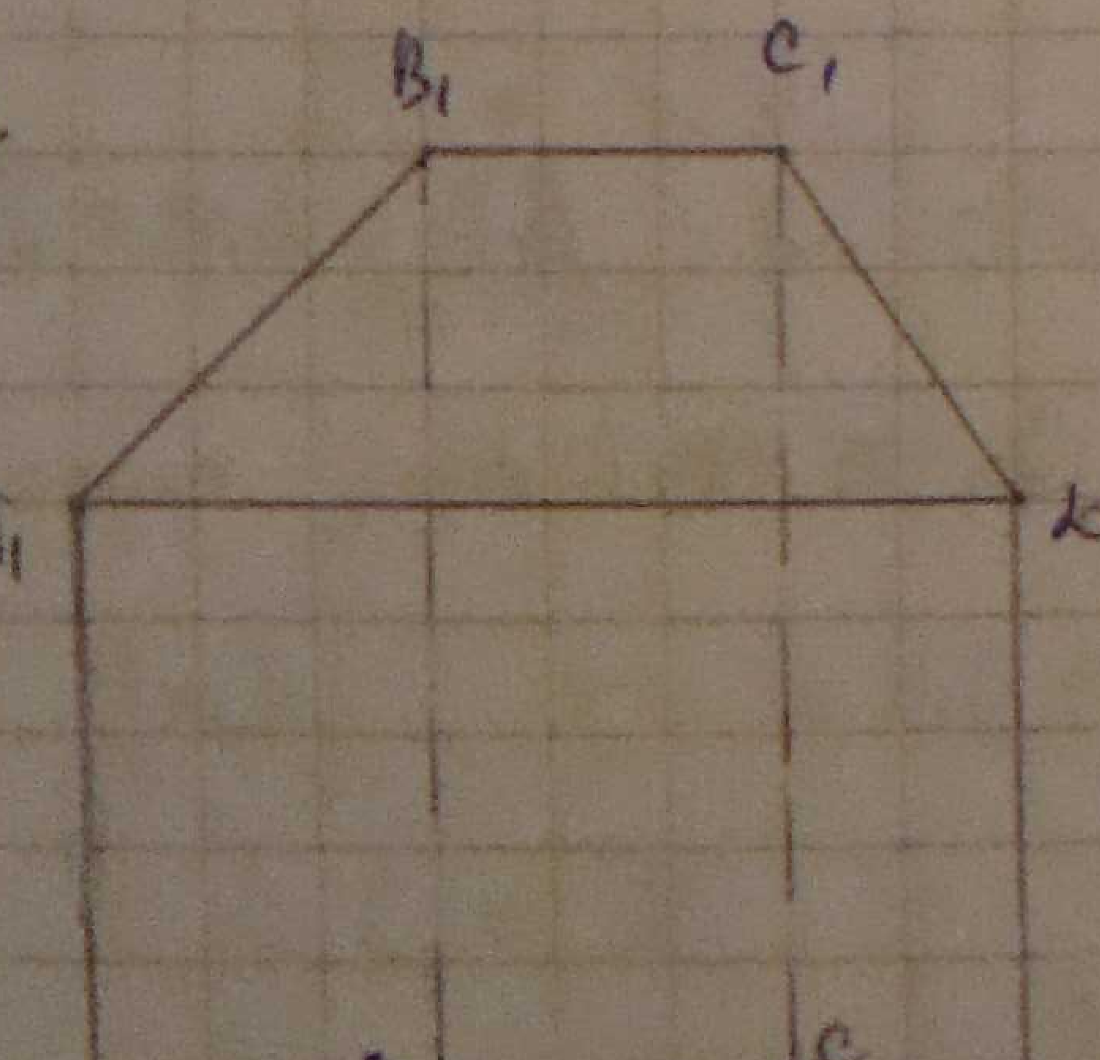
որ $B_1C = A_1C = 10$ սմ

Բայց որ $\begin{cases} B_1C = A_1C = 10 \text{ սմ} \\ AB = 8 \text{ սմ} \end{cases} \Rightarrow P/2 = 14$ սմ

Ըստ Հերոնի բանաձևի՝

$S_{A_1CB_1} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{\cancel{144}\ 14 \cdot 16 \cdot 6} = \sqrt{1344} = 33$ սմ^2

222.



Կտրված է ուղղի երկրով

$A_1B_1 \nparallel C_1D_1$, $B_1C_1 \parallel A_1D_1$

$AB = CD$

$AD = 25$ սմ

$BC = 9$ սմ

$CH = 8$ սմ

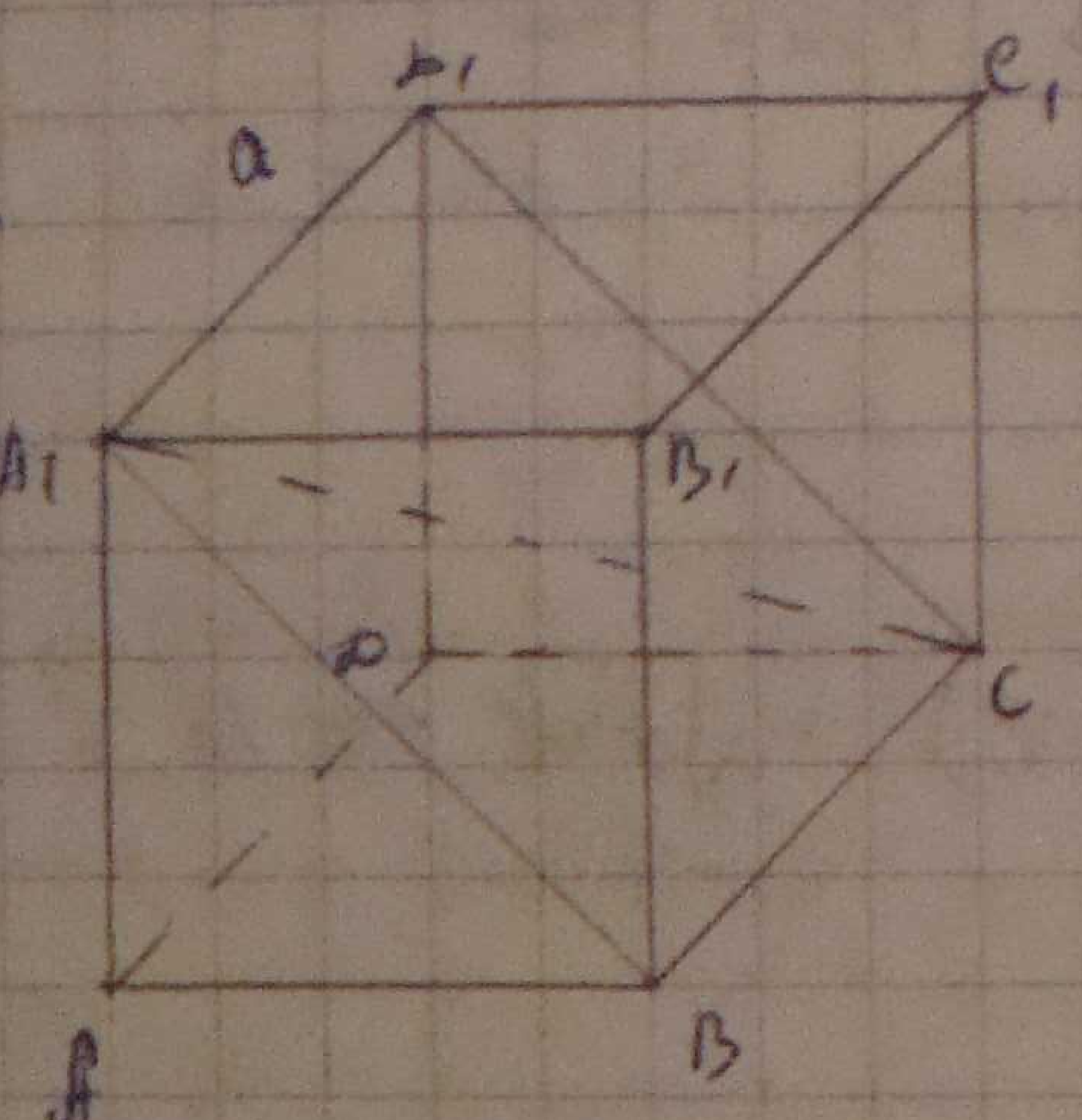
Կողմերի տարբեր երկարությունը ...՞

∠CDA-ն CDD₁A երկնիստ անկյան գծային անկյունն է ($DD_1 \perp ABC$ ⇒ $CD \perp DD_1$ և $CA \perp AD_1$), ∠BAD-ն՝ BAA_1D-ինը, ∠ABC-ն՝ ABB_1C-ինը և ∠BCD-ն՝ BCC_1D-ինը: Բայց որ ABCD-ն հավասարասրուն է ⇒ $\angle CDA = \angle BAD$ և $\angle ABC = \angle BCD$

Դիտարկենք ABCD սեղանը: $HD = \frac{AD - BC}{2} = 8$ ⇒ $\angle CDA = \angle BAD = 45^\circ$, իսկ $\angle ABC = \angle BCD = 130 - 45 = 135^\circ$

Պատ.: 45° և 135°:

223.



Տրված է

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ խորանարդ

$S_{CBA_1D_1} = 6\sqrt{2}$ սմ²

Գտնել a-ն և A_1C-ն

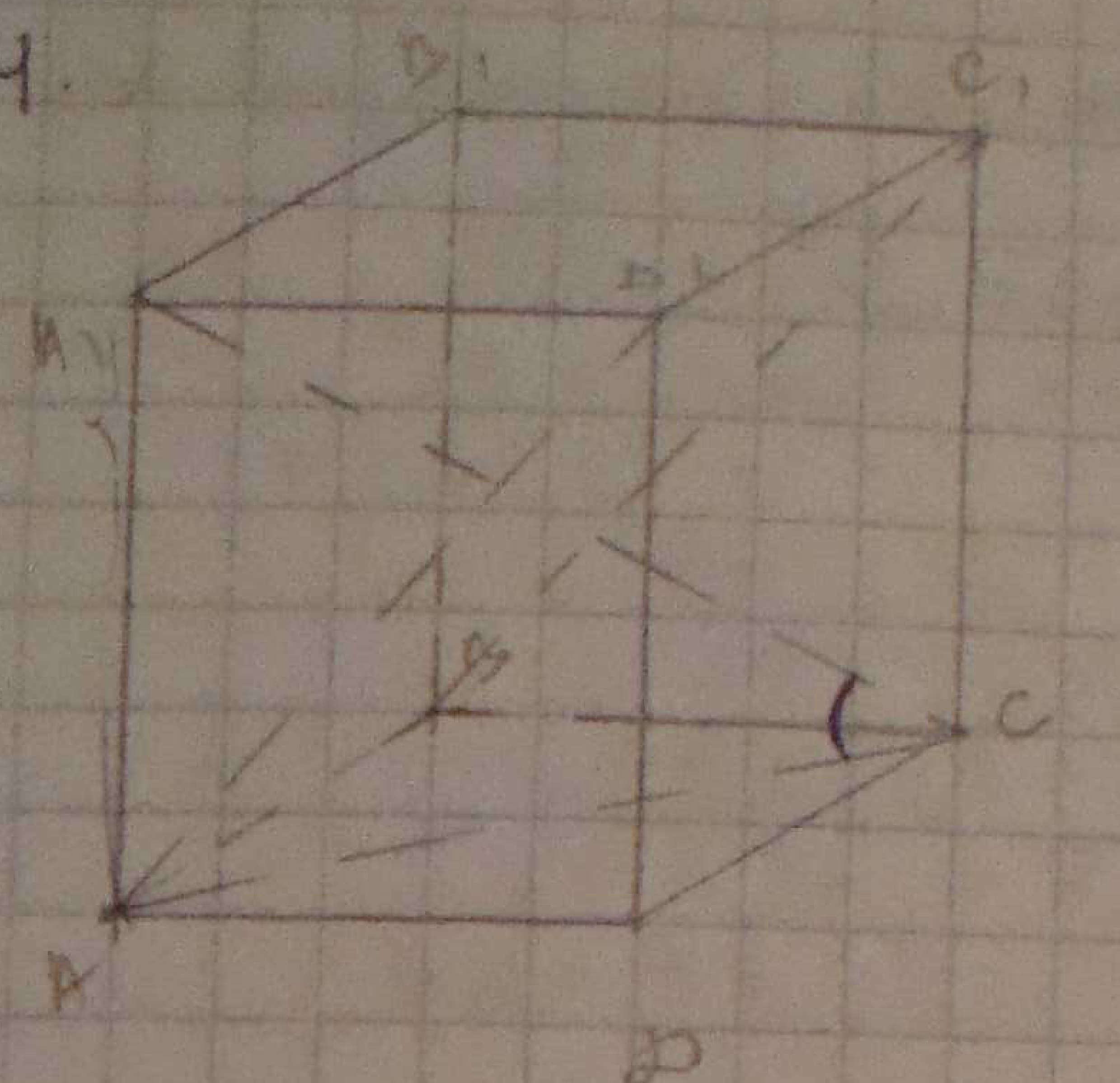
Խորանարդի կողը նշանակենք a-ով: $A_1B = D_1C = \sqrt{2}a$

Բայց որ $BC \perp (DCC_1)$ ⇒ $BC \perp CD_1$ ⇒ CBA_1D_1-ը ուղղանկյուն է և $S = a^2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

$a = \sqrt{6}$

Այստեղից $\begin{cases} BC = \sqrt{6} \\ A_1B = 2\sqrt{3} \end{cases}$ ⇒ $A_1C = 3\sqrt{2}$

224.



Տրված է

$\angle A_1CA = 60^\circ$

$AC = 4\sqrt{2}$

$S_{AB_1C_1B}$ – ?

Դիտ. է ΔAA_1C-ն

$$\left.\begin{array}{l} \angle A_1AC = 90^\circ \\ \angle A_1CA = 60^\circ \\ AC = 4\sqrt{2} \end{array}\right\} \Rightarrow AA_1 = AC \cdot tg60^\circ = 4\sqrt{6} \text{ սմ} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Դիտ. $\Delta B\cancel{A}C$-ն

$BB_1 = 4\sqrt{6}$ սմ

$$\left.\begin{array}{l} AC = 4\sqrt{2} \\ AB = BC \\ \angle ABC = 90^\circ \end{array}\right\} AB = BC = 4$$

Դիտ. է ΔBB_1C-ն

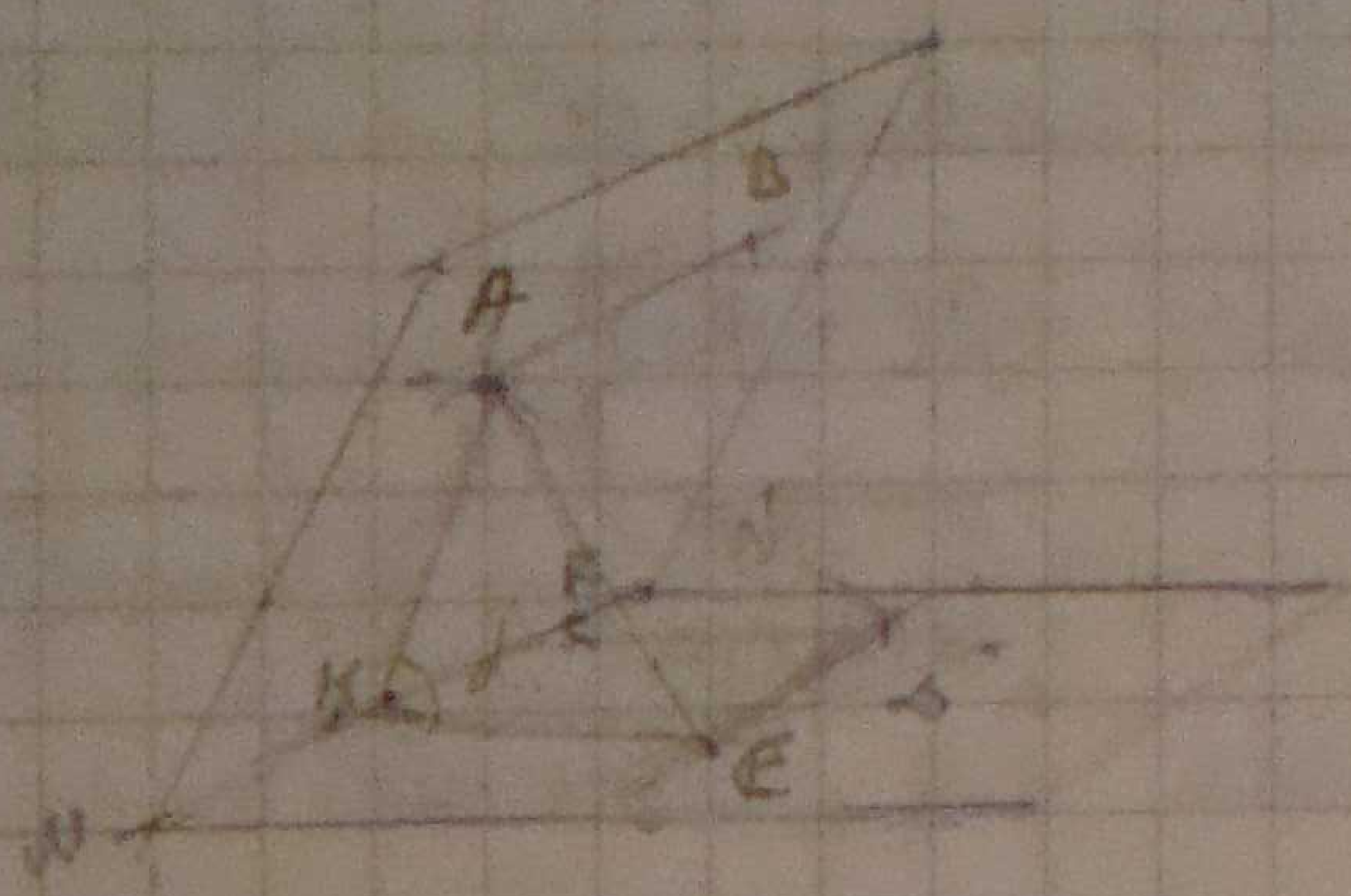
$$\left.\begin{array}{l} B_1C_1 = 4 \\ B_1B = 4\sqrt{6} \\ \angle BB_1C_1 = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow BC_1 = 4\sqrt{7} \text{ սմ}$$

$$\left.\begin{array}{l} AB_1 \parallel DC_1 \\ AB \parallel B_1C_1 \end{array}\right\} \Rightarrow AB_1C_1B\text{-ն զուգահեռագիծ է}$$

$AB \perp (BB_1C) \Rightarrow AB \perp BC_1 \Rightarrow AA_1C_1B$-ն ուղղանկյուն է

$S_{AA_1C_1B} = AB \cdot BC_1 = 4 \cdot 4\sqrt{7} = 16\sqrt{7}$ սմ^2

215.



$\angle MNS = 60^\circ$

$AK \perp MN$

$KE \perp MN$

$KE = 6N$

KF

$AB \parallel CS$

$\left.\begin{array}{l} AK \perp MN \\ AK \perp MN \\ KE \perp MN \end{array}\right\}$ $\angle AKE$ [illegible] $= 60^\circ$

$\left.\begin{array}{l} AK \perp MN \\ KE \perp MN \end{array}\right\}$ $MN \perp (AKE) \Rightarrow MN \perp AE$

[illegible] $\left.\begin{array}{l} MN \parallel AB \parallel CS \\ CS \perp \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow AB \parallel \alpha$

$\beta \supset AB$ (β-ն [illegible])

$\beta \cap \alpha = MN$

$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow AB \parallel MN \\ MN \perp AE \end{array}\right\} \Rightarrow$

Дано $\triangle AEK$ - 2

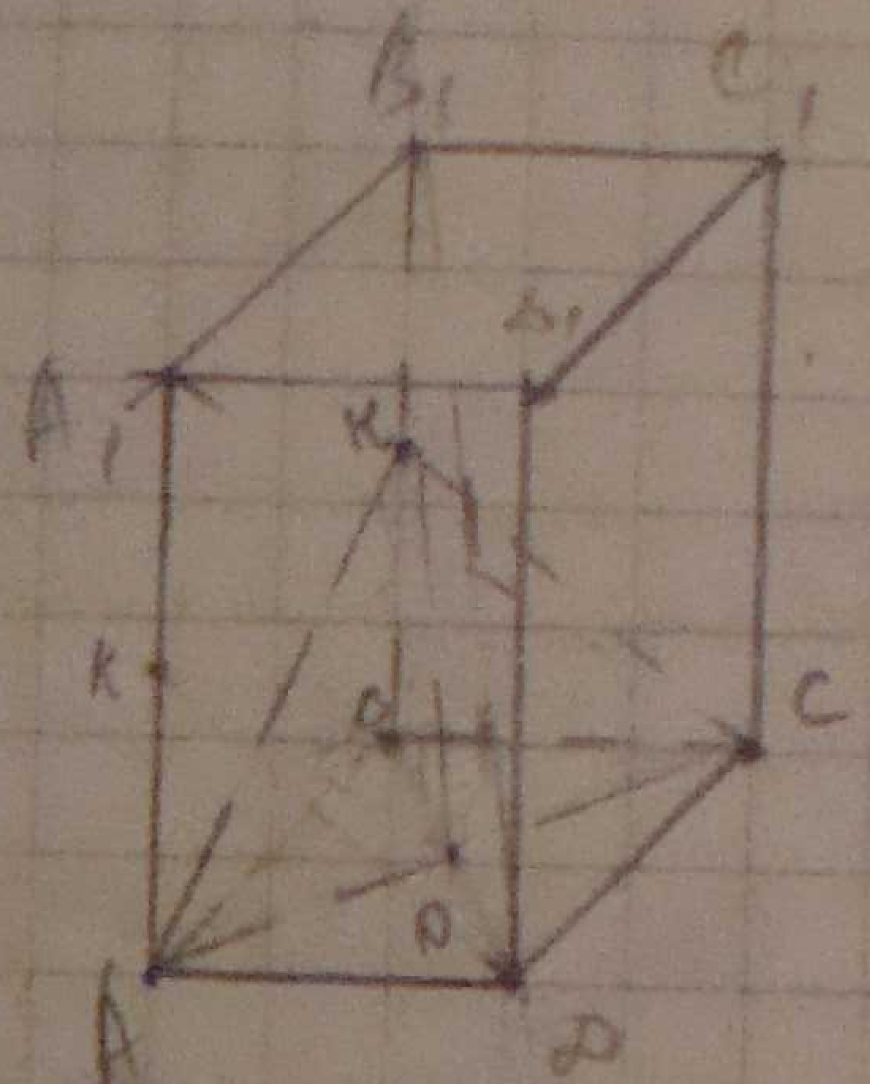
$AE = \sqrt{AK^2 + KE^2 - \frac{2\cos 60^\circ}{2AK \cdot KE \cos 60^\circ}} = \sqrt{64 + 42{,}25 - 1} =$

$= \sqrt{21{,}25} =$

$= \sqrt{64 + 42{,}25 -} \quad 106{,}2$

$\sqrt{54{,}25} = 7{,}5$

226.



$CC_1 = 4{,}5$

$AB = 2{,}5$

$K \in BB_1$

$OK \parallel B_1D$, $O \in AC$ $\Rightarrow (AKC) \parallel B_1D$

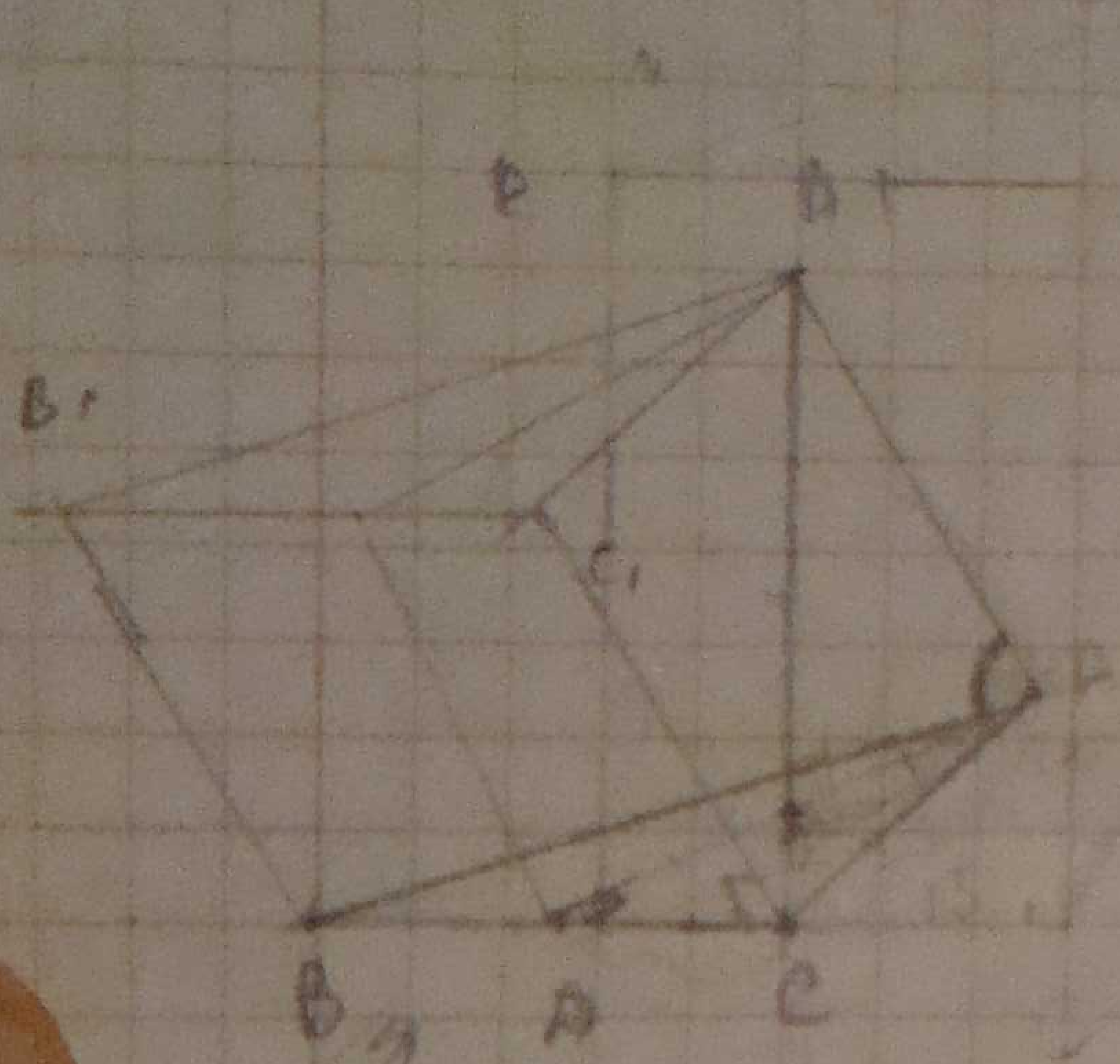
$B_1D = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$OK = \sqrt{6}$

$AC = 2\sqrt{2}$

$S = \frac{1}{2}\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

223



$AB = AC = 13$

$BC = 10$

$A_1O \perp ABC$

$\angle A_1AO = 45^\circ$

$S_{BB_1C_1C}$ - ?

$Ah \perp BC$

([illegible])

$AO \perp (ABC)$

A_1O

$Ah = 12$

$AO = 12 \cdot \frac{2}{3} = 8$

$\cos 45^\circ = \frac{OA}{AA_1}$

$AA_1 = \frac{OA}{\cos 45^\circ} = 8\sqrt{2}$

$A_1O = OA \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = OA = 8$

$A_1A = 8\sqrt{2}$

$S = BC \cdot CC_1 = 10 \cdot 8\sqrt{2} = 80\sqrt{2}$

$AB = AC = 13 \quad BC = 10$

$\angle A_1BO = 45^\circ$

$S_{BB_1C_1C} = ?$

$(A_1O \perp ABC)$

$BC \perp AD \Rightarrow BC \perp AA_1$

$CC_1 \parallel AA_1 \Rightarrow BC \perp CC_1 \Rightarrow S_{BB_1C_1C} = BC \cdot CC_1$

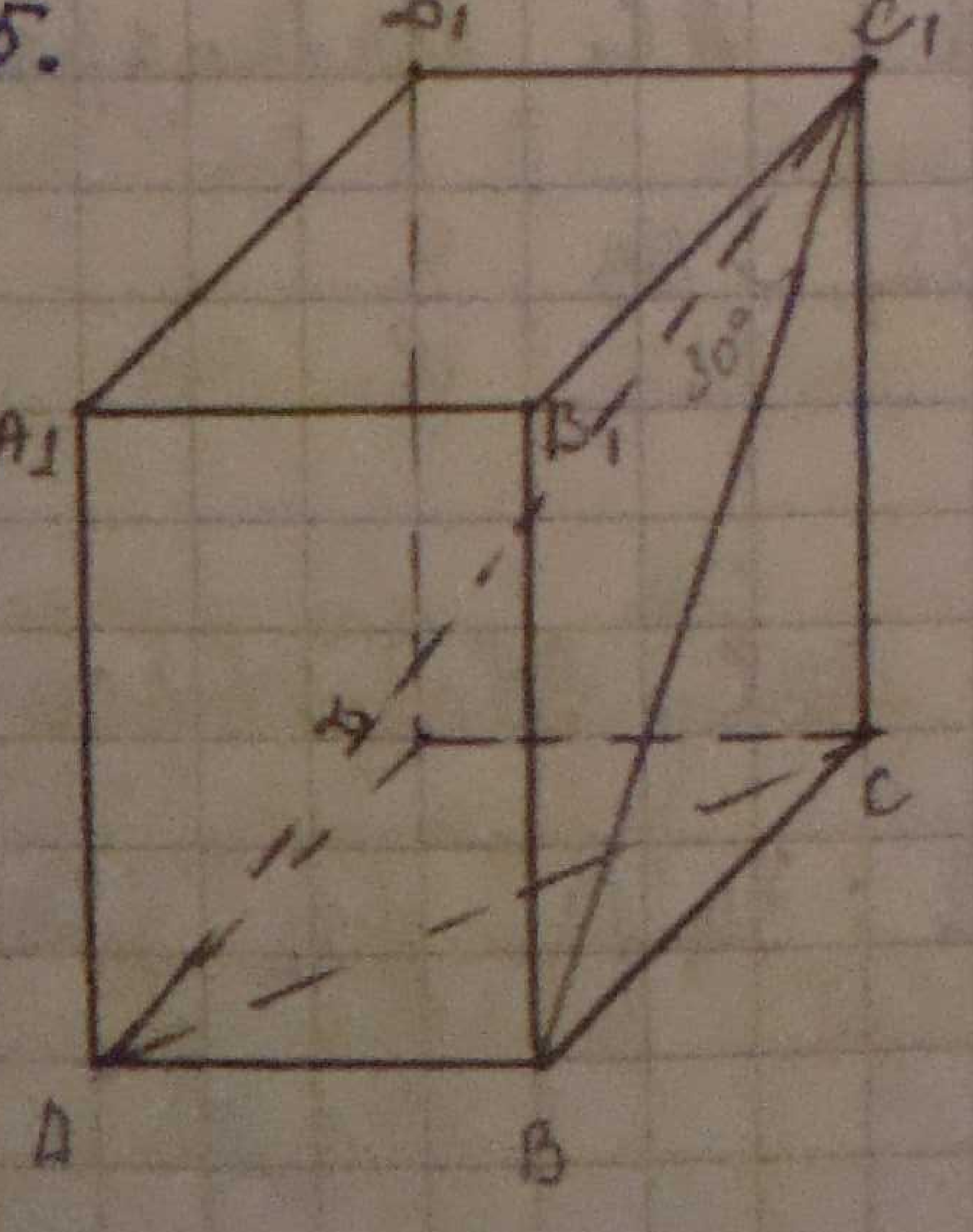
$AO = \frac{2}{3} AD$

$AA_1 = \frac{AO}{\cos 45^\circ} = 3\sqrt{2}$

230.

տնային 230-238.

225.



Տրված է

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստ

որտեղ

AC_1-ի և BB_1C_1C նիստի

կազմած անկյունը՝ 30°

Գտնել AC_1-ի և $ABCD$ նիստի

կազմած անկյունը:

(AC_1 անկյունագծի BB_1C_1C նիստի վրա թեք ուղղի անկյունագծի և պրոյեկցիայի կազմած անկյունը)

AC_1 անկյունագծի և BB_1C_1C հարթության կազմած անկյունը կլինի AC_1 ուղղի և BB_1C_1 հարթության վրա նրա պրոյեկցիայի կազմած անկյունը:

$AB \perp BB_1$ (AA_1B_1B-ն ուղղանկյուն է) $\Rightarrow AB \perp BB_1C_1C$ հարթությանը $\Rightarrow$

$AB \perp BC$ ($ABCD$-ն քառակուսի է)

$\Rightarrow BC_1$-ը AC_1-ի պրոյեկցիան է BB_1C_1C հարթության վրա $\Rightarrow \angle AC_1B = 30^\circ$

Դիտարկենք ΔABC_1-ը

$AB \perp BB_1C_1C \Rightarrow AB \perp BC_1$-ին $\Rightarrow ABC_1$-ը ուղղանկյուն եռ. է:

որի AC_1B անկյունը 30°-ի է: AC_1 ներքնաձիգը հավասար է a-ի, AB էջը՝ $AB = \frac{a}{2}$

Դիտարկենք ΔACB

$ABCD$-ն քառակուսի է $\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \Delta ACB$-ն հավասարասրուն ուղղ. եռ.

որի ~~էջ~~ էջերը $\frac{a}{2}$ են: Ներքնաձիգը՝ $AC =$

$= \frac{a}{2\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$

Դիտարկենք ΔAC_1C-ն

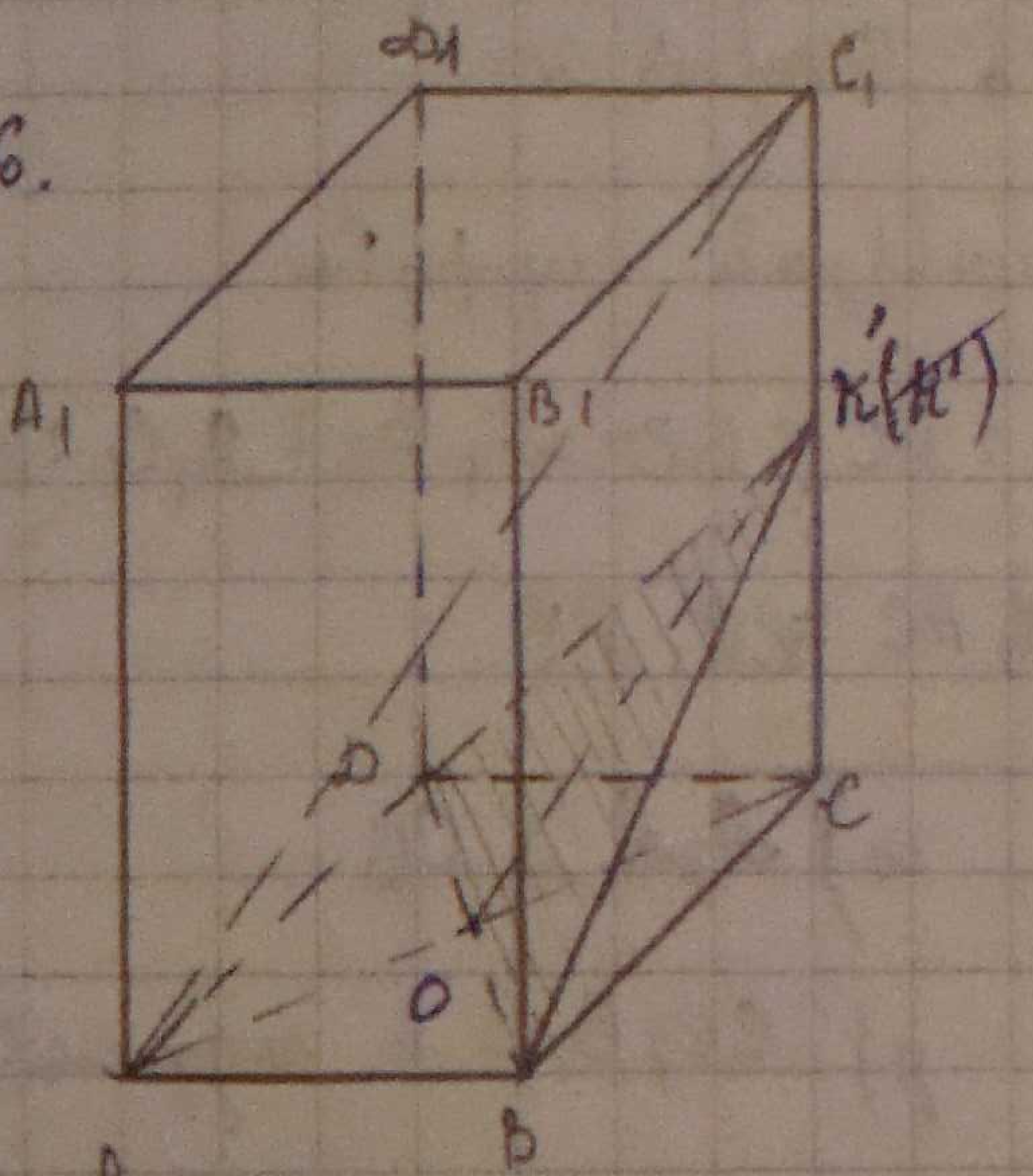
$CC_1 \perp (ABC) \Rightarrow CC_1 \perp AC \Rightarrow \Delta AC_1C$-ն ուղղանկյուն եռ.:

Համաձայն պայմանի արդյունքների՝

$AC = \frac{\sqrt{2}a}{2}$, $\left.AC_1 = a\right\} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$.

Այսինքն $\angle C_1AC = 45^\circ$։

226.



Տրված է

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ կանոնավոր քառանկյուն

պրիզմա

$(DBK) \parallel AC_1$

$CC_1 = 4$սմ

$BC = 2$սմ

$S(DBK')$ - ?

Տանենք DB և AC անկյունագծերը։ Որպեսզի AC_1-ը զուգահեռ լինի DB-ով անցնող որևէ հարթության, անհրաժեշտ է և բավարար, որ AC_1-ը $\parallel$ լինի (BDK')-ին $\in$-ող որևէ ուղղի։ (Դիտարկենք ΔACC_1-ը) Անկյունագծերի հատման O կետով տանենք OK' ուղիղը։ $\left.\begin{array}{l} OK' \parallel AC_1 \\ AO = OC \end{array}\right\} \Rightarrow$ Այն CC_1 կողը կհատի K' կետում

$(K'DB)$-ն կլինի AC_1-ին զուգահեռ հարթությունը։

Քանի որ $\left.\begin{array}{l} OK' \parallel AC_1 \\ AO = OC \end{array}\right\} \Rightarrow$, որ համաձայն Թալեսի թեորեմի $CK' = C_1K' = 2$սմ

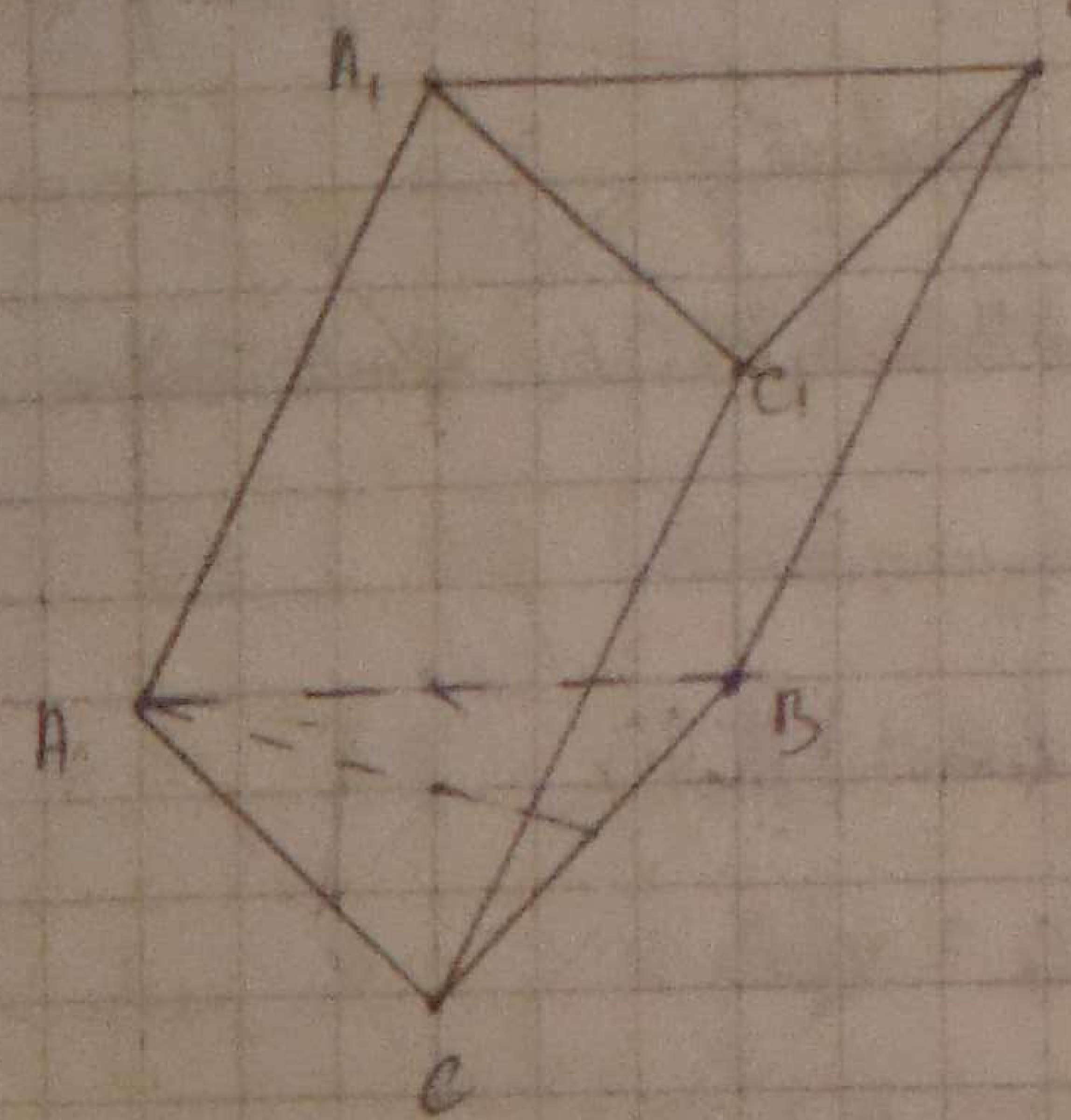
Համաձայն $\Delta BK'C$-ի $\left.\begin{array}{l} BC = CK' = 2\text{սմ} \\ \angle BCK' = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow$, որ $BK' = AC = DK' = 2\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DBH' = \angle BDH' = \angle DH'B = 60^\circ$

$S_{\Delta DBH'} = \frac{1}{2} DH' \cdot BH' \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ սմ²

Պատ՝ $S_{\Delta DBH'} = 2\sqrt{3}$ սմ²

227.



Տ.՝ պրիզմա

Եռանկյուն պրիզմա

$AB = AC = BC = A_1B_1 = A_1C_1 = B_1C_1$

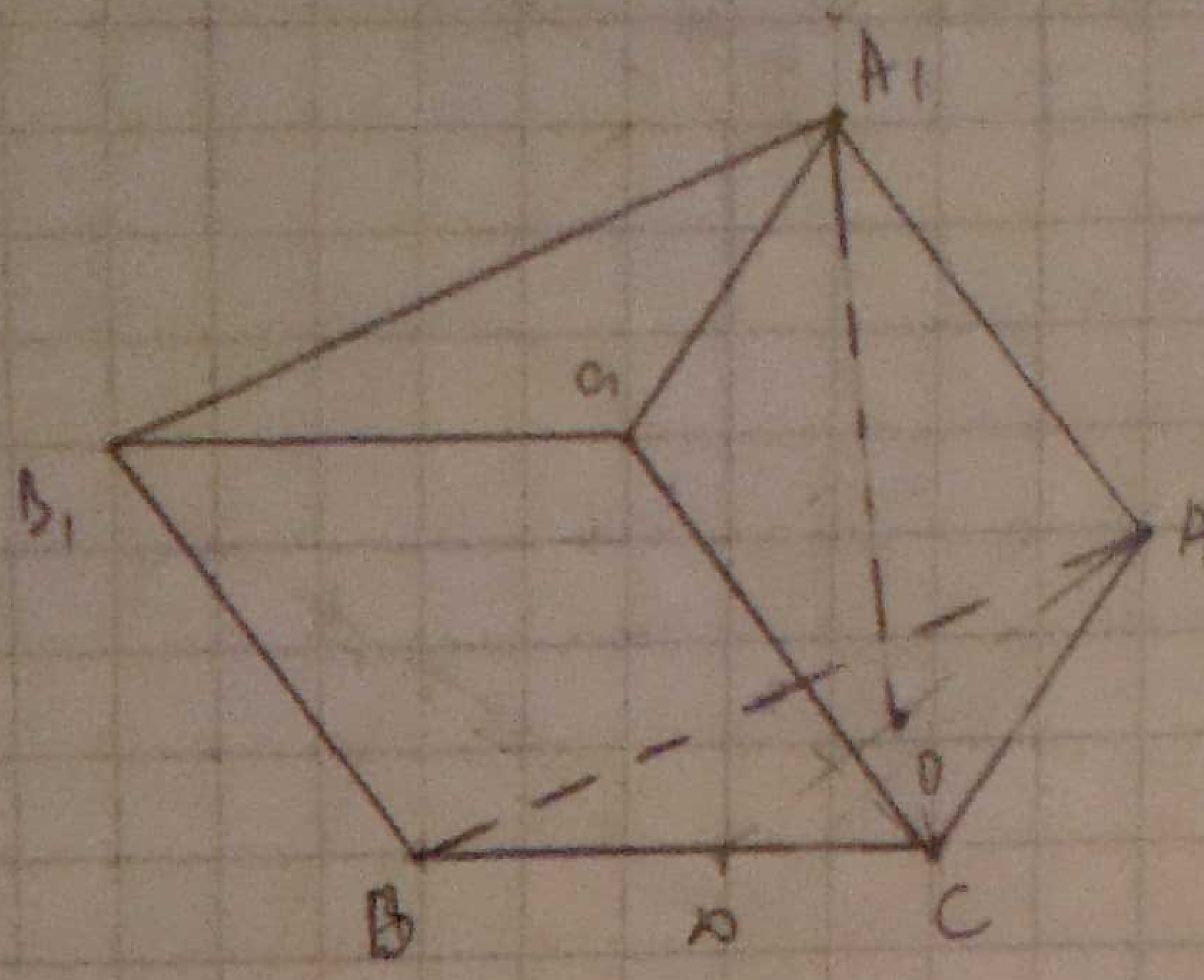
$\angle A_1AC = \angle A_1AB$

Ապ. ա) $A_1A \perp CB$

բ) CC_1B_1B-ն ուղղանկյուն է

ա) Տանենք A_1 կետից ABC հարթությանը ուղղահայաց A_1H ուղղահայացը (H-ն AK ուղղի և (ABC)-ի հատման կետն է: Այդ կետից AC և AB կողմերին տանենք ուղղահայացներ HK_1-ը և HK_2-ը, K_1 և K_2 կետերը միացնենք A_1-ին: Եթե $AC \perp HK_1$-ին՝ A_1K_1 թեքի պրոյեկցիային, ապա ըստ 3 $\perp$ թեորեմի՝ A_1K_1-ին: Նույն կերպ $A_1K_2 \perp AB$: Քանի որ A_1AK_1-ը և (A_1AK_2-ը) ուղղանկյուն են, որոնց AA_1 ներքնաձիգը ընդհանուր է, $\angle A_1AC = \angle A_1AB \Rightarrow \Delta A_1AK_1 = \Delta A_1AK_2$

228.



Տրված է

$ABCA_1B_1C_1$ թեք պրիզմա,

որտեղ $AB = AC = 13$ սմ
$BC = 10$ սմ

$A_1O \perp (ABC)$

O-ն ΔABC-ի միջնագծերի հատման կետն է

$\angle A_1AO = 45^\circ$

$S_{BB_1C_1C}$ - ?

$BC \perp OA$ (քանի որ $AB = AC$ և $BD = DC$) $\Rightarrow BC \perp AA_1$

$AA_1 \parallel CC_1 \Rightarrow BC \perp CC_1$: Հետևաբար BB_1C_1C ուղղանկյուն:

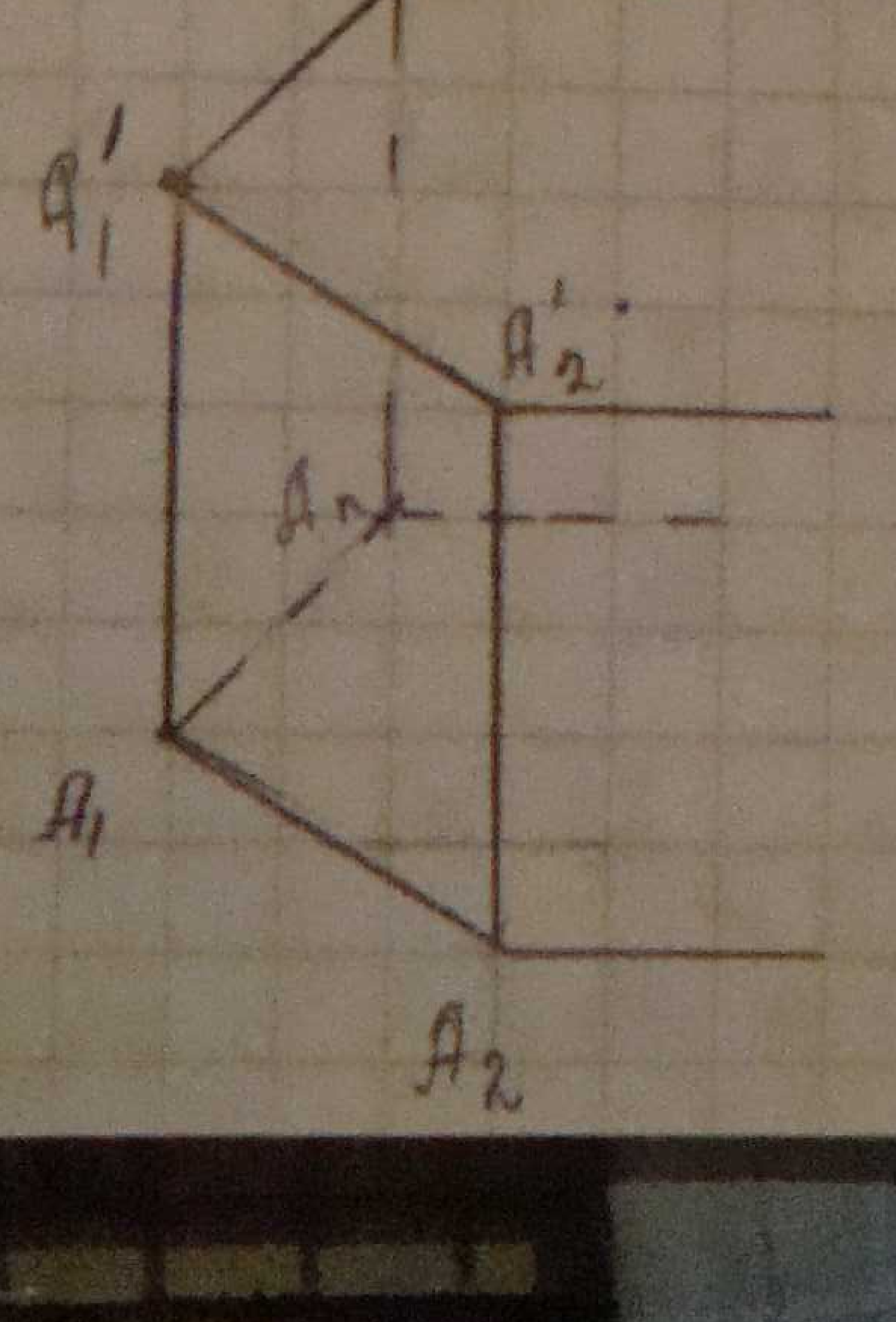
Ըստ պյութագորասի թ.՝

$\left.\begin{array}{l} AB = AC = 13 \text{ սմ} \\ BC = 10 \text{ սմ} \end{array}\right\} \Rightarrow AD = 12$ սմ

$AO = \frac{2}{3} AD = 8$ սմ $\Rightarrow AA_1 = \frac{AO}{\cos 45^\circ} = \frac{8 \cdot 2}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$ սմ $= CC_1$

$S = BC \cdot CC_1 = 8\sqrt{2} \cdot 10 = 80\sqrt{2}$

229



Տրված է

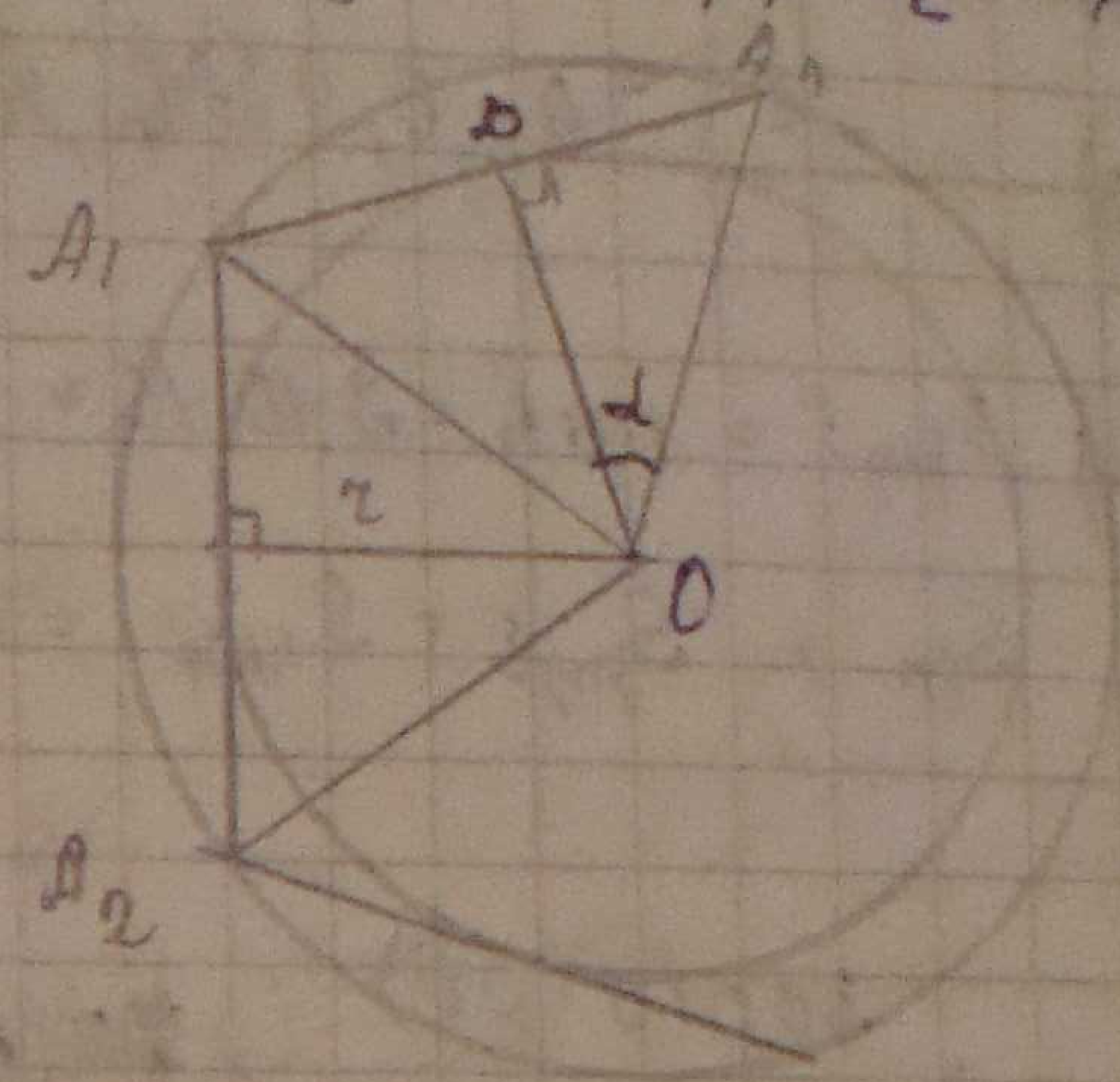
$A_1A_2 \ldots A_nB_1B_2 \ldots B_n$ կա-
նոնավոր պրիզմա

$A_1'A_1 = h$

$A_1A_2 = a$

$S_{կողմ}$ և $S_{լրիվ}$ - ?

Կանոնավոր պրիզմայի կողմնային երեսը ուղղանկյուն է (օրինակ $A_1A_1'A_2'A_2$) հետևաբար $S_1 = ah$ և կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{կողմ} = nah$:



Ինչպես գիտենք կանոնավոր բազմանկյան մակերեսը՝

$S = \frac{1}{2} Pr$ (3), որտեղ r-ը բազմանկյանը ներգծած շրջանագծի շառավիղն է:

r-ն արտահայտենք a-ով (բազմանկյան կողմով):

$\angle DOA_n$-ը նշ. α-ով: $\alpha = \frac{360}{2n} = \left(\frac{180}{n}\right)^\circ$

$tg\,\alpha = \frac{a}{2r} \Rightarrow r = \frac{a}{2tg\,\alpha} = \frac{a}{2tg\frac{180}{n}}$ (1)

$S_{\triangle A_1A_2O} = \frac{1}{2} ar = \frac{a^2}{4tg\frac{180}{n}}$

$2S_{բազմ} = \frac{na^2}{2tg\frac{180}{n}}$

$P = na$ (2)

(1)-ը և (2)-ը (3)-ում

$S = \frac{1}{2} \cdot na \cdot \frac{a}{2tg\frac{180}{n}} = \frac{na^2}{2tg\frac{180}{n}}$

$S_{լր} = S_{կողմ} + S_{հիմ} = nah + \frac{na^2}{2tg\frac{180}{n}}$

Որոշենք լրիվ մակերևույթը եթե $n = 3$, $a = 10սմ$, $h = 15սմ$

բ) $n = 4,\ a = 12{,}5,\ h = 8{,}5$

գ) $n = 6;\ a = 23$ սմ, $h = 5{,}5 = 50$ սմ

դ) $n = 5,\ a = 0{,}4 = 4$ սմ, $h = 10$ սմ $= 0{,}1$ դմ

ա) $S_{կողմ} = nah = 3 \cdot 10 \cdot 15 = 450$ սմ^2.

$S_{լր} = S_{կողմ} + S_{հիմ} = nah + \dfrac{na^2}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}} = 450 + \dfrac{300\sqrt{3}}{2} =$

$= \dfrac{300(6+\sqrt{3})}{2} = 150(6+\sqrt{3}) \approx 580$ սմ^2

բ) $S_{կողմ} = nah = 4 \cdot 12 \cdot 8 = 384$ սմ^2

$S_{լր} = nah + \dfrac{na^2}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}} = 384 + \dfrac{4 \cdot 144}{2} = 672$

գ) $S_{կ} = nah = 6 \cdot 23 \cdot 50 = 6900$ սմ^2

$S_{լր} = nah + \dfrac{na^2}{2\operatorname{tg}\frac{180}{n}} = 6900 + \dfrac{6 \cdot 23^2}{2 \cdot \sqrt{3}} = 7815$ սմ^2

դ) $S_{կ} = nah = 5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}2$ մ^2

$S_{լր} = 0{,}4 + \dfrac{5 \cdot 0{,}4^2}{2}$

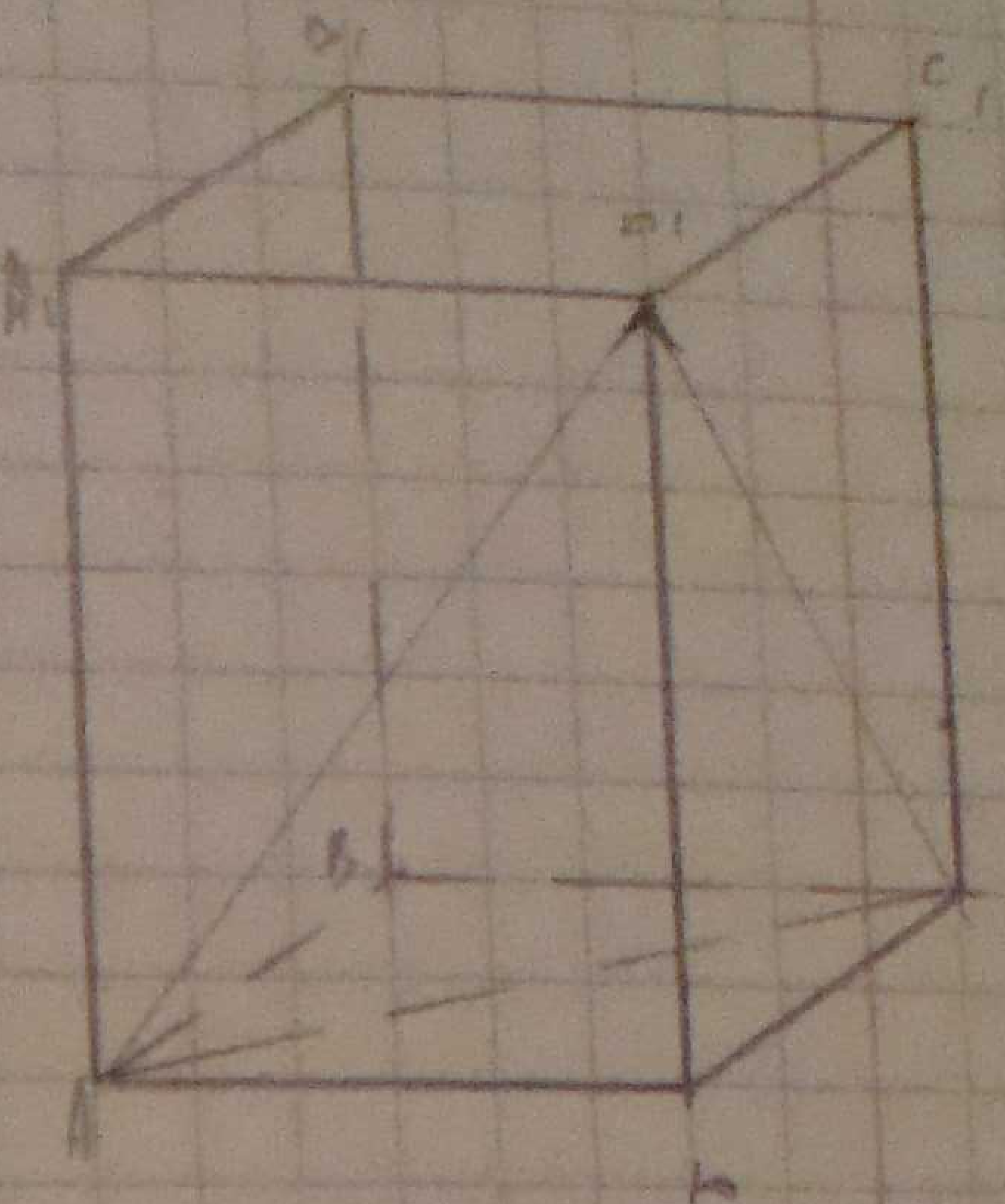
[illegible] 298.

14 [illegible] 35. [illegible]

$AB_1 = 4,\ CB_1 = 5$

$\angle AB_1C = 60^\circ$

$V - ?$



[illegible]. $AB = x \Rightarrow BB_1 = \sqrt{16 - x^2}$

$BC = \sqrt{25 - 16 + x^2} = \sqrt{9 + x^2}$

[illegible]

$AC^2 = 16 + 25 - 2 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} = 21$

$(AC^2 = AB^2 + CB^2 = 16 - x^2 + 9 + x^2 = 21)$

$AC^2 = AB^2 + CB^2 = 21$

$AB^2 = 21 - CB^2$

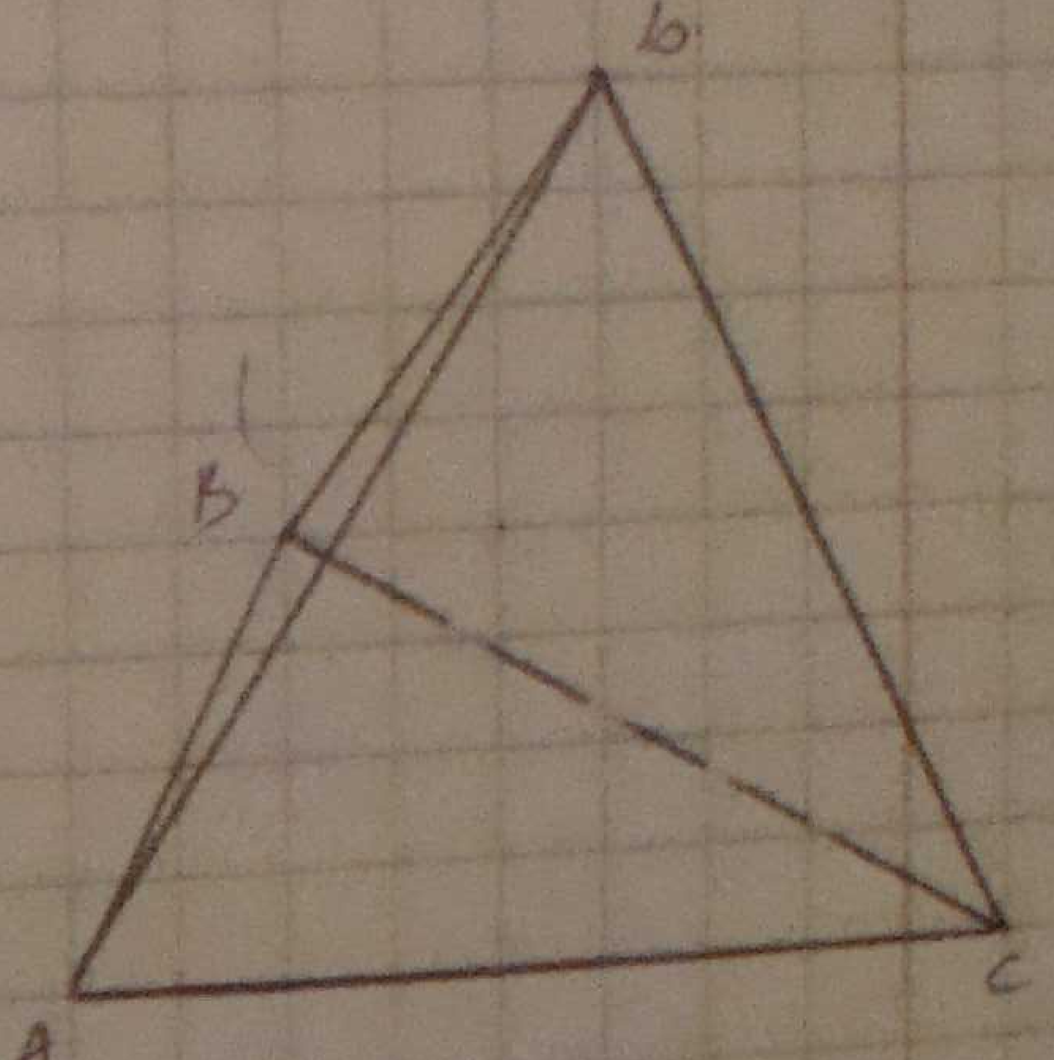
$CB^2 = CB_1^2 - BB_1^2$

$AB^2 = AB_1^2 - BB_1^2$

$AB_1^2 - BB_1^2 = 21 - CB_1^2 + BB_1^2$

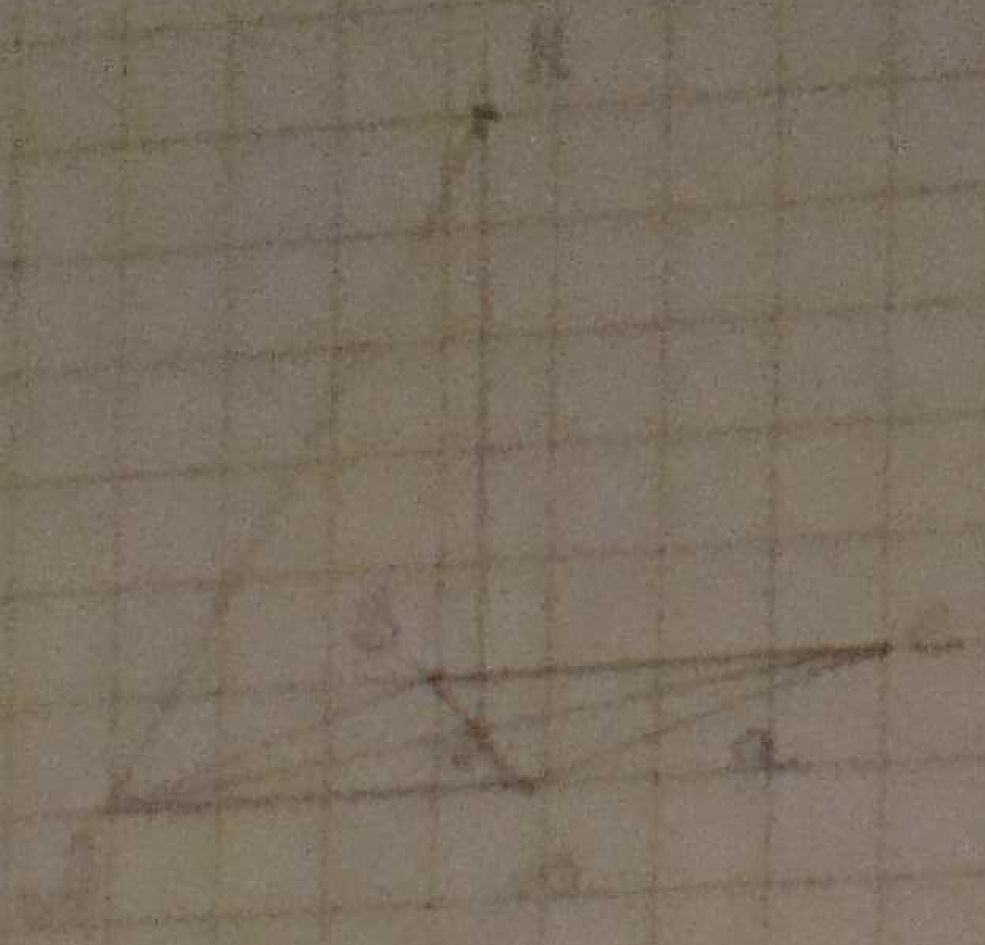
$2BB_1^2 = AB_1^2 + CB_1^2 - 21 = 16 + 25 - 21 = 20.$

$BB_1^2 = 10 \Rightarrow BB_1 = \sqrt{10}$



$OK = b$

$AB = a$



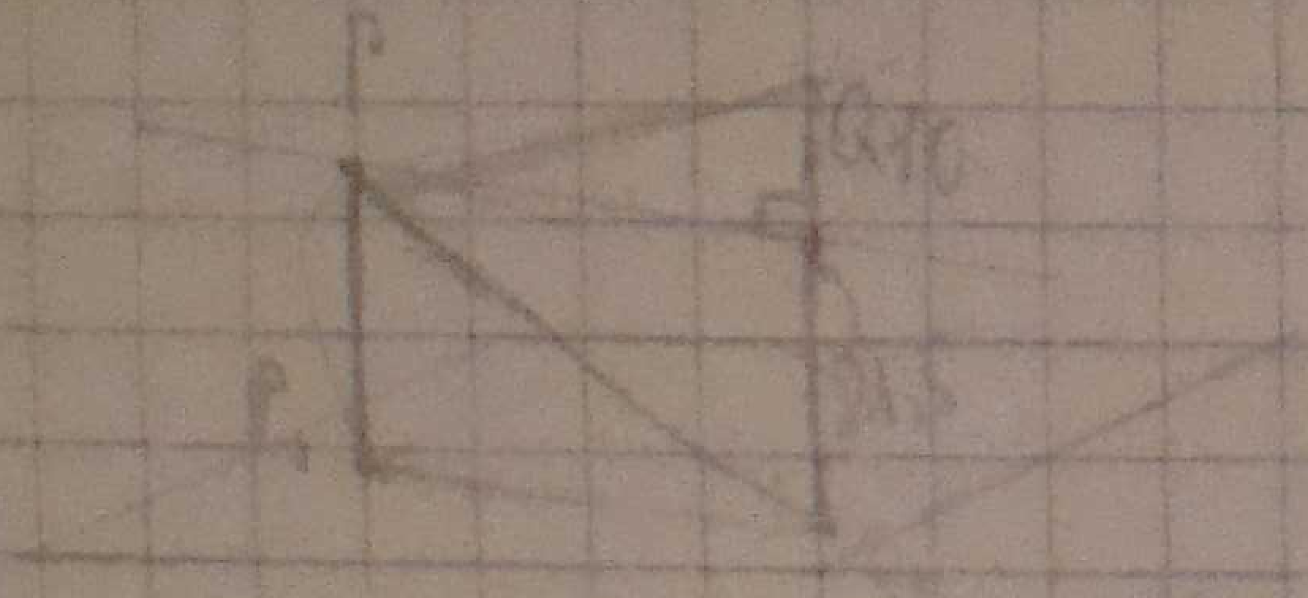
$2x^2 = a^2$

$x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$y^2 = \frac{a^2}{2} + b^2 = \frac{a^2+2b^2}{2}$

$y = \frac{\sqrt{2a^2+4b^2}}{2}$

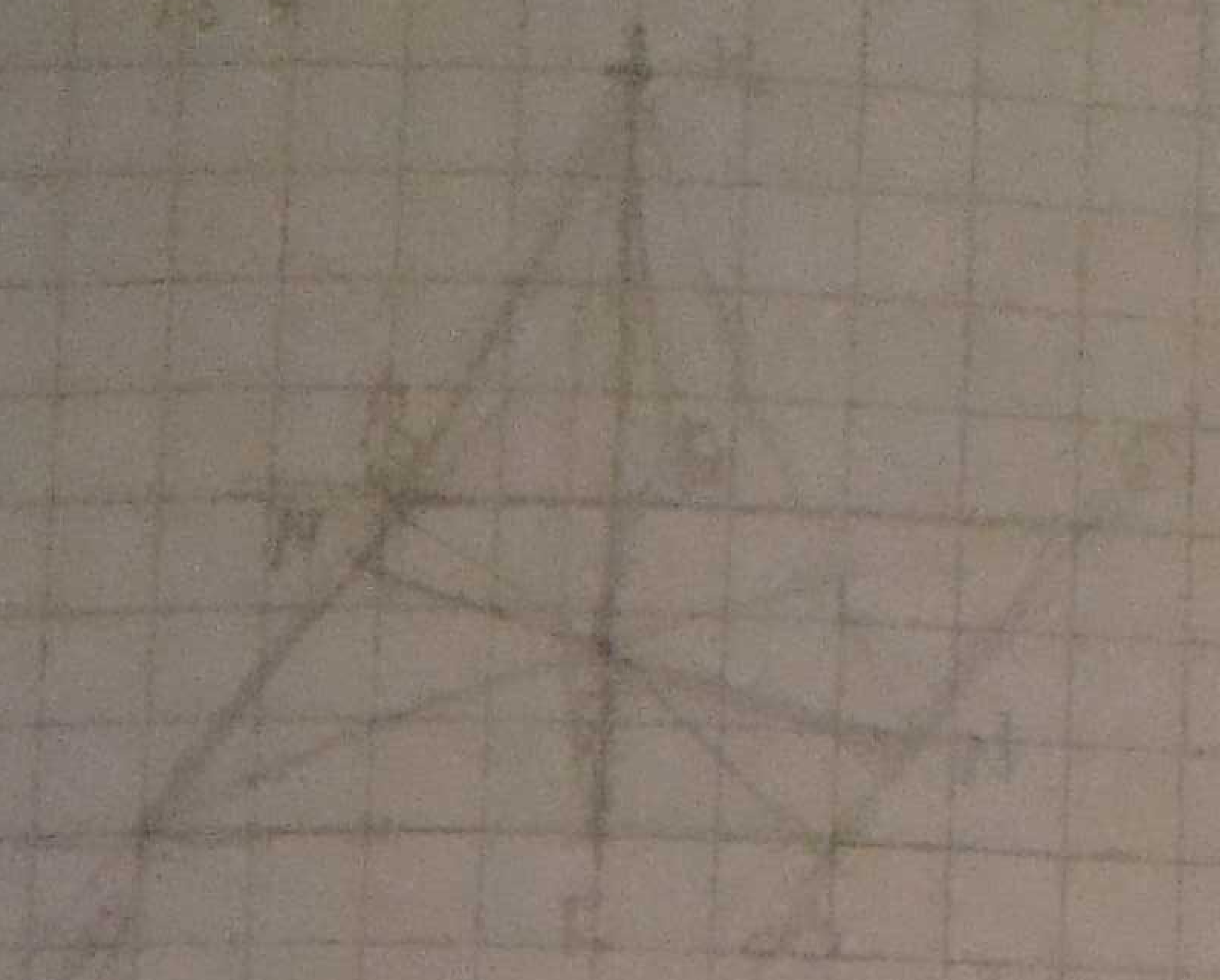
$15^2 - 10^2 = 225 - 144 =$ [illegible]



$PP_1 = 21,5$

$QQ_1 = 31,5$

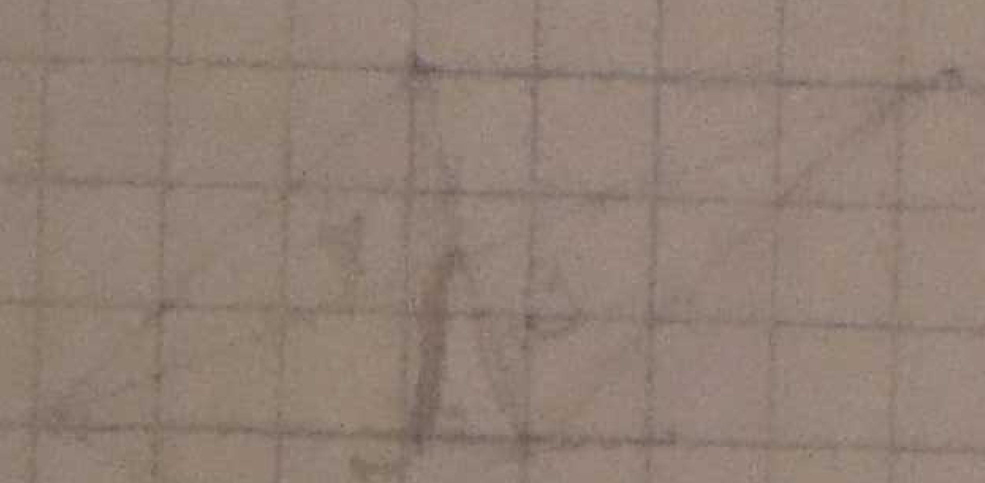
$PQ =$ [illegible]



OM = ON = OF = OE = [illegible]

$\Delta KOM = \Delta KOE$ $\angle KOF = \angle KOM$

KN = KM = KF = KE



16 + 8

48

$5 \cdot \frac{OM}{2} = 5$

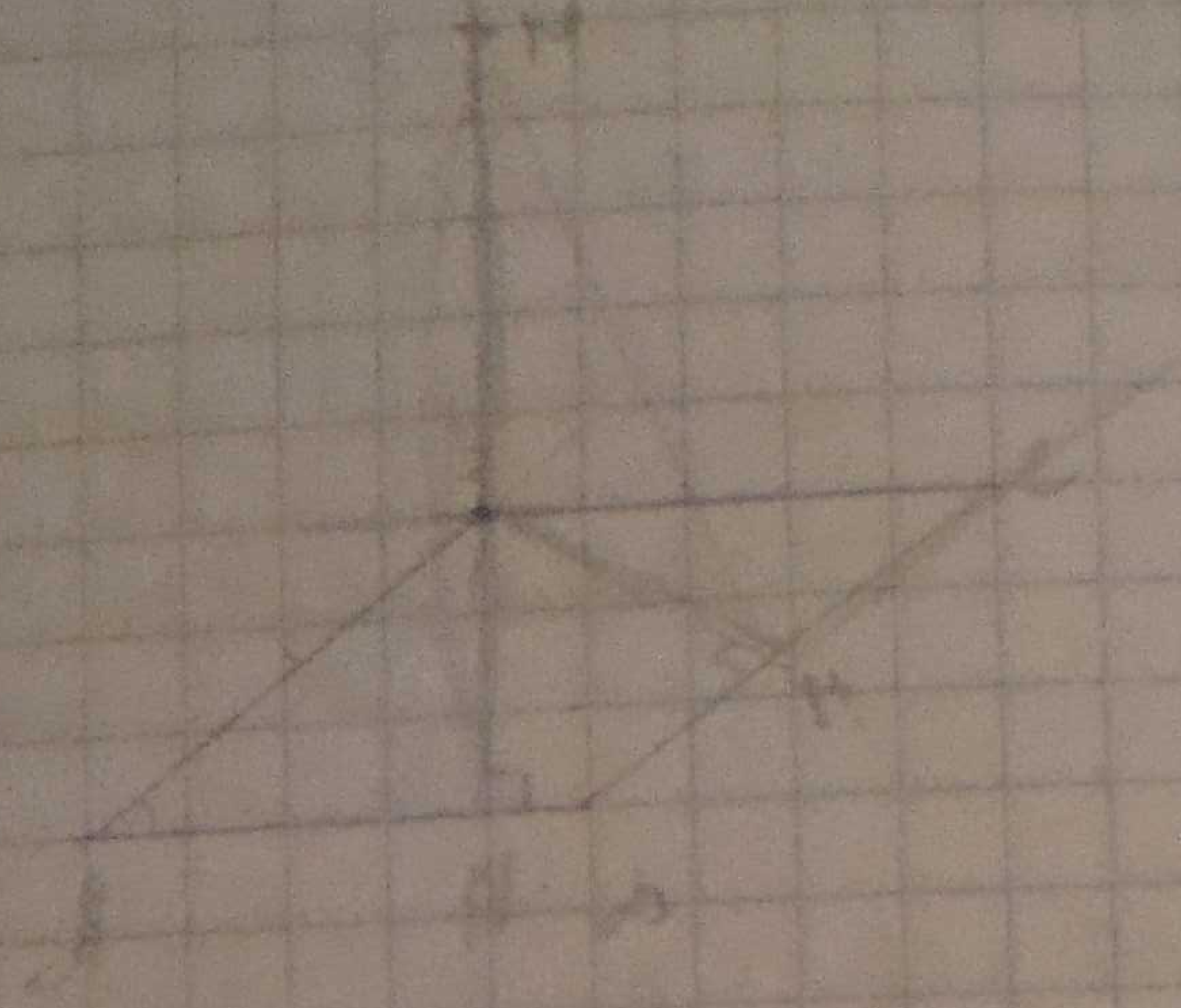
$4 \cdot \frac{5 \cdot OF}{2}$

$8 \cdot OF = 24$

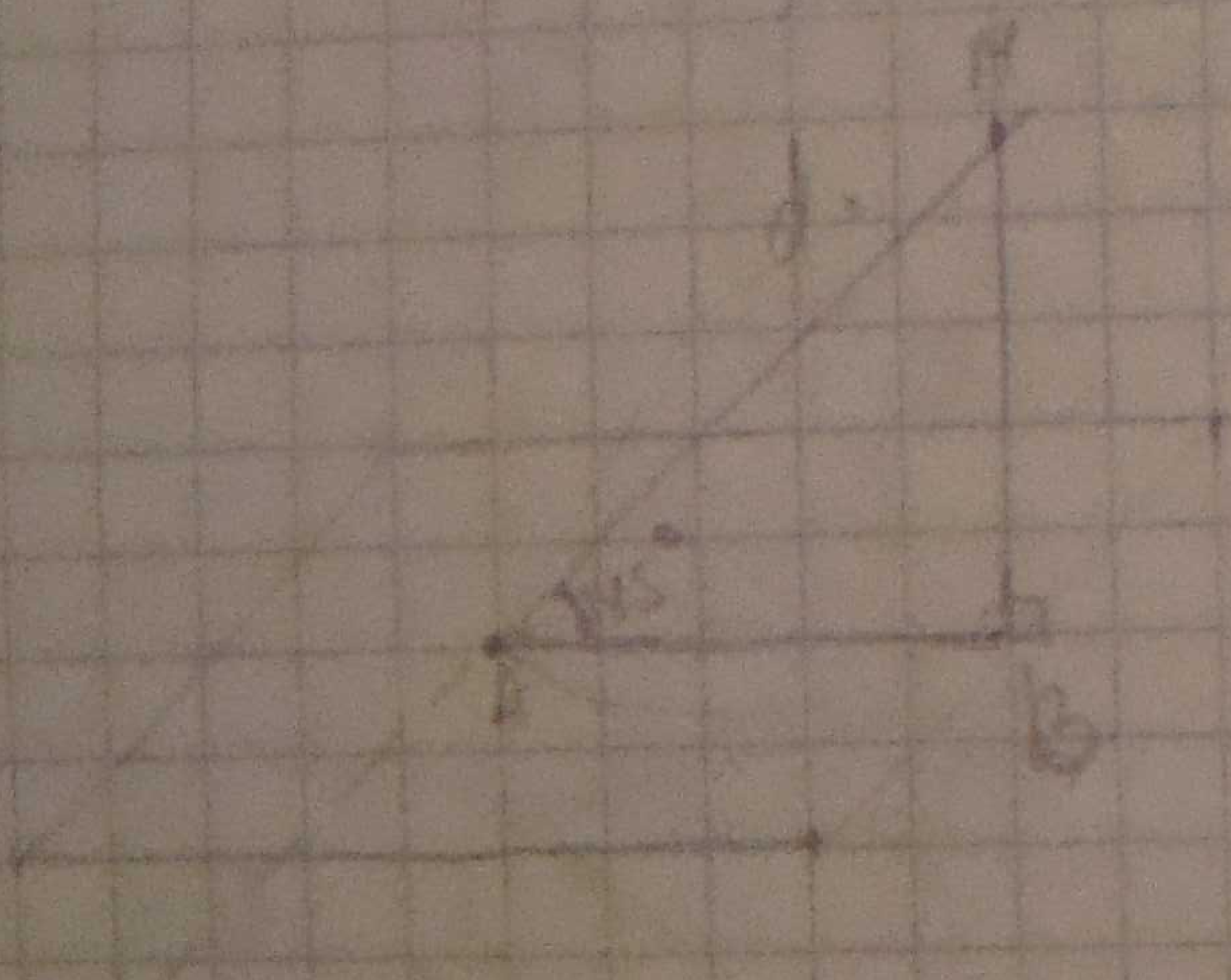
OF = [illegible]

[illegible]

4OF = 2OF

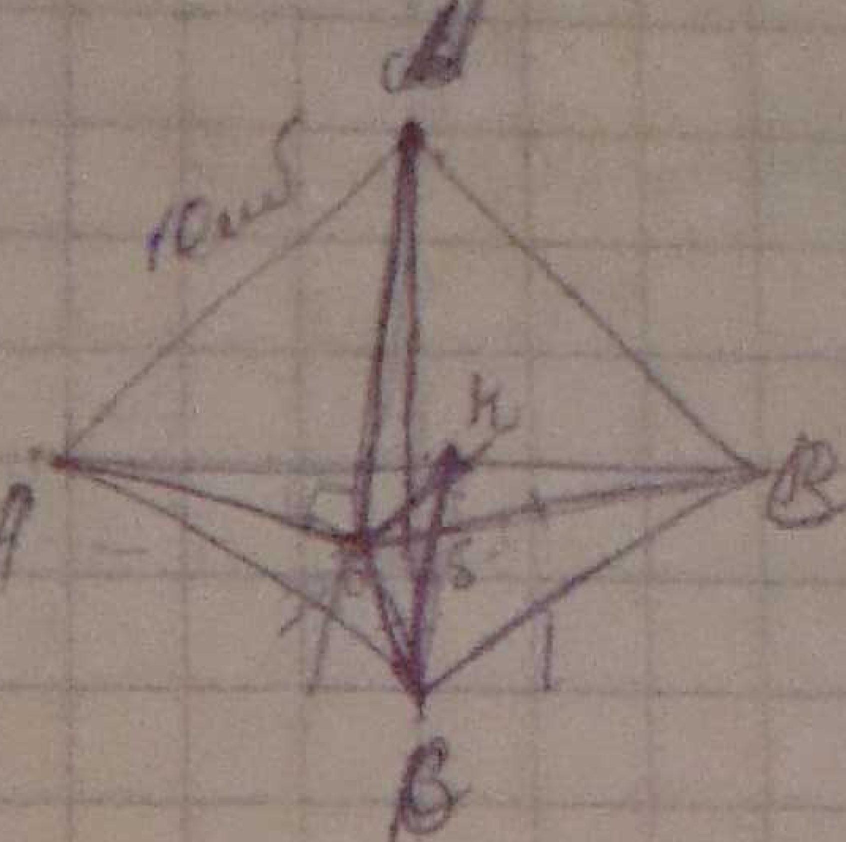


113



$AB = d$

$AB_1 = AB = \cos 45° \cdot d = \frac{\sqrt{2}}{2} d$



$\angle ABC$ ուղ/ղ է

$MO \perp ABC$

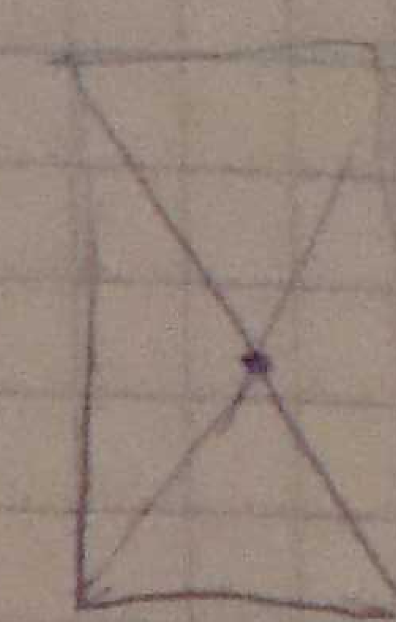
դիտ ΔMOA ; ΔMOC և ΔMOB

հատ. էն (OM – ընդ. էջ է 1 ընդ

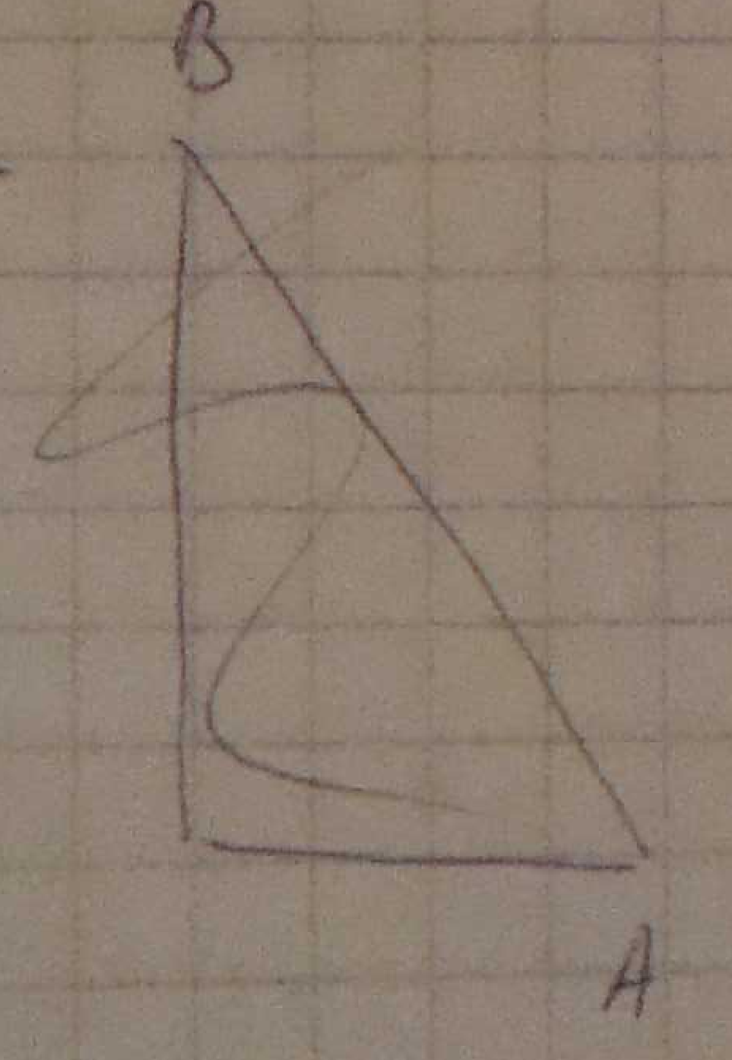
հետևաբար $AM = BM = CM = 10$սմ

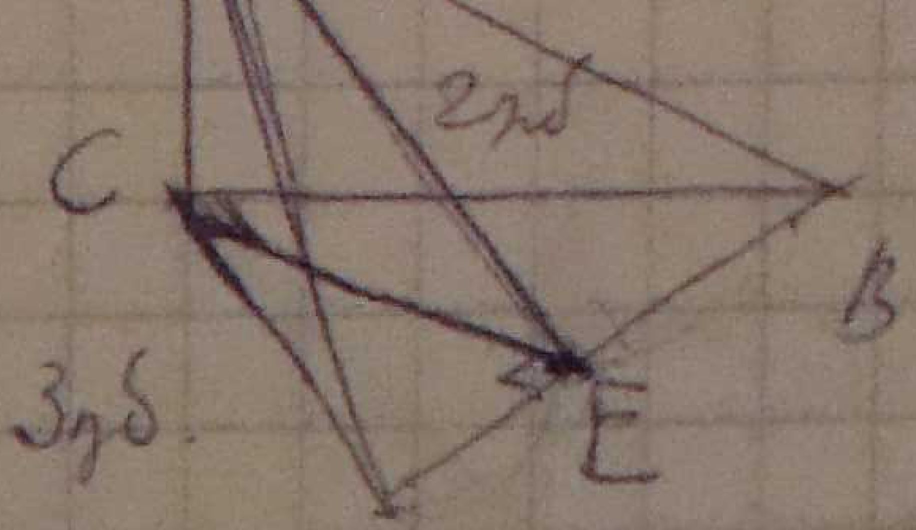
$OA = OC = OB$

$BK = BO = \frac{1}{2} AC$



205

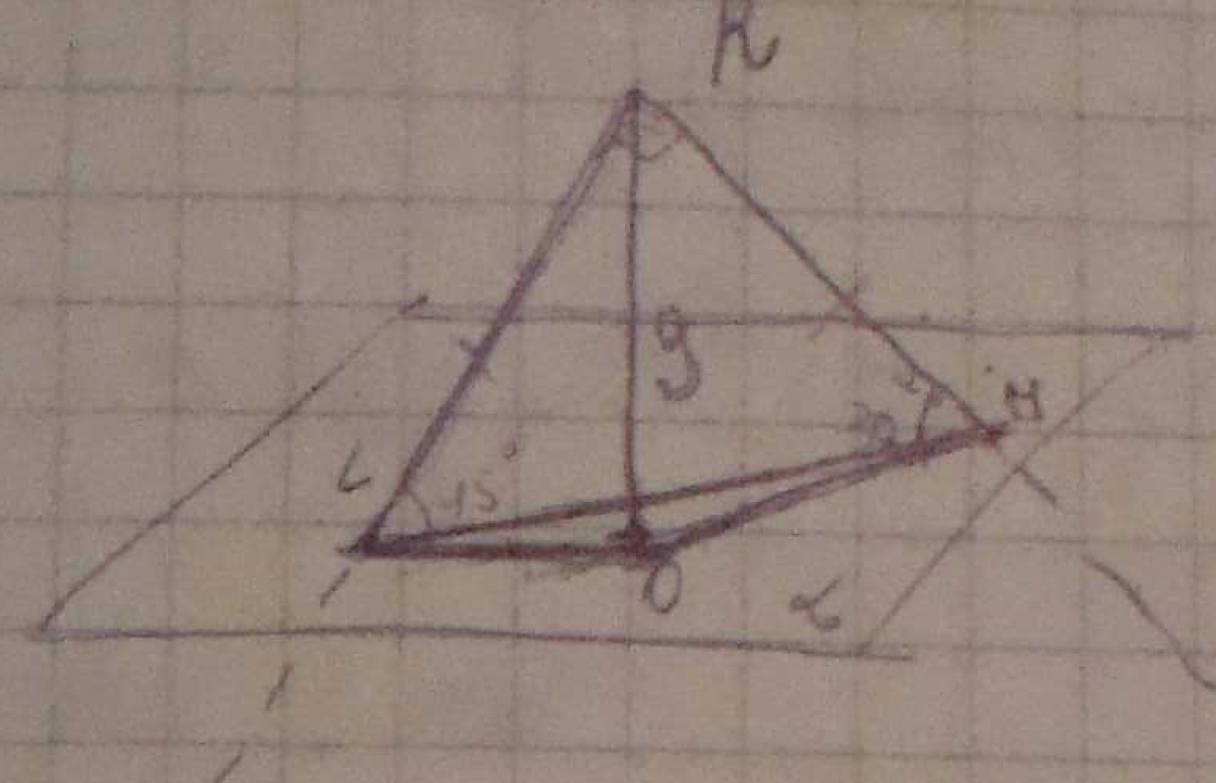




$4 + 9 = 13$ $\sqrt{\sqrt{13} \cdot 3 + 1} =$

$\sqrt{3\sqrt{13}+1}$

208



OK = 9 см

$\angle LKM = 90^\circ$

LM - ?

$\sin 45^\circ = \frac{9}{LK}$

$LK = \frac{9}{\sin 45} = \sqrt{2}\,9 =$

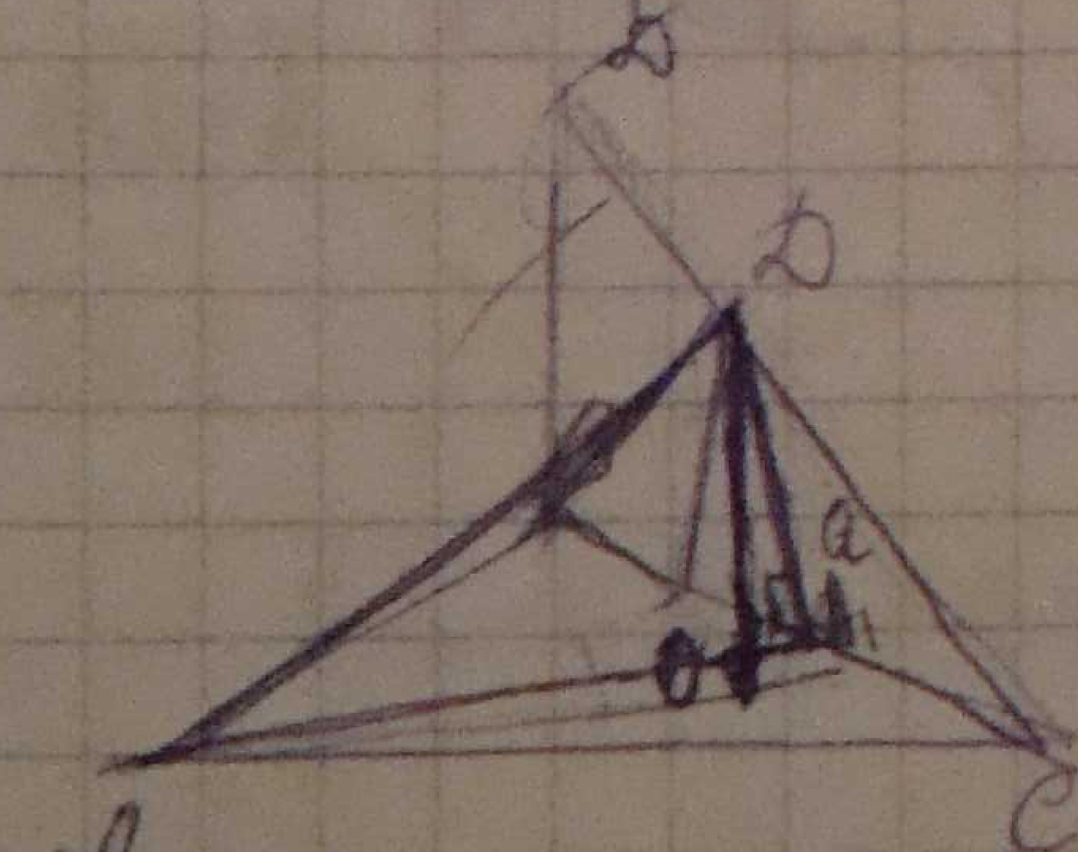
$KM = \frac{9}{\sin 30^\circ} = 2\cdot 9 = 18$

$$\begin{array}{r} \times\ 18 \\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \\ 162 \\ \hline 486 \end{array}$$

$LM = \sqrt{18^2 + 2\cdot 81} = \sqrt{486}$

~~486 = 2·243~~ $= \sqrt{81\cdot 4 + 81\cdot 2} = 9\sqrt{6}$

213



$\angle A_1 K_2 = a$

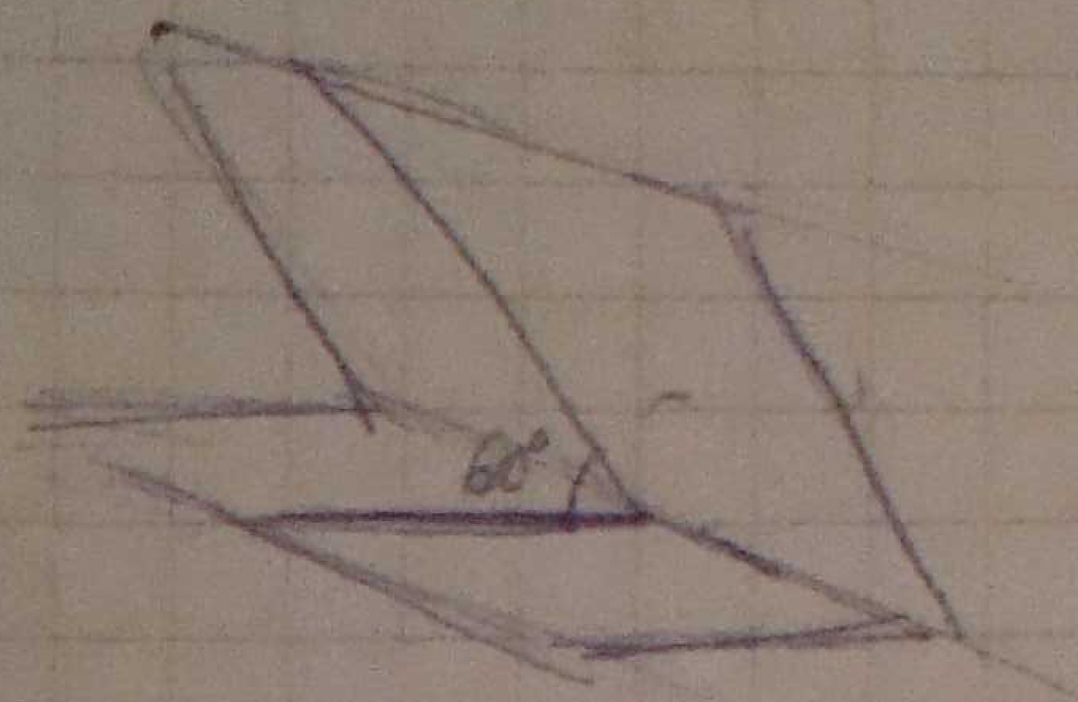
$AA_1 = a$

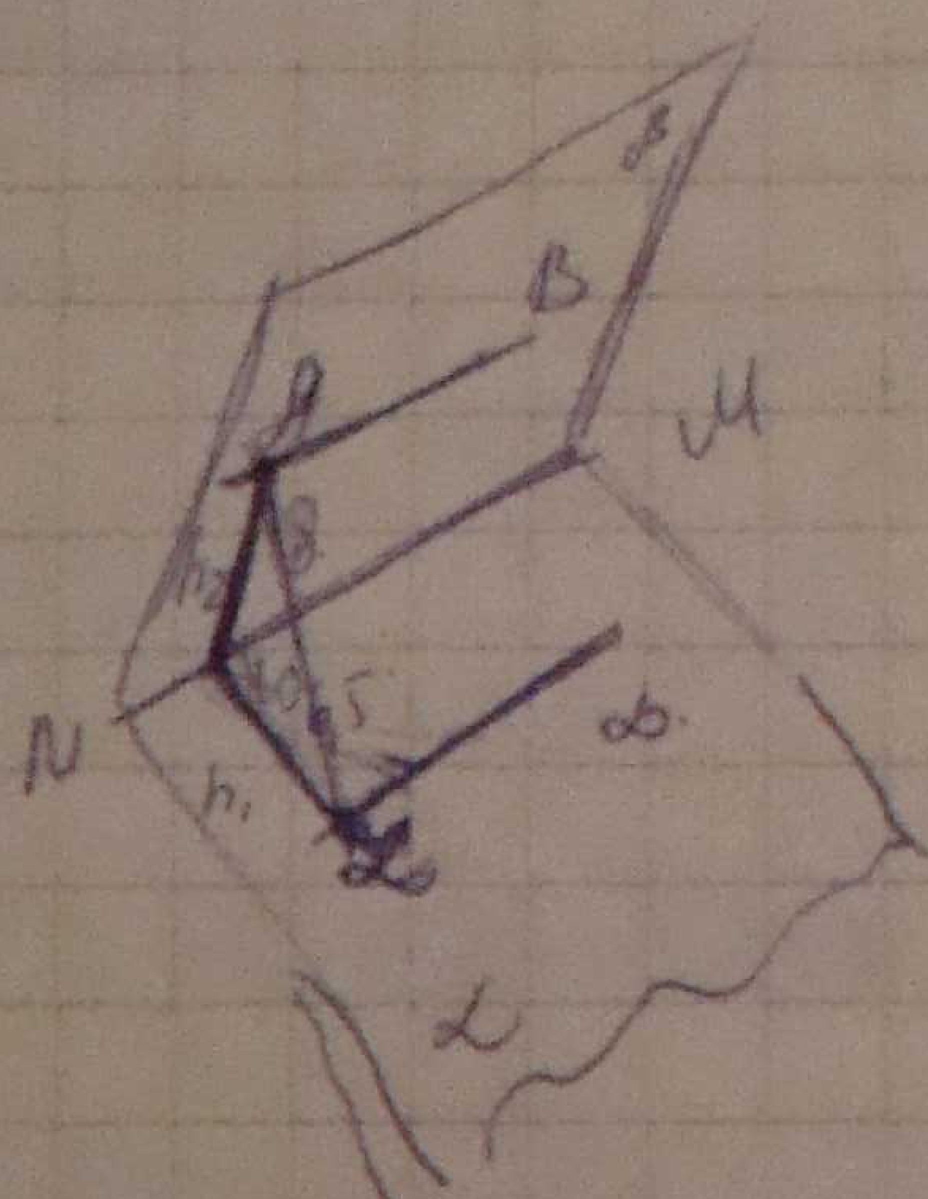
$OA_1 = \frac{1}{3} AA_1 = \frac{1}{3} a$

$\cos\alpha = \frac{1}{3}$

$\alpha = \arccos\frac{1}{3}$

215





$\angle \alpha MN\beta = 60^\circ$

$AB \parallel Cb.$

$AB \subset \beta$

$Cb \subset \alpha.$

$h_1 = 6,5$ см

$h_2 = 8$ см

$AC^2 = h_1^2 + h_2^2 - 2h_1 h_2 \cdot \frac{1}{2} =$

$= 42{,}25 + 64 - 52$

$$\begin{array}{r} 4225 \\ 12 \\ \hline 4237 \end{array}$$

$\sqrt{4237}$

141

$\angle MN\beta = 60^\circ$

$\left.\begin{matrix} AB \parallel CD \\ CD \subset \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} AB \parallel \alpha \\ AB \subset \beta \end{matrix}\right.$ $\alpha \cap \beta = MN \Rightarrow$

$\Rightarrow AB \parallel MN$ / тогда и $CD \parallel MN$

$EK \perp MN$

$K\alpha \perp MN$

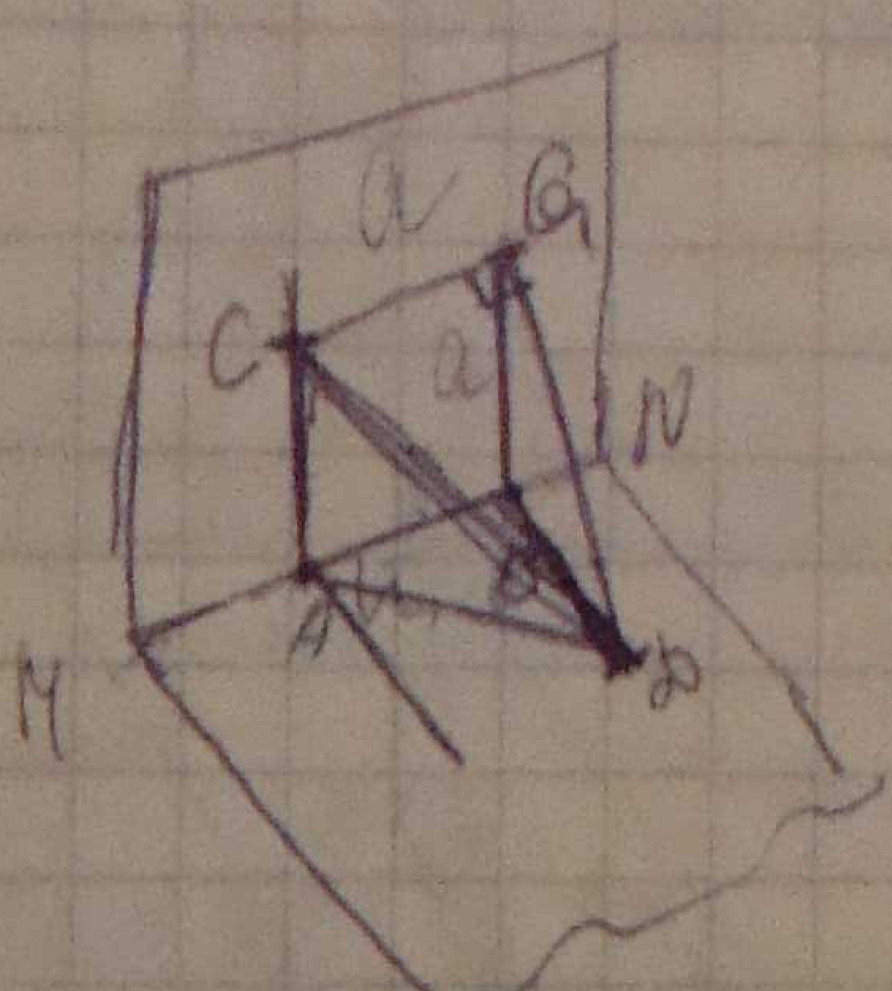
$E\alpha \perp AB$ $E\alpha \perp CD$

$\left.\begin{matrix} MN \perp EK \\ MN \perp K\alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN \perp EK\alpha$

$\Rightarrow MN \perp K\alpha$

$CD \parallel MN \parallel AB$

216



N

$AB = AC = BD = a$

$BC_1 \perp MN$ $BC_1 = a$.

$\angle CBD = 120^\circ$ $C_1D = \sqrt{2}\,a$

$CD = \sqrt{a^2 + 2a^2} = 3a^2 = \sqrt{3}a$

$BC_1 \perp MN$

$BC_1 = a$

$\angle C_1BD = 120^\circ$

$\left.\begin{aligned} MN \perp BC_1 \\ MN \perp BD \end{aligned}\right\} \Rightarrow MN \perp (BC_1D) \Rightarrow MN \perp C_1D.$

$CC_1 \parallel MN \Rightarrow CC_1 \perp C_1D$

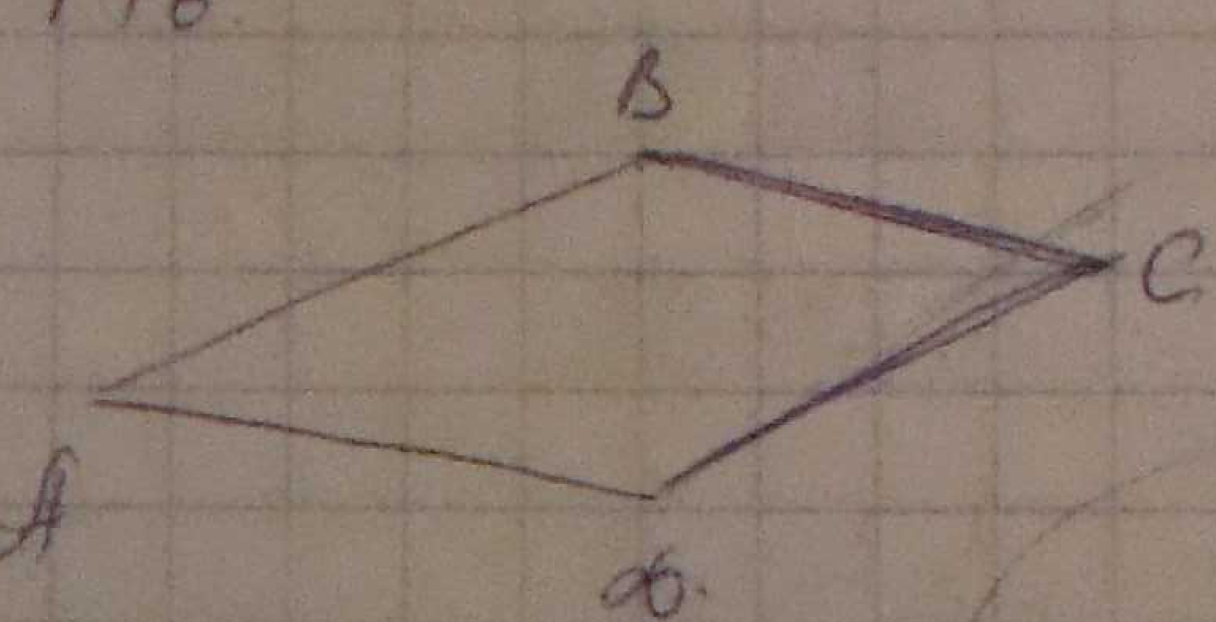
$\triangle CC_1D$ 1) $C_1D^2 = a^2 + a^2 - 2a^2\left(-\frac{1}{2}\right)$

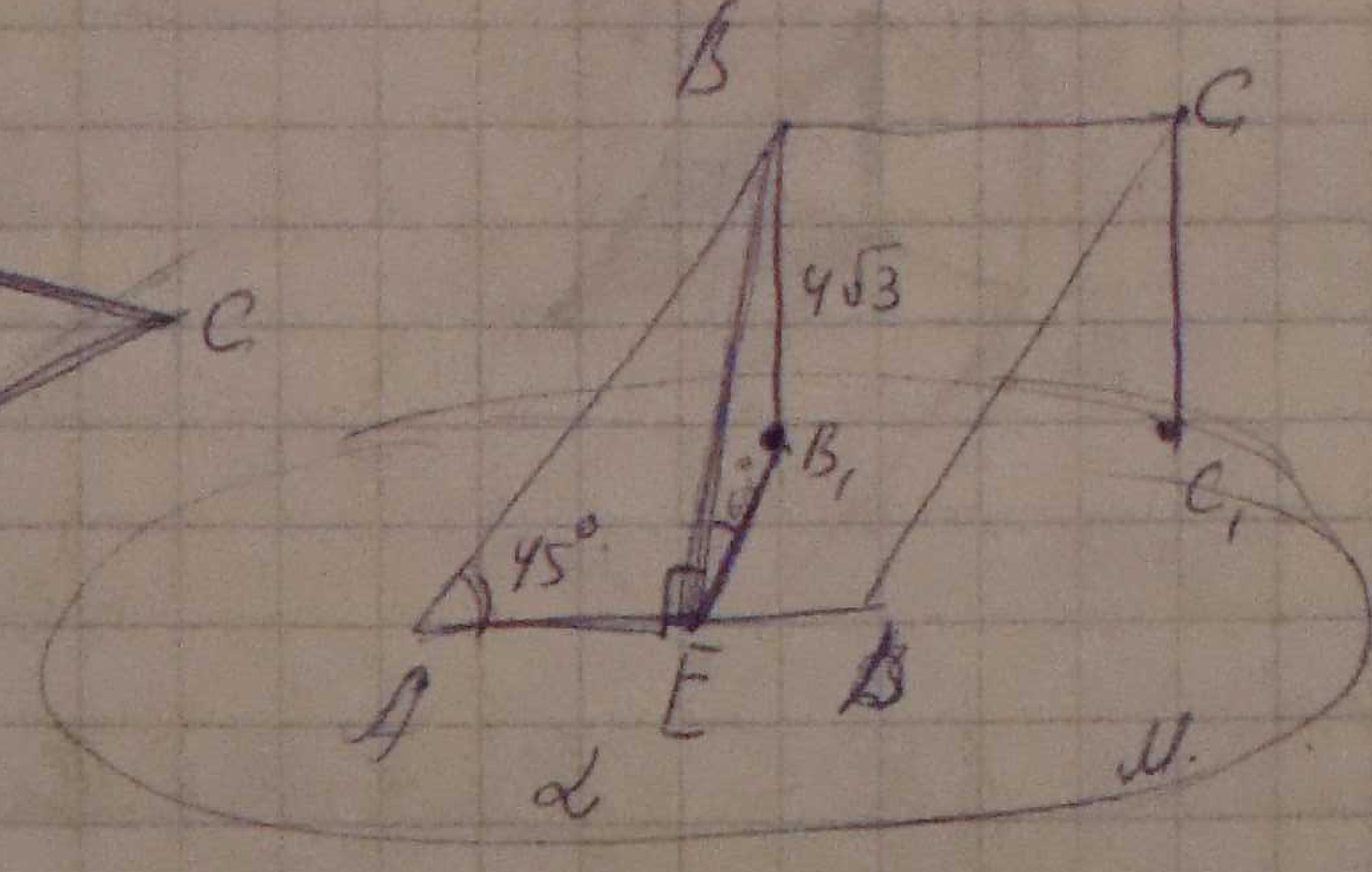
$C_1D^2 = 3a^2$

2) $\triangle CC_1D$ – п/у

$CD = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$

176





$BE \perp AD$

$BB_1 \perp \alpha$

$AD = B_1E$

$\angle BEB_1 = 60^\circ$

$\triangle BB_1E$ – п/у

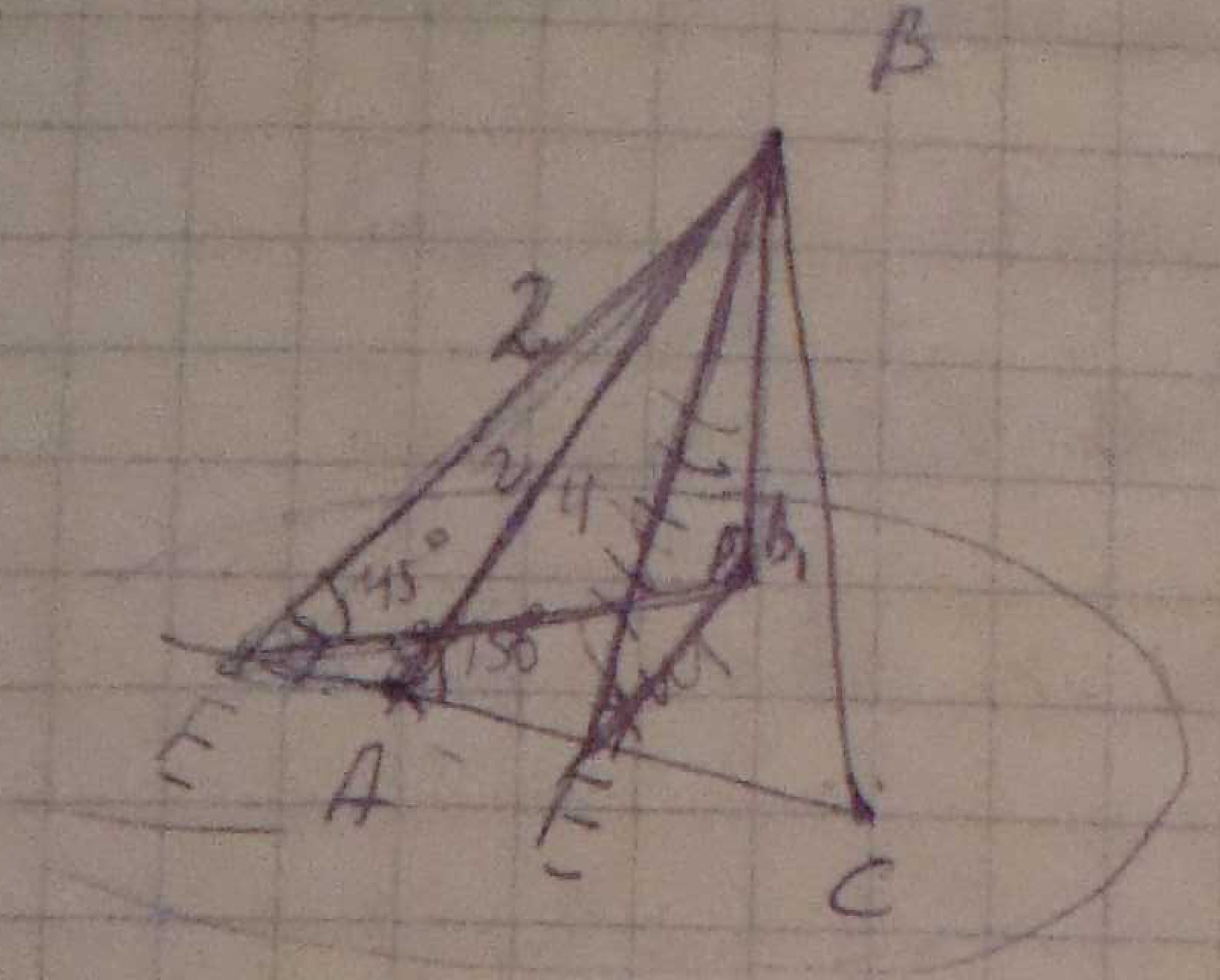
$\sin 60^\circ = \frac{BB_1}{BE}$

$BE = \frac{2 \cdot BB_1}{\sqrt{3}} = 8$

$AB = BE\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

170

Էջ. 14-րդ 1-18 + 13-րդ ...



$\angle BEB_1 = 45°$

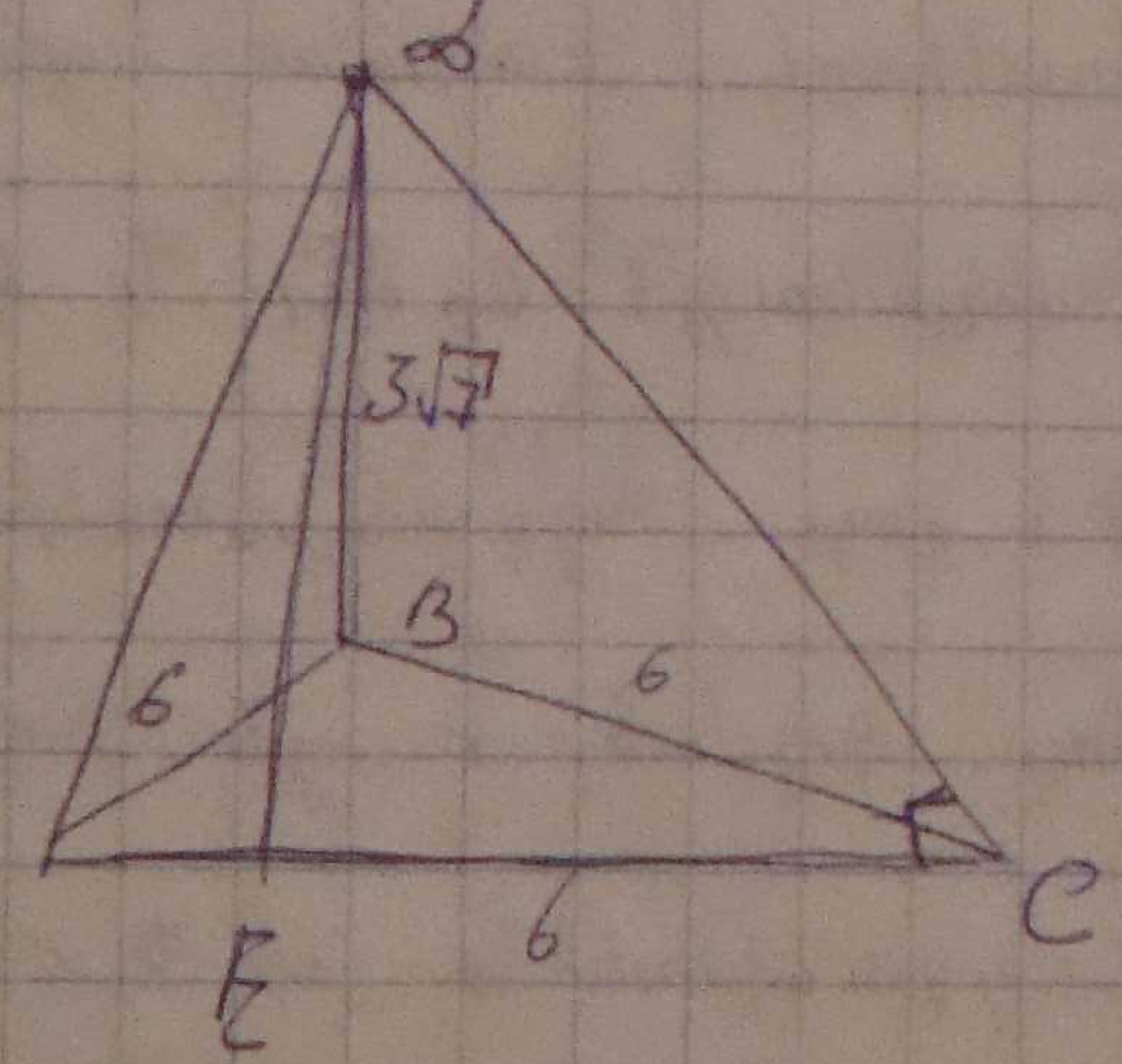
$\angle BAC = 150°$

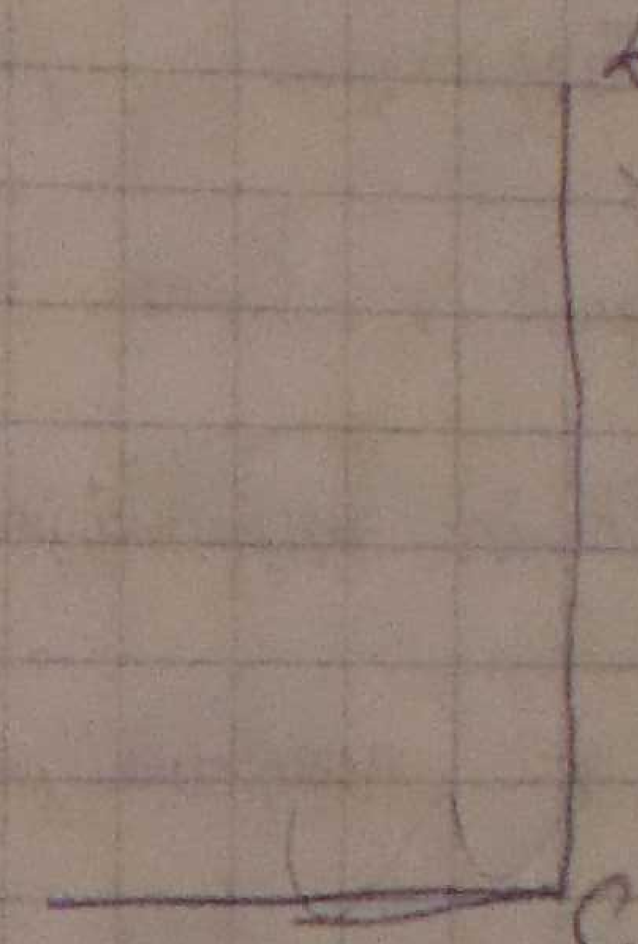
$AB = 2$ սմ

BB_1 - ? BE - ?

$AB = 4$

173.





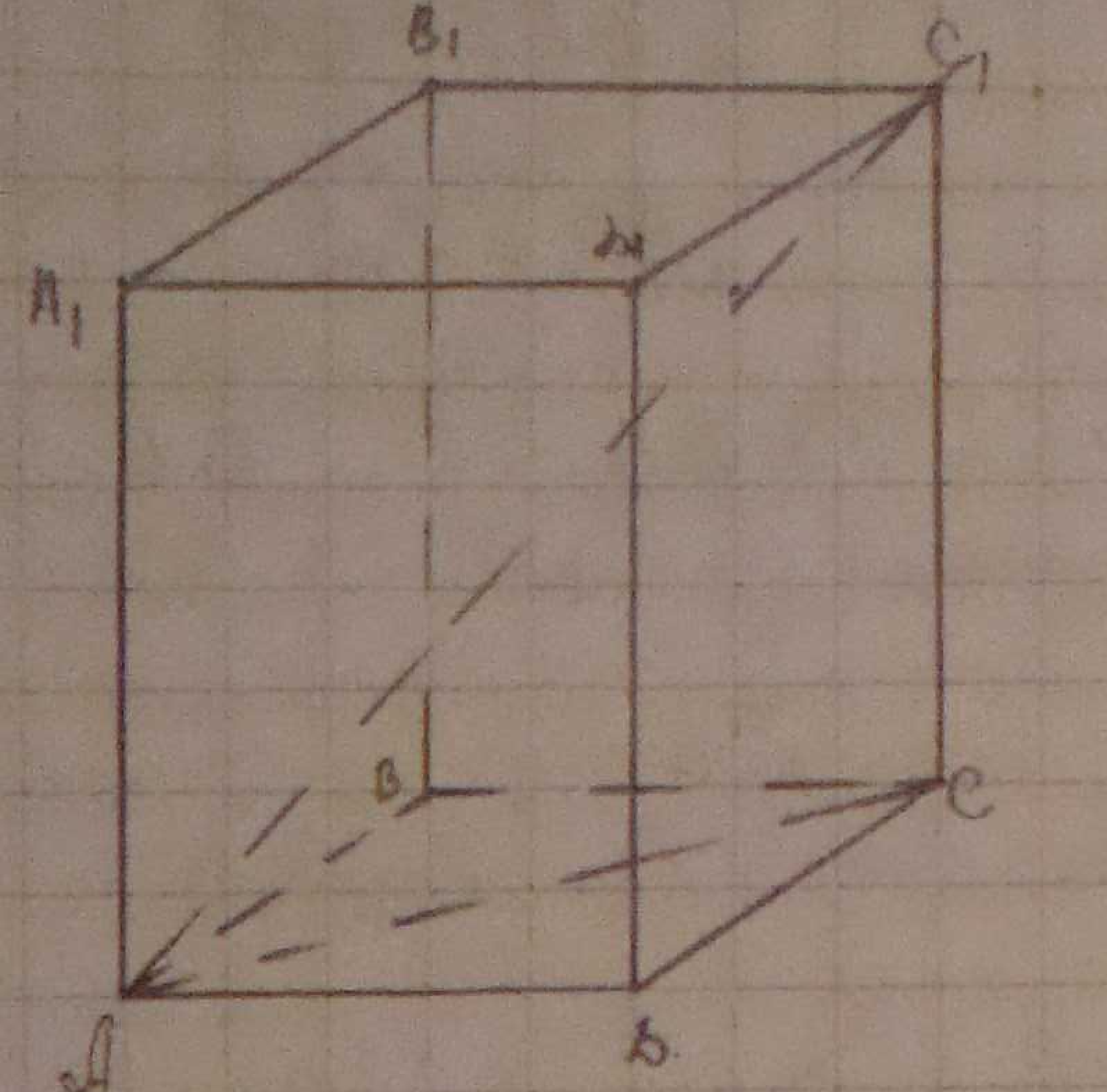
$\angle ACb = 90°$

$AB = BC = AC = 6$

$Bb = 3\sqrt{7}$

Քանի 13ա

4.



Տրված է ուղղանկյունանիստ

$S_{անկ.} = 10$

$AB = 13$

$BC = 4$

V - ?

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի անկյունագծային հատույթը հանդիսանում է երկու որևէ անկյունագծի՝ օր AC_1 և կողմնային կող՝ C_1C-ն: $ABCD$-ն ուղղանկյուն է, քանի որ ուղղանկյունանիստ հիմքը ուղղանկյունանիստ կողմերը են զուգահեռագիծ, որի հիմքերը ուղղանկյուն են ⇒ $\angle ABC = 90°$

Դիտարկենք ΔABC-ն

$$\left.\begin{array}{l} AB = 13 \\ BC = 4 \\ \angle ABC = 90° \end{array}\right\} \Rightarrow AC = \sqrt{169+16} = \sqrt{185}$$

Այժմ կողմից ΔACB-ն ուղղ. է ($CC_1 \perp ACB$ (որովհետև ուղղ-անկյունանիստի կողմնային կող) ⇒ $CC_1 \perp AC$, դա նշանակում է $\angle ACC_1 = 90°$)

Դիտարկենք ΔACC_1-ը

$$\left.\begin{array}{l} S_{\Delta ACC_1} = 10 \\ \angle ACC_1 = 90° \\ AC = \sqrt{185} \end{array}\right\} \Rightarrow CC_1 = \frac{2S}{AC} = \frac{20}{\sqrt{185}} = \frac{20\sqrt{185}}{185} = \frac{4\cdot\sqrt{185}}{37}$$

$$V = AB \cdot BC \cdot BB_1 = \frac{13 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{185}}{37} = \frac{208\sqrt{134}}{37}$$

8. Դիցուք 5․ ուղղանկյուն զուգահեռանիստ

$P_{ABCD} = 30$

$S_{AA_1B_1B} = 135$

$S_{BB_1C_1C} = 90$

$V - ?$

AB կողմը նշ. a-ով, BC-ն՝ b-ով; BB_1-ը c-ով

$$\begin{cases} ac = 135 \\ bc = 90 \\ a + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{135}{15-b} \\ c = \frac{90}{b} \\ a = 15 - b \end{cases} \Rightarrow \frac{135}{15-b} = \frac{90}{b}$$

$135b = \cancel{1350} - 90b$

$\cancel{215}\ 45\ b = 1350$

$b = \frac{\cancel{240}}{45}\ 30$

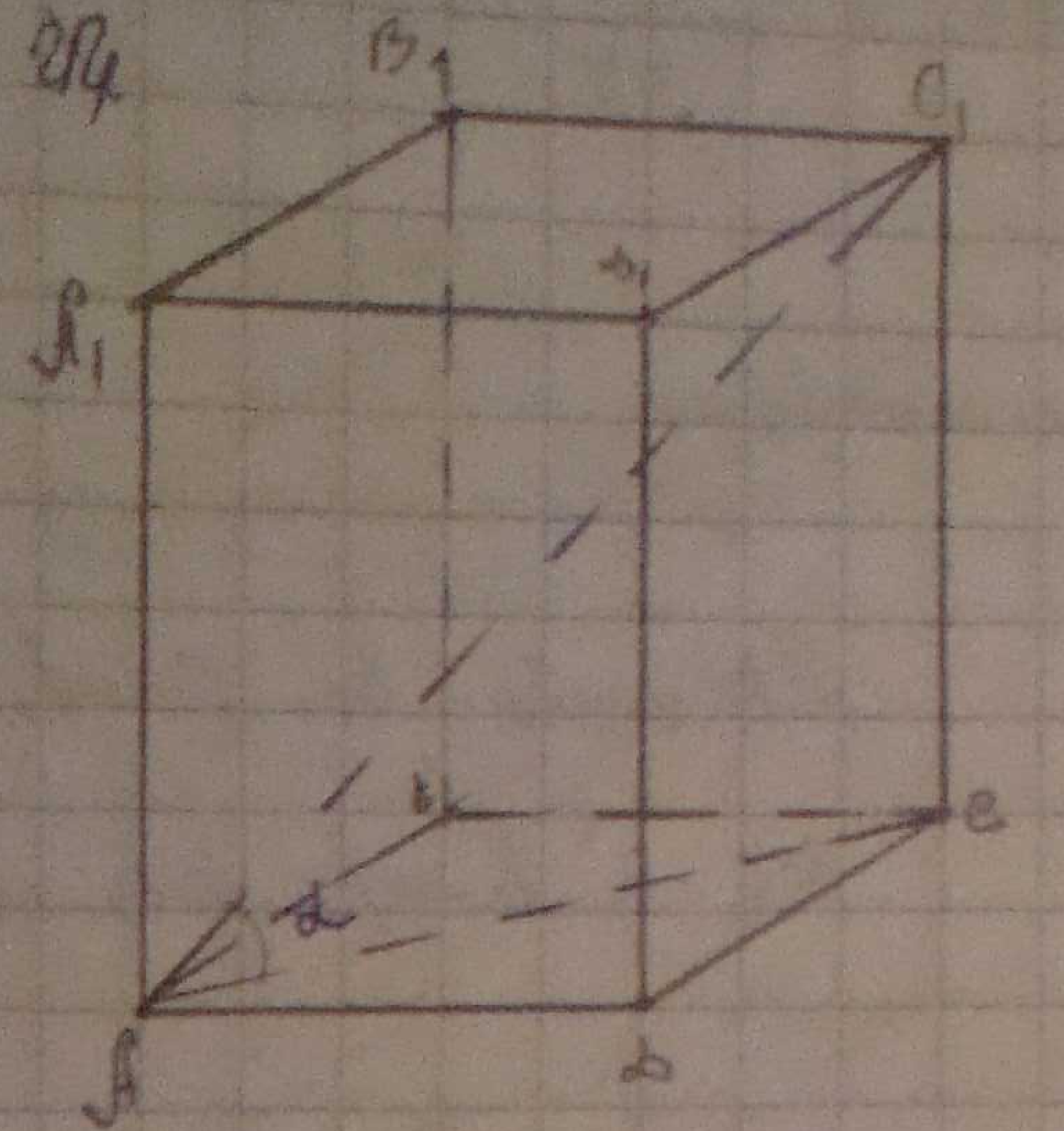
$a = 15$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{135}{c} \\ b = \frac{90}{c} \\ \frac{135+90}{c} = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 15 \\ a = 9 \\ b = 6 \end{cases}$$

$V = abc = 810$

12.



Տրված է ուղ. զուգահեռանիստ

$\alpha = 30^\circ$

$AB = 6$

$BC = 8$

$S_{կողմ} - ?$

$CC_1 \perp ABC \Rightarrow AC$-ն AC_1-ի պրոյեկցիան է $\Rightarrow \alpha = \angle CAC_1$

Պյութ. թ. ΔABC

$\left.\begin{matrix} AB = 6 \\ BC = 8 \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC = 10$

Դիտ. ΔACC_1-ը

$\left.\begin{matrix} \angle ACC_1 = 90^\circ \\ \angle CAC_1 = 30^\circ \\ AC = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow CC_1 = AC \cdot tg30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

$S_{կող} = P \cdot CC_1 = 28 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{280\sqrt{3}}{3}$

Պատ․ $S_{կողմ} = \frac{280\sqrt{3}}{3}$

16. Տրված է ուղ. պրիզ.

$\alpha = 30^\circ$

$AB = 2\sqrt{2}$

$BC = 4$

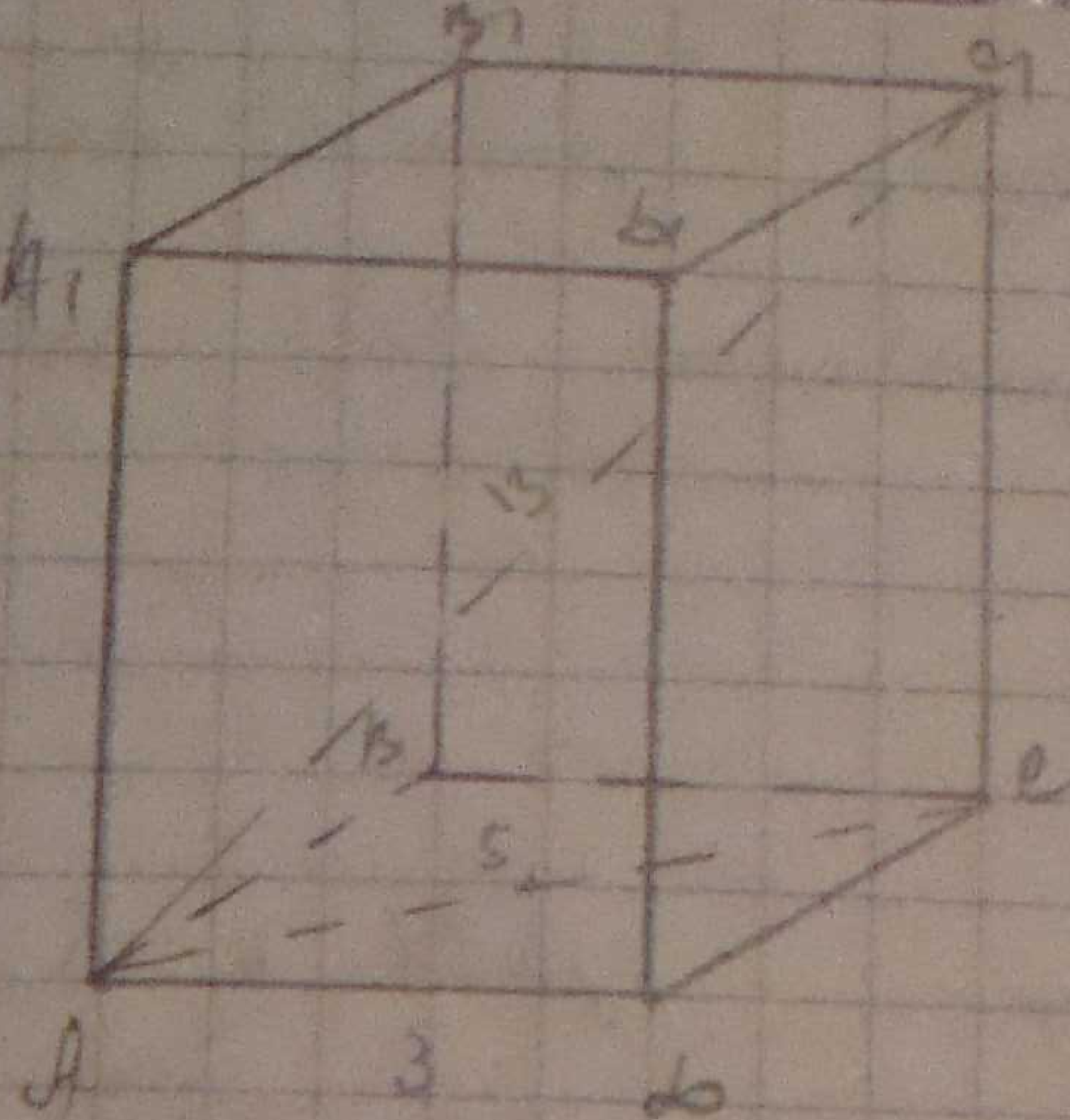
$V - ?$

$AC = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$CC_1 = tg30^\circ \cdot AC = 2\sqrt{2}$

$V = 2\sqrt{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} = 32$

27.



Տրված է ուղղ. զուգ.

$AC_1 = 13$

$AC = 5$

$AD = 3$

$V - ?$

Լուծում Ր ΔADC-ից

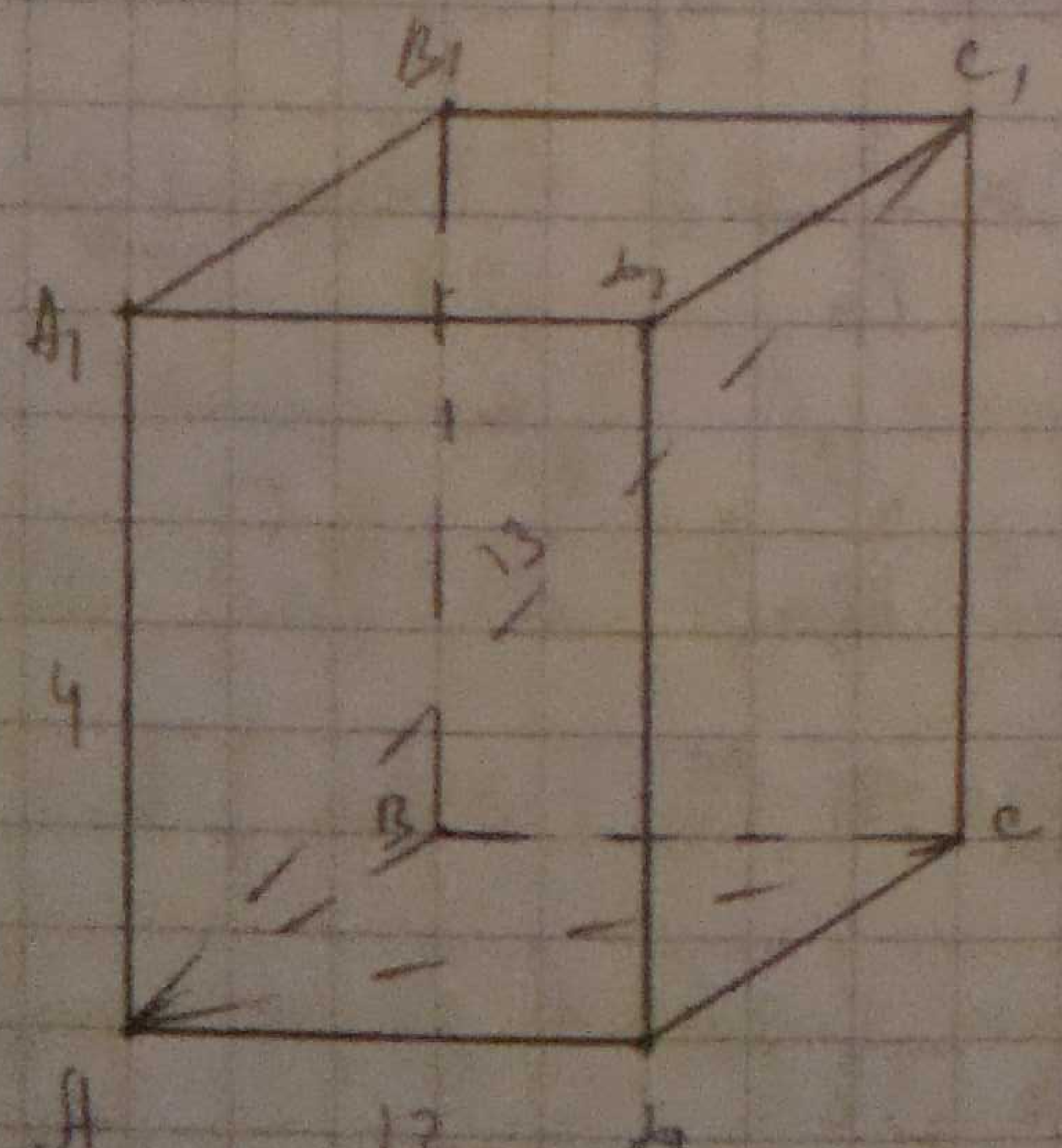
$DC = 4$

Լուծում Ր ΔACC_1

$CC_1 = 12$

$V = AD \cdot DC \cdot CC_1 = 12 \cdot 4 \cdot 3 = 144$

28.



Տրված է ուղղ. զուգ. -կոդը

$CC_1 = 4$

$AD = 12$

$AC_1 = 13$

$V - ?$

Լուծում Ր ΔCC_1A-ից

$AC = \sqrt{153}$

Լուծում ▵ABC-ից

$BC = 3$

$V = 3 \cdot 12 \cdot 4 = 144$

32\. Տրված է ուղ. զուգ. նիստ

$AC_1 = 9$

$AB = 6$

$BC = 3$

$S_{լր} - ?$

Լուծ. ▵ABC

$AC = 3\sqrt{5}$

$CC_1 = 6$

$S_{լր} = S_{կողմ} + 2S_{հ} = CC_1 \cdot P + 2 \cdot AB \cdot BC =$

$= 6 \cdot 18 + 2 \cdot 6 \cdot 3 = 144$

36\. $S_{կողմ} = 348$

$P_{հ} = 29$

$S_{4-ն} = 30$

$V - ?$

AB-ն նշ. a, BC-ն b, BB_1-ը c

$c = \frac{S_{կողմ}}{P_{հ}} = \frac{348}{29} = 12$

$b = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2,5$

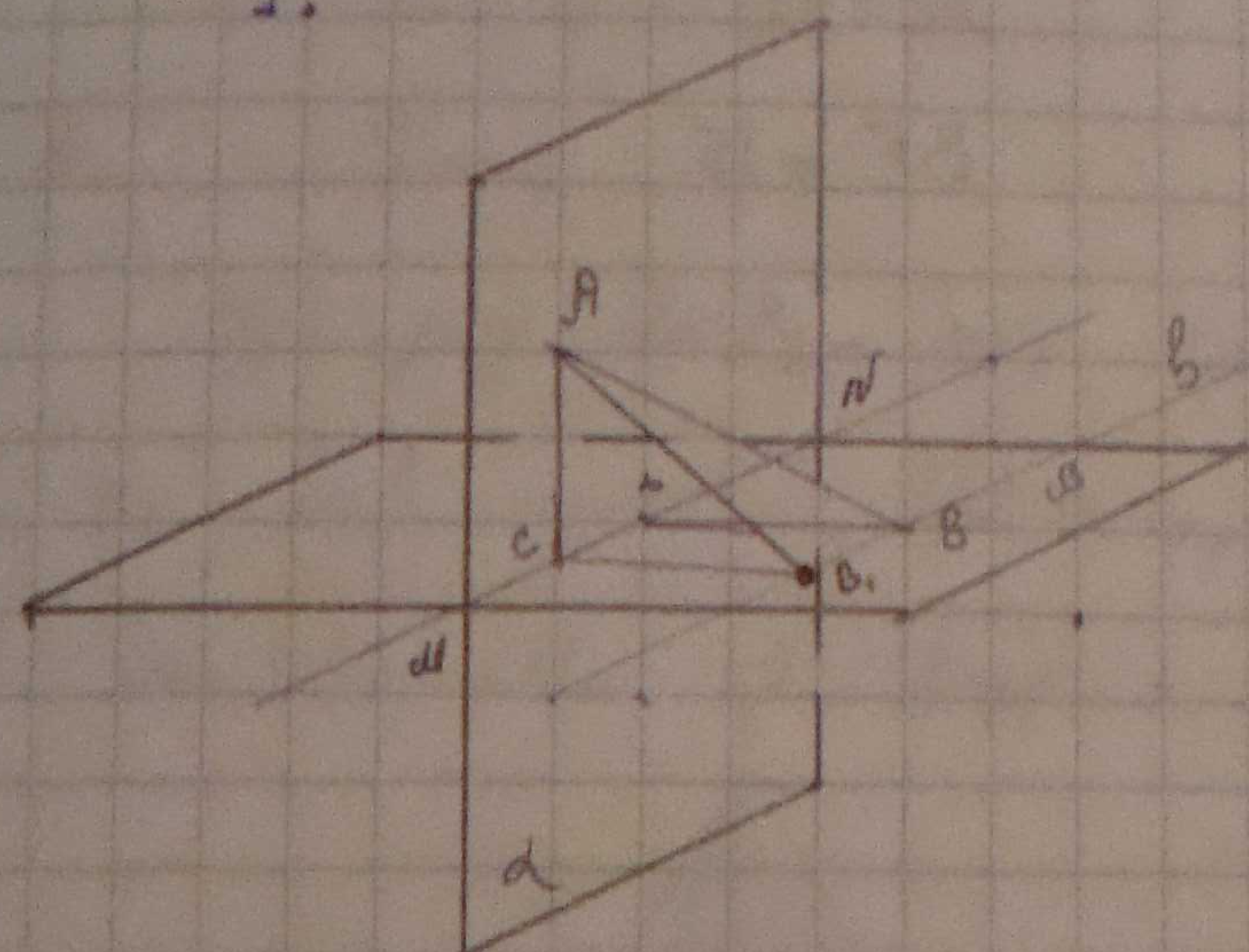
$a = 12$

$V = abc = 144 \cdot 2,5 = 360$

40. Ինչպե՞ս է որոշվում ուղիղ զույգ - հարթություն Ղ-ն, եթե զույգ - հարթություն հենց զուգահեռություն է: ?

Տնային 4-ա

1.



Տրված է

$\alpha \perp \beta$

$AC \perp MN$

$Bb \perp MN$

$AC = 3$; $Bb = 4$; $Cb = 12$

AB - ?

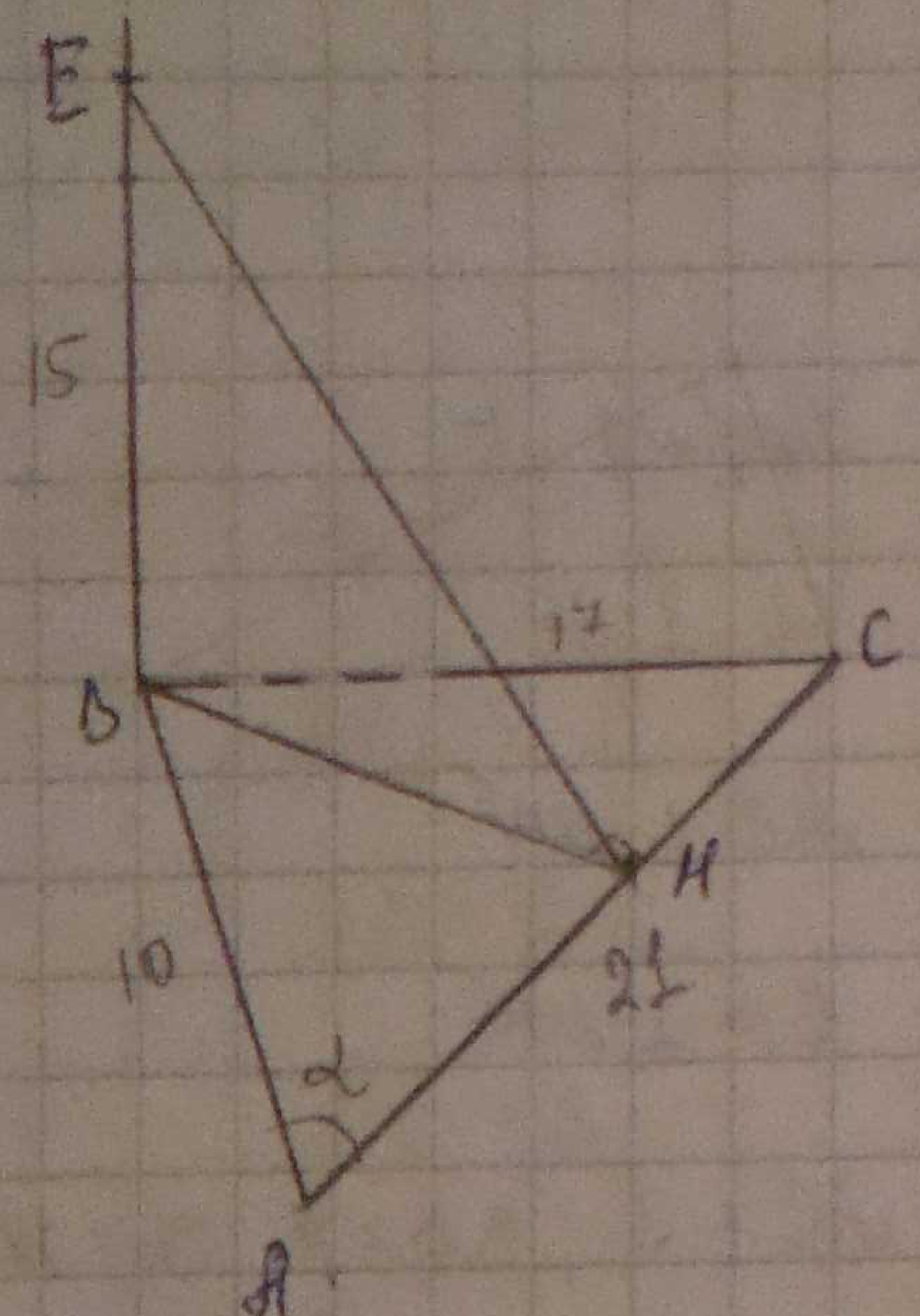
B կետով տանենք MN-ին զուգահեռ b ուղիղը: C կետով β հարթությունում տանենք MN-ին ուղղահայաց ուղիղ, որը կհատի b-ն B_1 կետում: Ըստ որ $Bb \perp MN$ և $B_1C \perp MN \Rightarrow$ $Bb \parallel B_1C$: Այստեղ կողմից $Cb \parallel BB_1 \Rightarrow Bb = B_1C \Rightarrow$

$AB_1 = 5$ ($\angle ACB_1 = 90^\circ$; $BC = 3$; $CB_1 = 4$ (ըստ ΔACB-ի)):

Այստեղ կողմից ΔABB_1-ը ուղղ. է ($b \perp CB_1$, CB_1-ը AB_1-ի պրոյեկցիան է, ուստի $AB_1 \perp b$) $\Rightarrow AB = 13$

Պատ.՝ 13

18.



Տրված է

ΔABC-ն

$AB = 10$
$BC = 17$
$AC = 21$

$BE = 15$

$h - ?$

Պարզենք E կետից ABC հարթությանը տարված ուղղի հեռ-ը
ինչ ուղղությամբ AC-ին, որի 5 ու այդ կետից
ուղղահայաց ինչ ուղղությամբ AC-ին:

Տանենք $BH \perp AC$ հարթ-ում: H-ը հիմքն է E-ից

EH-ը $\perp AC$-ին: Գտնենք $EH = h$ հեռավորությունը

ΔABC-ից գտնենք $\angle BAC$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \dfrac{100 + 441 - 289}{2 \cdot 10 \cdot 21} = \dfrac{3}{5}$

$\cos\alpha = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB\cos\alpha = 10 \cdot \dfrac{3}{5} = 6 \Rightarrow$

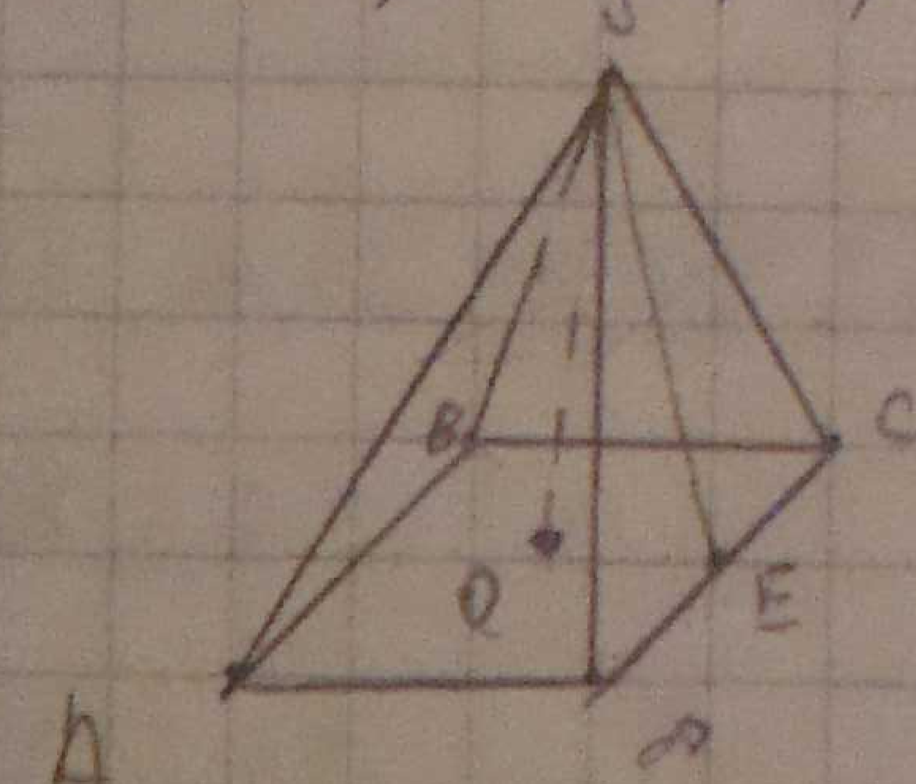
$BH = \sqrt{100-36} = 8$

ուղղ. է ΔBEH-ը

$EH = \sqrt{225+64} = 17$

2\. Բուրգ

Այն բազմանիստը, որի նիստերից մեկը որևէ բազմանկյուն է, իսկ մյուս նիստերը ընդհանուր գագաթ ունեցող եռանկյուններ են, կոչվում է բուրգ

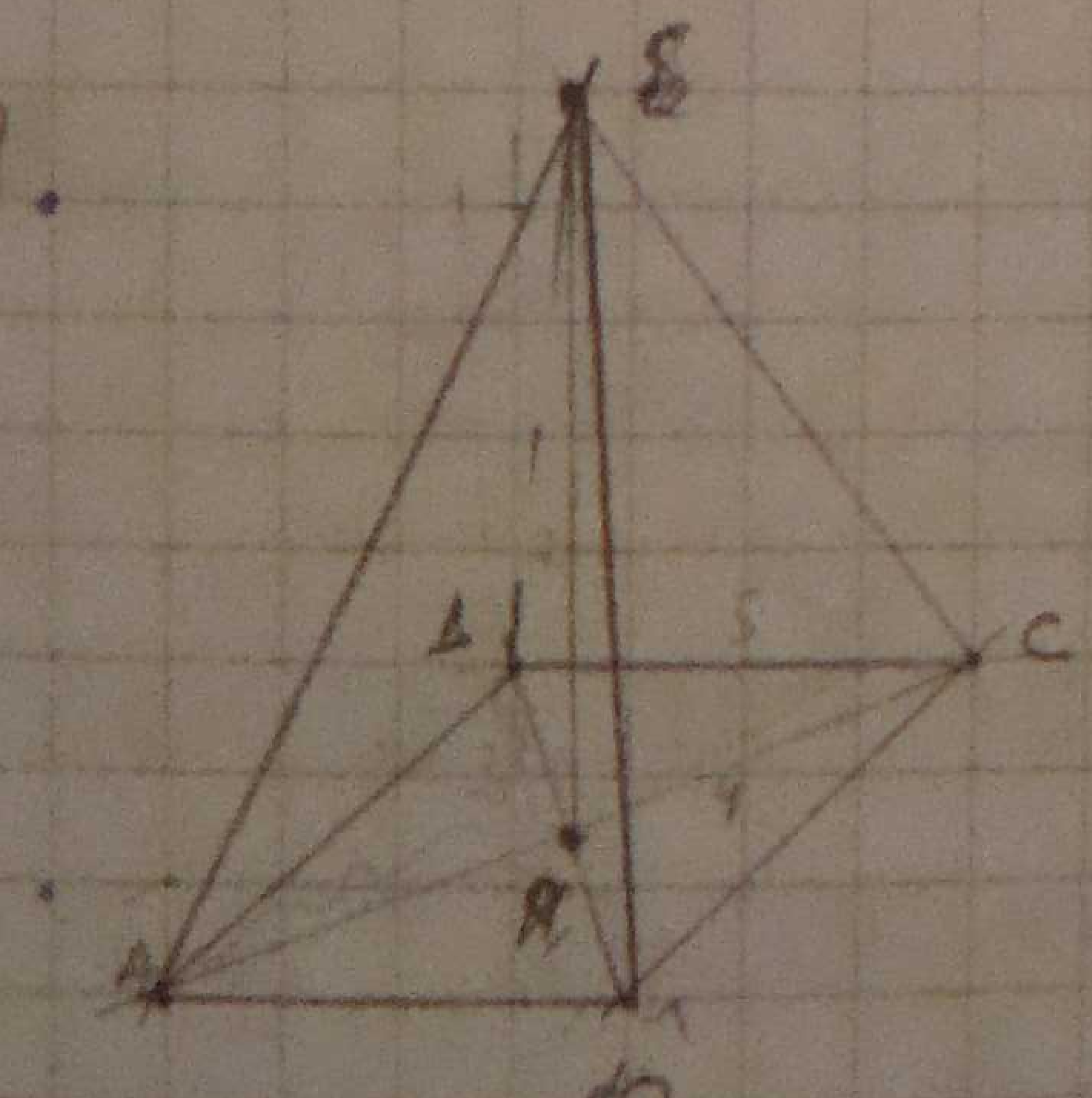


SABCD բուրգ

$SO \perp (ABC)$

$SE \perp$ հարթությ.

239\.



$AB = 5$

$AC = 8$

$SO = 7$

$\sqrt{65}$ և $\sqrt{53}$

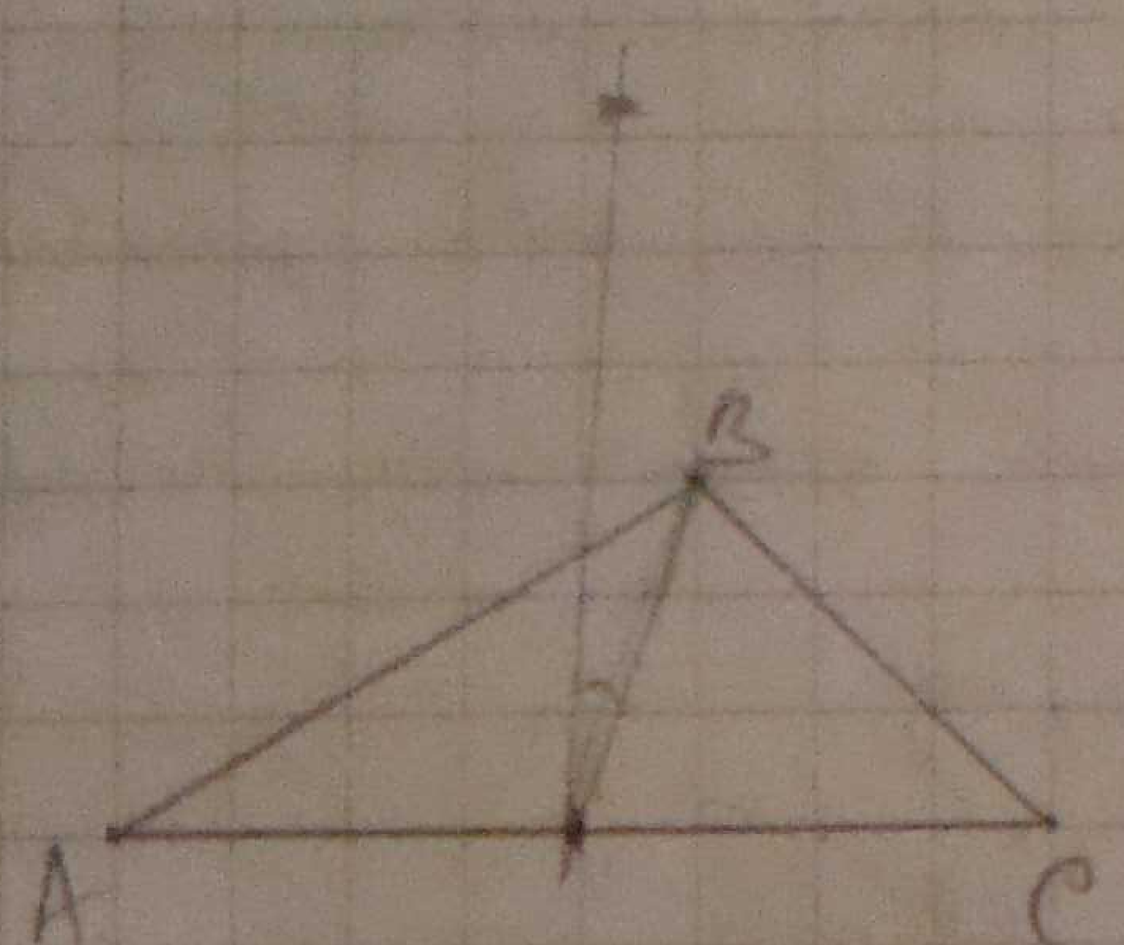
$\Delta SHC = \Delta SHA$ (SH – общ. к; $AH = HC$) $\Rightarrow SA = SC$

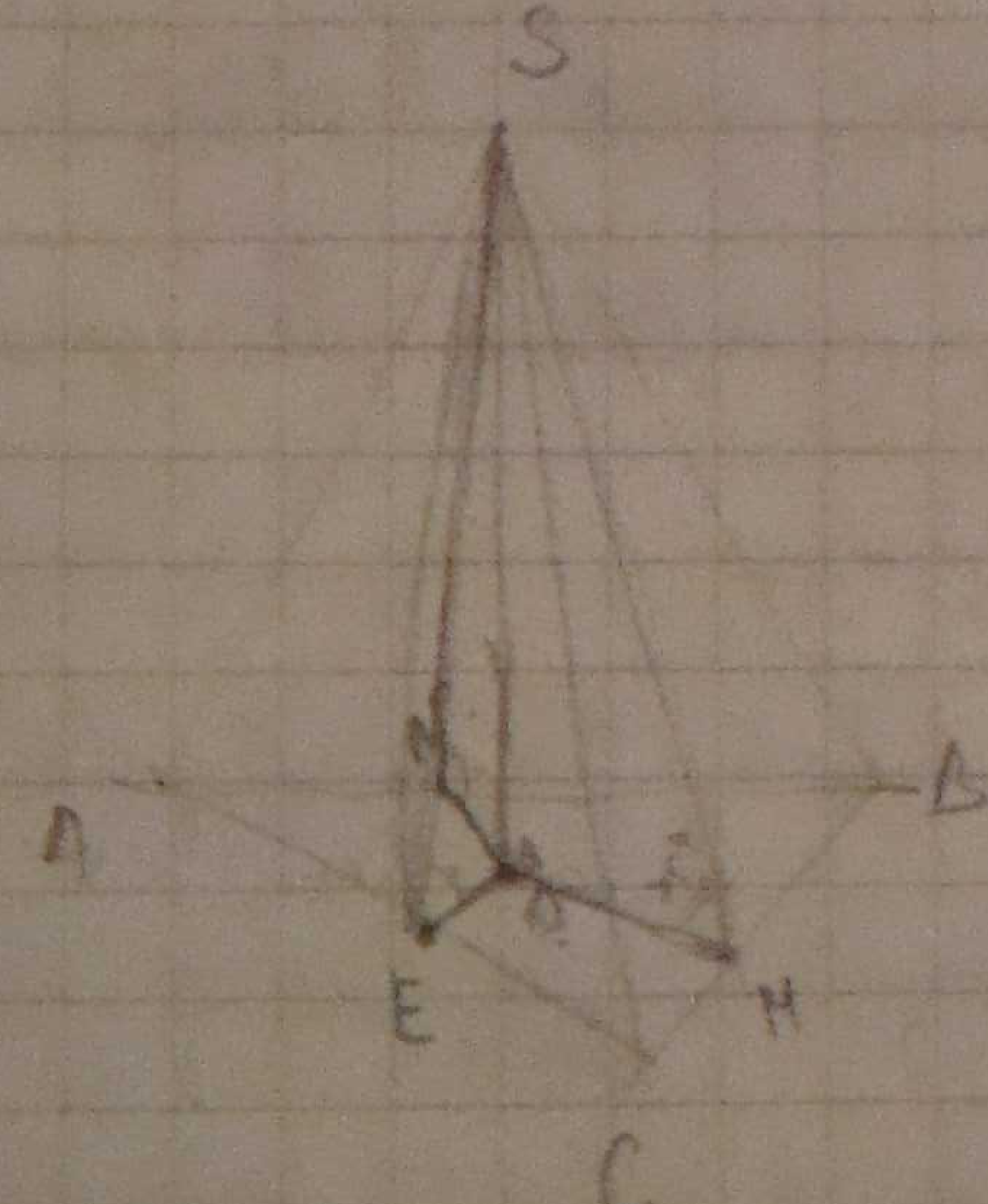
$\Delta SBH = \Delta SDH$ (SH общ., $BH = HD$) $\Rightarrow SB = SD$

248.

$AB = BC = 10$

$AC = 12$





$SO \perp (ABC)$

$OE \perp AC$

$ON \perp AB$

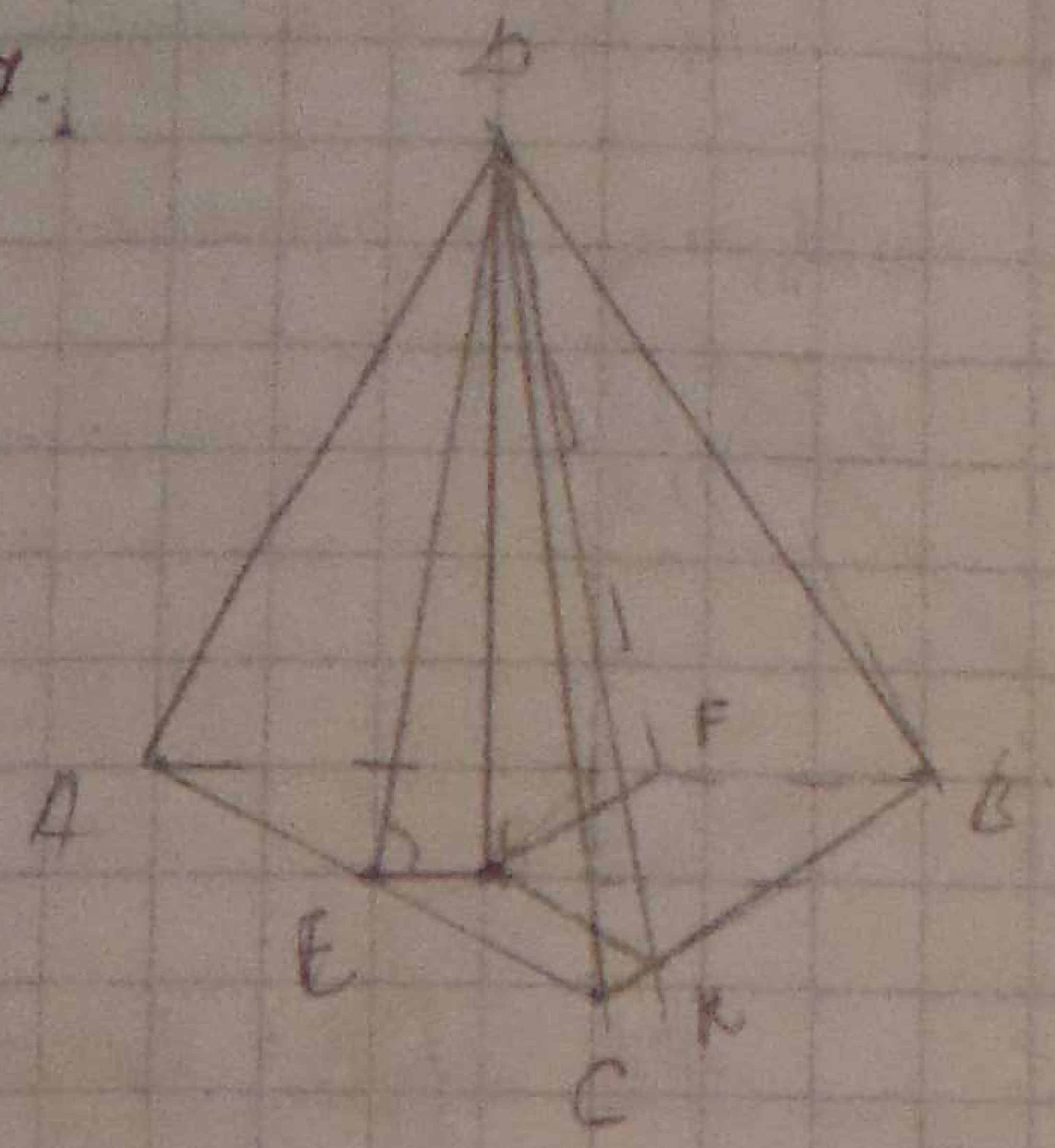
$OH \perp CB$

$ON = OE = OE = OS$

п. 232 - 255

$13_д$ рис 1 - 15

247.



$\triangle ABC = \triangle ABC = \triangle BCA =$

м) О г товрдв ия 1.

$OE \perp AC \Rightarrow AC \perp DE \Rightarrow \angle DEO$ - гр. ил

$OK \perp BC$ - - $\angle DKO$ - гр. ил

$OF \perp AB$ - - $\angle DFO$ - гр. ил

$\alpha = \beta = \gamma$

Прир. $\triangle DOE = \triangle DOF$ и $\triangle DOK$ $(OD \perp (ABC)$; OD - 2

Цогр. $\alpha = \beta = \gamma$) } $\Rightarrow OE = OF = OK = r$

р) $\Rightarrow DE = DF = DK$ -

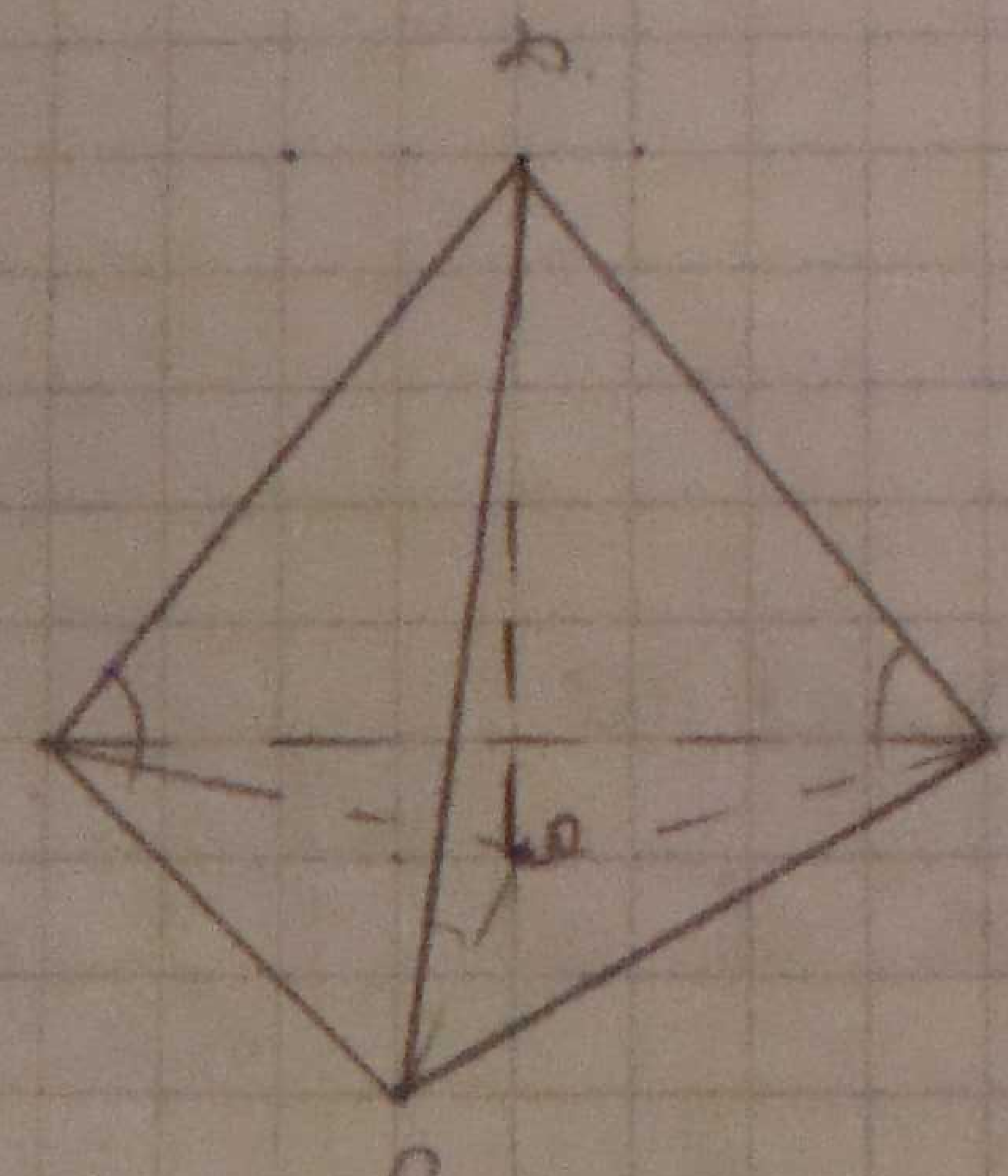
q) Шуу $S_у = \frac{P \cdot DE}{2}$

$S_у = \frac{1}{2} AC \cdot DE + \frac{1}{2} AB \cdot DF + \frac{1}{2} CB \cdot DK =$

$= \frac{1}{2} DE (AC + AB + CB) = \frac{P \cdot DE}{2}$

9-43

Թ. Տ. Եթե բուրգի բոլոր կողմնային կողերը հավասար են (կամ կողմնային կողերը հիմքի հարթության հետ կազմում են հավասար անկյուններ) ապա բուրգի գագաթի պրոյեկցիան համընկնում է հիմքին արտագծած շրջանագծի կենտրոնին



$DA = DB = DC =$

և նաև որ O-ն պրոյեկցիան

ABC-ի կենտրոնն է

Բ) կողմ. կողերը հիմքի հարթ. հետ

կազմում են = անկյ.

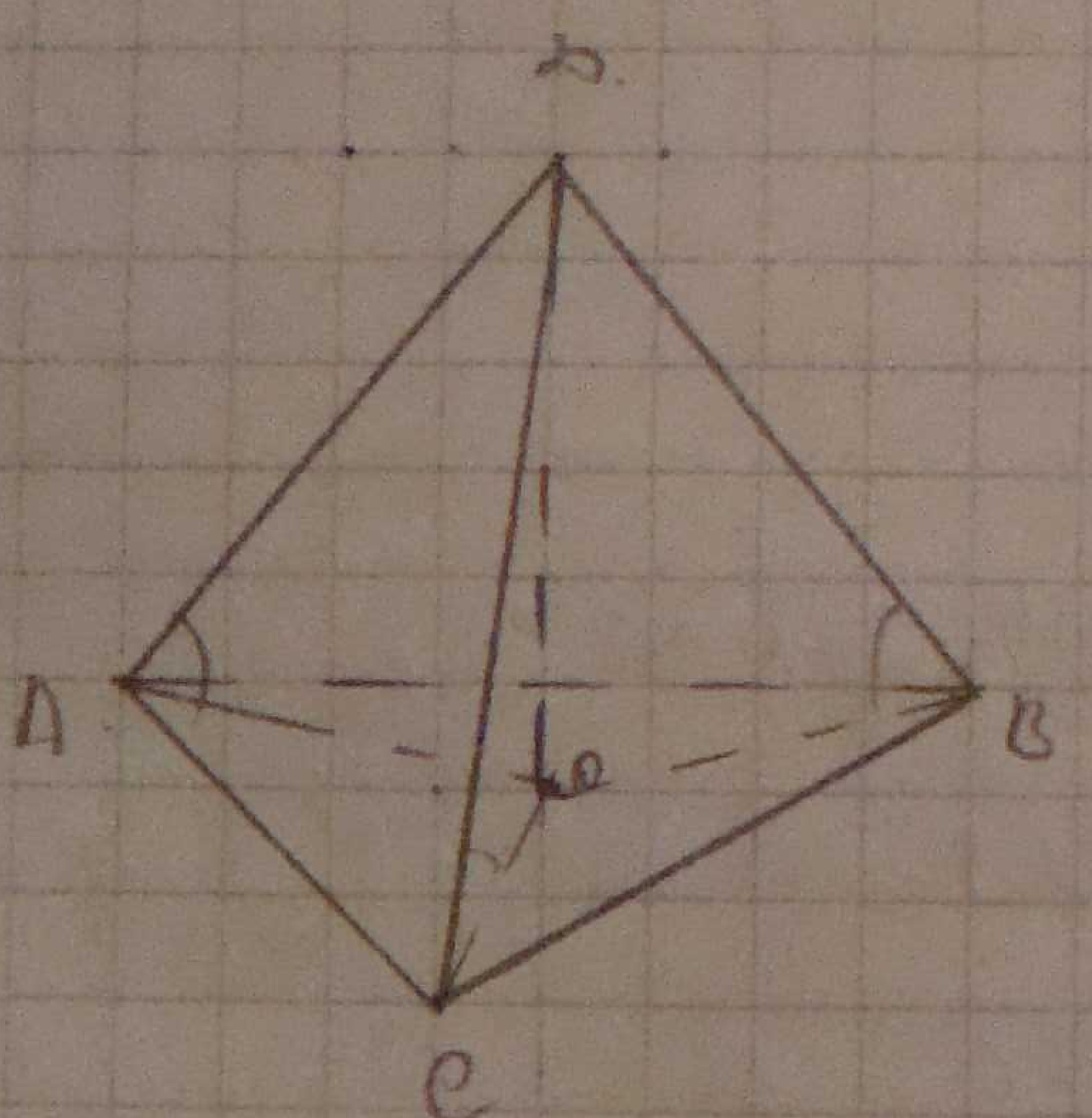
$DO \perp (ABC) \Rightarrow \Delta OAD = \Delta OBD = \Delta OCD$ (ըստ էջի և ներքնաձիգի) $\Rightarrow OA = OB = OC = R$

$\Rightarrow \angle DAO = \angle DBO = \angle DCO$

Հակադարձ թեոր. 3 կողերը հավասար են, ապա գագաթի պրոյեկցիան ABC-ի կենտրոնն է

Ջ49.

Թ. Տ. Եթե բուրգի բոլոր կողմնային կողերը հավասար են (կամ կողմնային նիստերը հիմքի հարթության հետ կազմում են հավասար անկյուններ) ապա բուրգի գագաթի պրոյեկցիան ընկնում է հիմքին արտագծած շրջանագծի կենտրոնում



$DA = DB = DC =$

ա) Եթե O-ն արտագծած շրջ. կենտր. է

բ) կող-ը նիստերի հարթ. հետ կազմում են = ∠-ներ

$DO \perp (ABC) \Rightarrow \triangle ODA = \triangle ODB = \triangle ODC$ (ըստ ներքնաձիգի և էջի) $\Rightarrow OA = OB = OC = R$

$\Rightarrow \angle DAO = \angle DBO = \angle DCO$

Հետևաբար տեղ 3 կետերը համապատասխան կետը

որը հանդիսանում է շրջ-ի կենտրոնը է

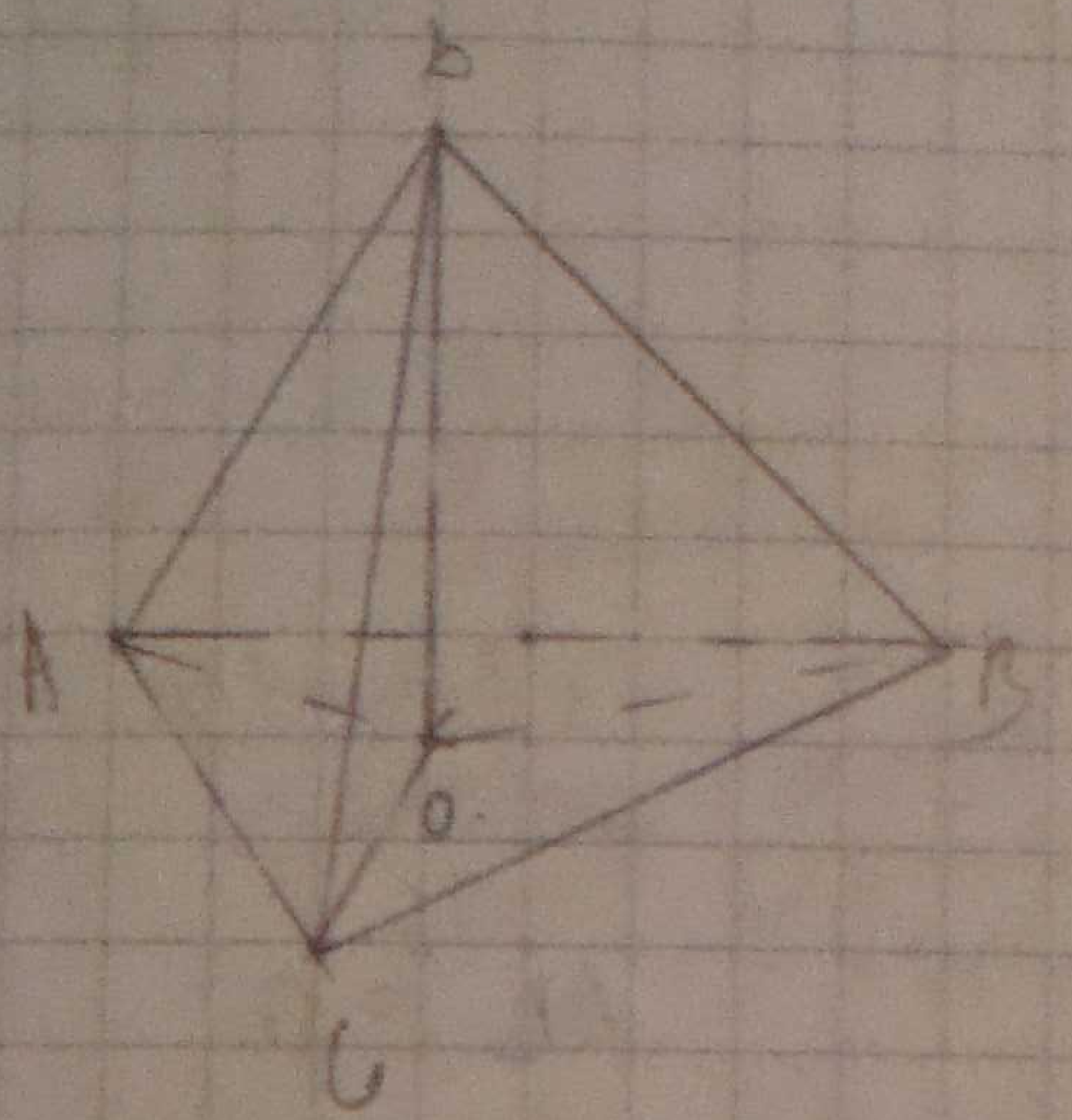
250.

$\angle ACB = 120^\circ$

$DO = 16$ սմ

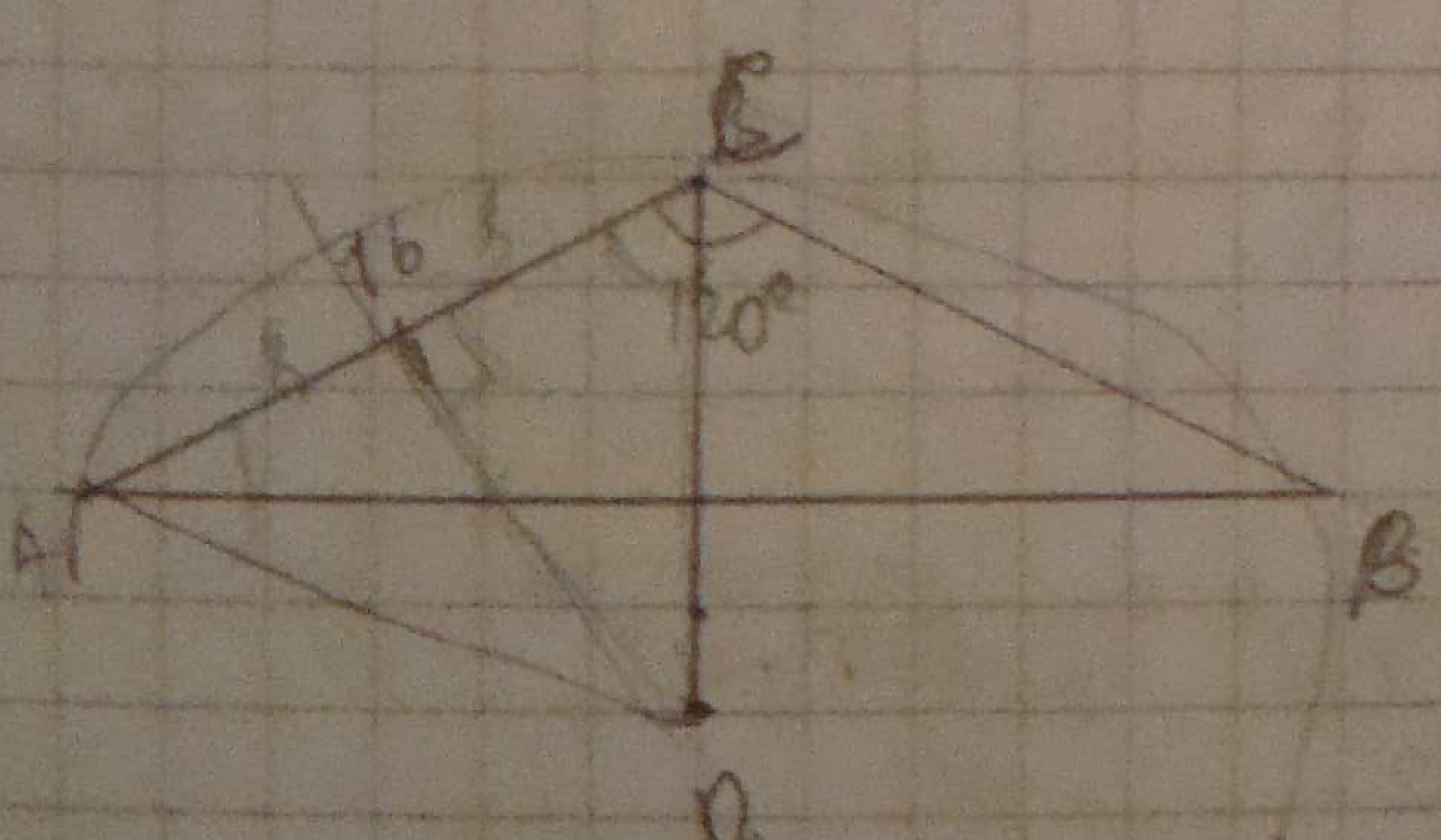
$\angle DAO = \angle DBO = \angle DCO = 45^\circ$

S_{ABC} - ?



$DO \perp (ABC) \Rightarrow \Delta ADO = \Delta DOB = \Delta DOC$ (ըստ էջի և սուր անկյան) $\Rightarrow AO = OB = OC = R$

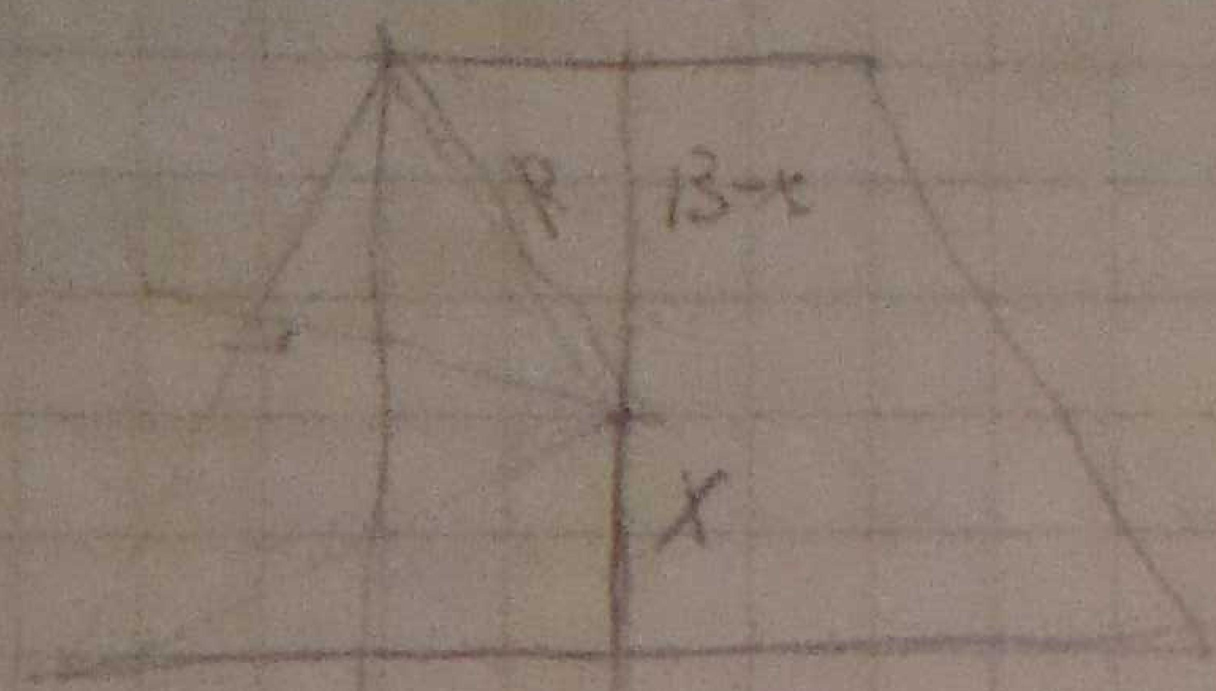
$R = OA = OB = OC = 16$



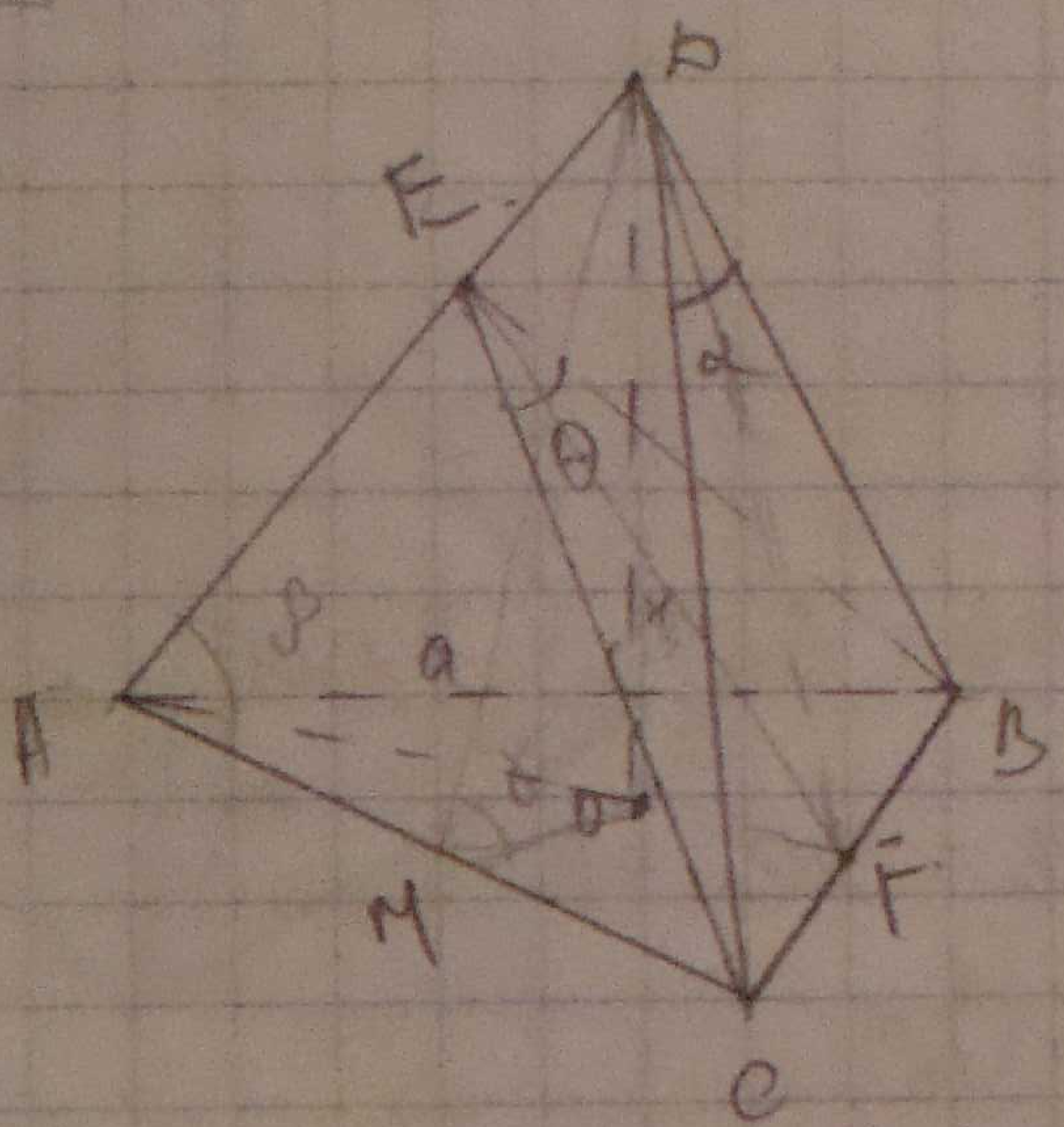
$S = \frac{1}{2} AC^2 \sin 120^\circ =$

$= \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 64\sqrt{3}$

253.



254/



$DO = H$

$AB = a$

AD — ?

1) α — ?

2) $DAC = \beta = ?$

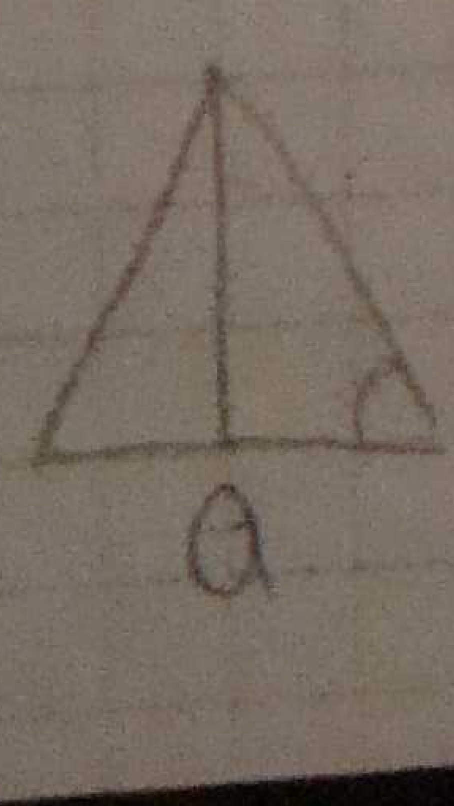
3) $\gamma = ?$

4) $BDAC = ?$

1) $AO = \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

$AD = \sqrt{H^2 + \frac{1}{12}a^2} = \sqrt{\frac{12H^2 + a^2}{12}} = \frac{\sqrt{3H^2 + a^2}}{2}$

$\alpha = \quad R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$



$a_3 = R\sqrt{3}$

$a_4 = R\sqrt{2}$

$a_6 = R$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3H^2+a^2}}$

б) $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3H^2+a^2}}$

$\alpha = 2\arcsin\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3H+a^2}}$

в) $\operatorname{tg}\beta = \frac{\sqrt{3}a}{3H}$

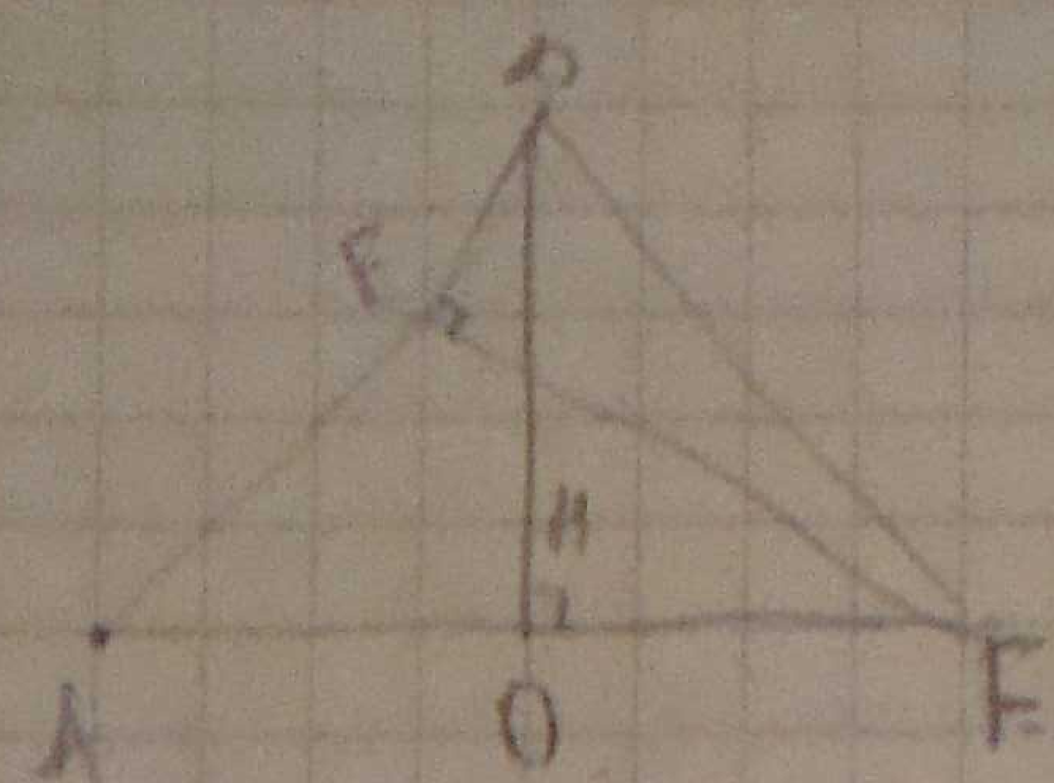
$\beta = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}a}{3H}$

г) $O\ r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

ΔOHb - п/у

$\operatorname{tg}\delta = \frac{H}{OH} = \frac{H \cdot 2\sqrt{3}}{a}$

$\delta = \operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{3}H}{a}$



$$AD \cdot EF = OD \cdot DF$$

$$EF = \frac{H \cdot (a\sqrt{3})/2}{\sqrt{\frac{3H^2 + a^2}{3}}}$$

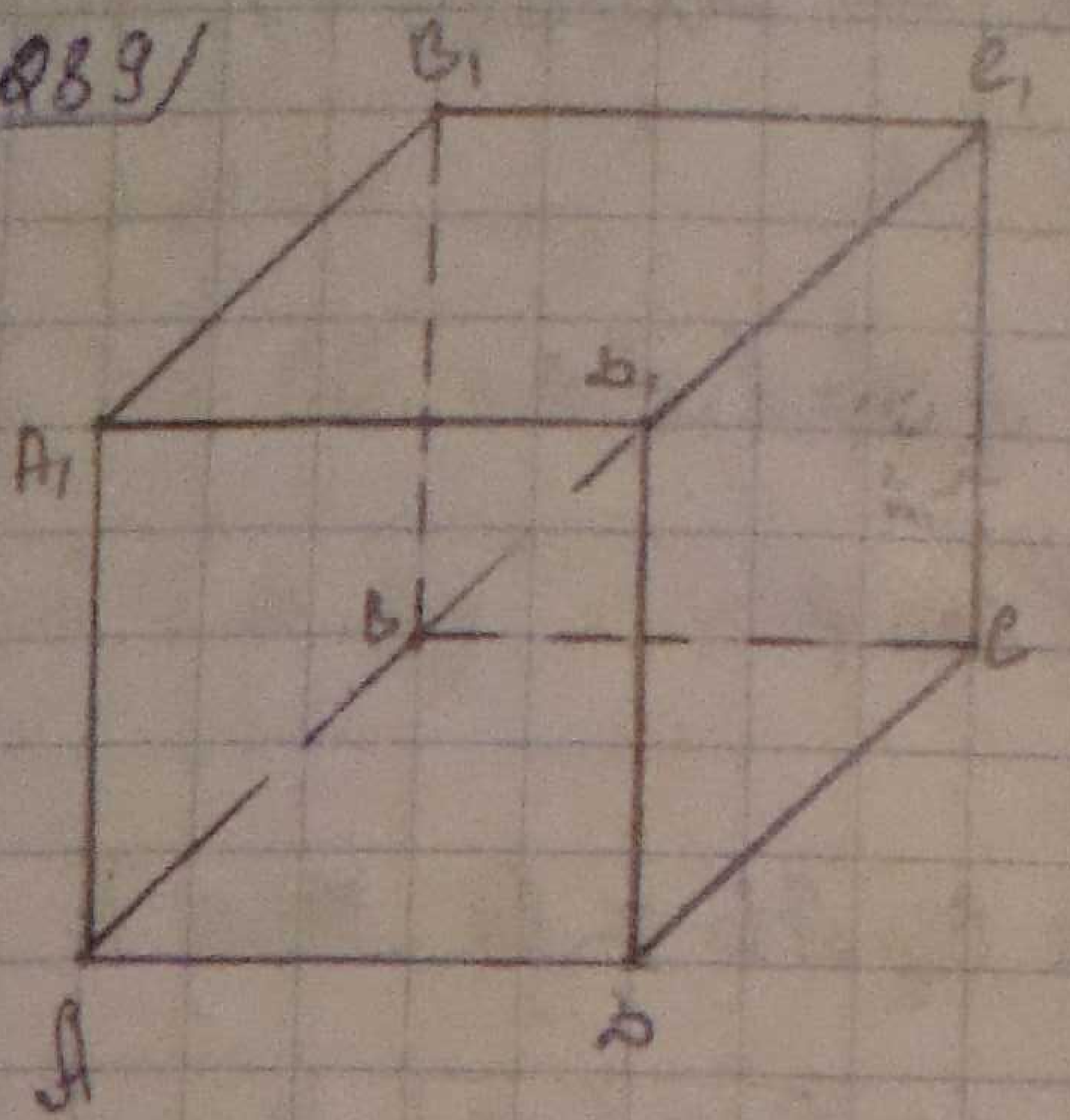
Մաքրի ավտոմատ

288. Կամայական պրիզմայի յուրաքանչյուր նիստը պարունակում է հավասար քանակությամբ -S_k գագաթներ. Ապա ցույց. պրիզմ-ի գագաթների թիվը$_{\varepsilon}$ որոնք նիստի մեջ գտնվող գագաթների ընդհանուր է Այսպես հաշվենք ... պրիզմ-ի ... N նիստի մեջ գտնվող կողերի թիվը$_{\varepsilon}$ = 5 Դրա նիստի կողերի թիվը , եթե ≈ ℓ կողմերի կողերի թիվը , ապա [illegible] պրիզմայի կողերի թիվը$_{\varepsilon}$ նիստի կողերի թիվ [illegible] , [illegible] [illegible]

[illegible] 3 ժ: 24

5[illegible]

289/



Տրված է

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ խորանարդ

$AC_1 = d$

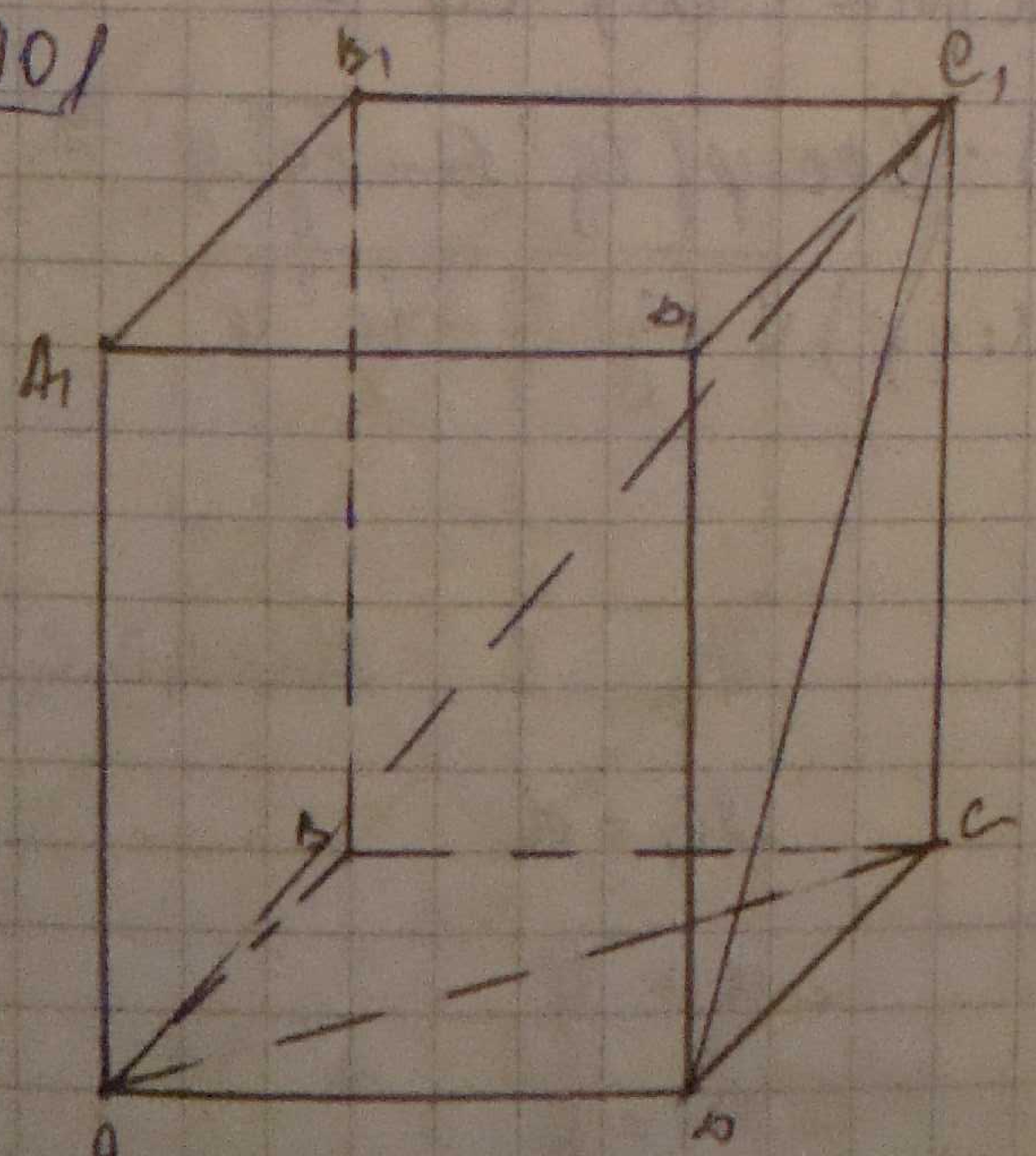
Ապ. որ $S_{լր} = 2d^2$

Լուծում: Դիցուք կողը a է

$d^2 = 3a^2$, որտեղից $a^2 = \frac{d^2}{3}$

$S_{լր} = 6a^2 = 6 \cdot \frac{d^2}{3} = 2d^2$

290/



Տրված է

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ ուղղանկյունանիստ

$AC = l$

$\angle CAD = \varphi$

~~$\angle C_1 f$~~

$\angle \alpha = \theta$

$S_{կողմ}$ - ?

Տանենք AC_1 թեքի պրոյեկցիան AD ուղղի վրա՝ $C_1D \perp AD$

(ըստ 3 ուղղ. թ. $AD \perp DC$ և $AD \perp DD_1 \Rightarrow AD \perp C_1D$) $\Rightarrow$

$= \angle C_1AD = \angle\alpha = \theta$

ΔACD ուղ. $\angle CAD = \varphi$ և $AC = l \Rightarrow$

$\Rightarrow AD = l\cos\varphi$ և $CD = l\sin\varphi$

ΔAC_1D $AD = l\cos\varphi$ և $\angle C_1AD = \theta \Rightarrow$

$\Rightarrow C_1D = AD \cdot tg\theta = l\cos\varphi\, tg\,\theta$

ΔC_1DC -ում $CD = l\sin\varphi$ և $DC_1 = l\cos\varphi\, tg\,\theta \Rightarrow$

$\Rightarrow CC_1 = \sqrt{l^2\cos^2\varphi\, tg^2\theta - l^2\sin^2\varphi} =$

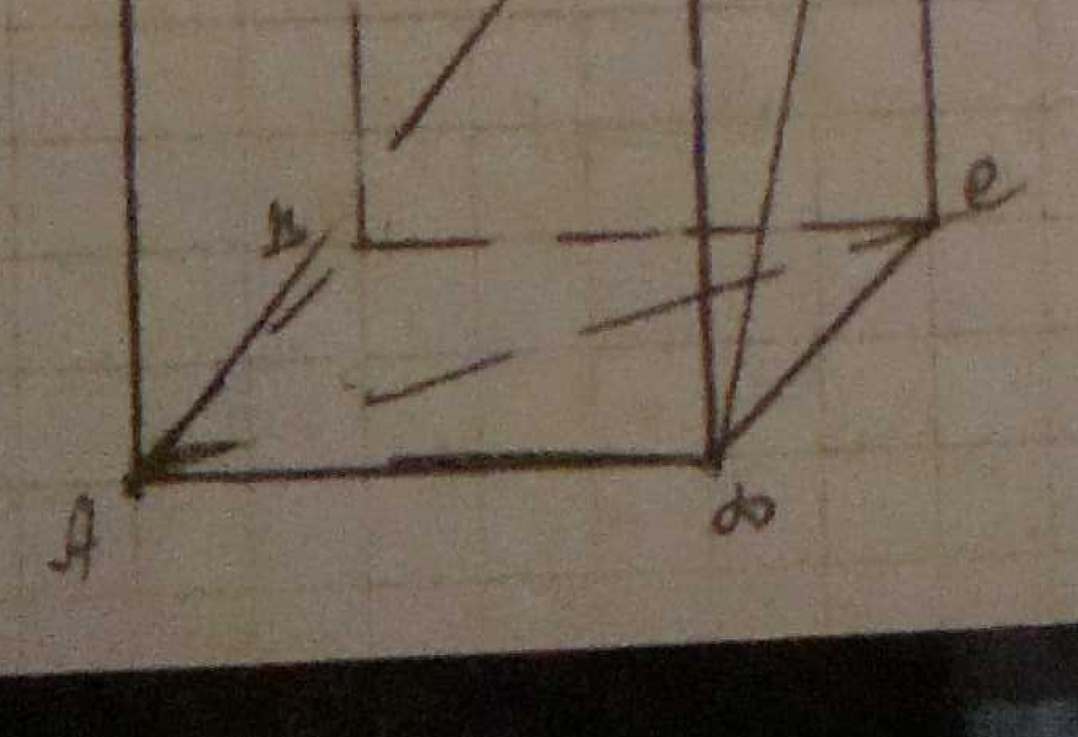
$= l\cos\varphi\sqrt{tg^2\theta - tg^2\varphi}$

$S_{կողմ} = P_h \cdot CC_1 = 2(AD + CD)\cdot CC_1 =$

$= 2(l\cos\varphi + l\sin\varphi)\cdot l\cos\varphi\sqrt{tg^2\theta - tg^2\varphi} =$

$= 2l^2\cos\varphi(\cos\varphi + \sin\varphi)\sqrt{tg^2\theta - tg^2\varphi}$

291)



Տրված է $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ուղղ-նիստ

$AC_1 = d$

$\angle\alpha = \varphi$

$\angle\beta = \theta$

$S_{կողմ}$ - ?

Լ-Վ որ $C_1C \perp (ABC) \Rightarrow \angle C_1AC = \angle\alpha = \varphi$

Դիցուք կողմից $AD \perp C_1D$ $\angle C_1AD = \theta$

ΔAC_1C-ից՝ $AC_1 = d$, $\angle C_1AC = \varphi$ և $CC_1 \perp AC \Rightarrow$

$\Rightarrow CC_1 = d\sin\varphi$ և $AC = d\cos\varphi$

ΔAC_1D-ից $AD = d\cos\theta$

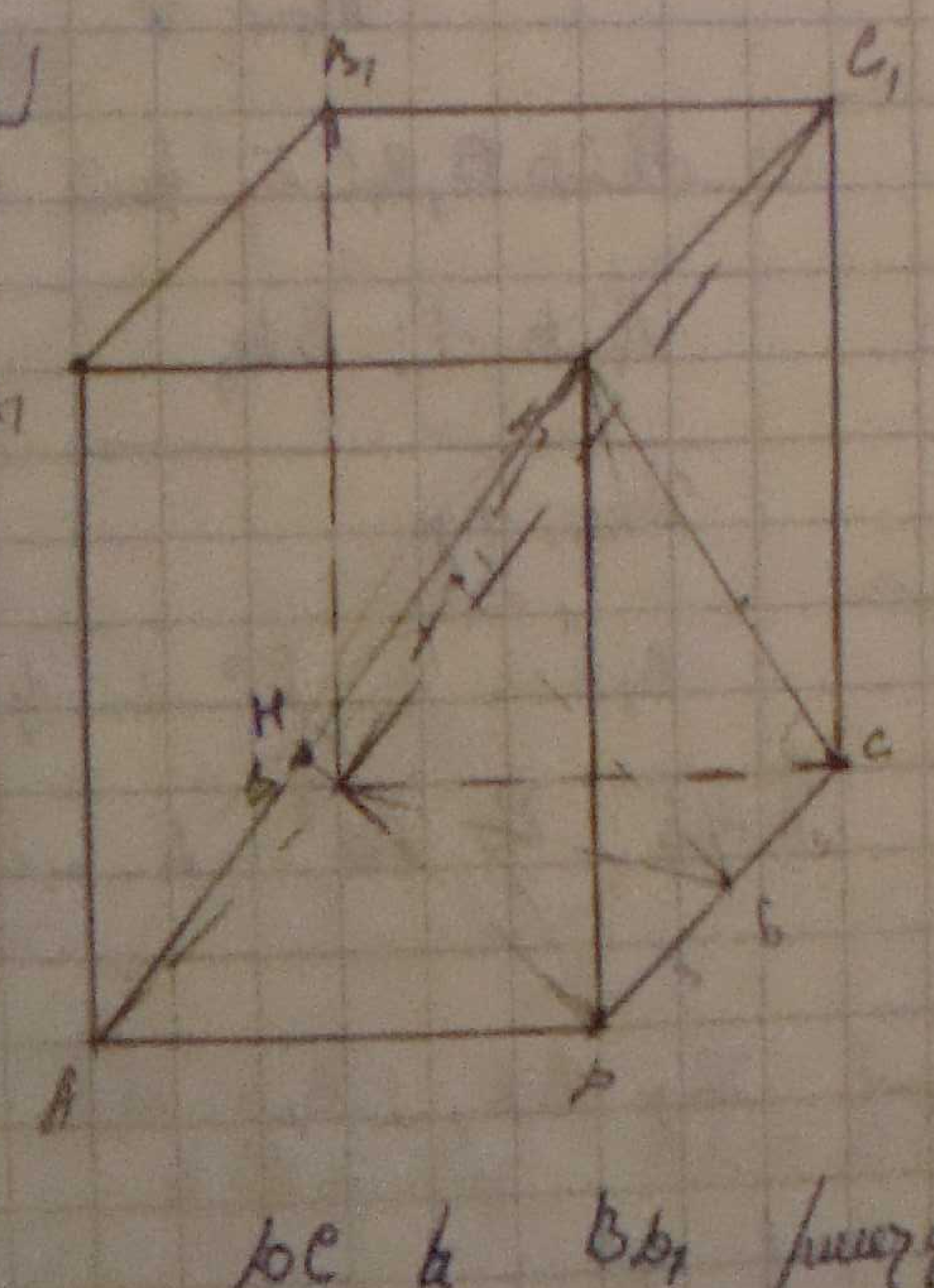
ΔACD-ից $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{d^2\cos^2\varphi - d^2\cos^2\theta} =$

$= d\sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\theta}$

$S_{կողմ} = P_n \cdot CC_1 = 2\left(d\cos\theta + d\sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\theta}\right)\cdot d\sin\varphi =$

$= 2d^2\sin\varphi\left(\cos\theta + \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\theta}\right)$

292)



Տր. է $ABCDA_1B_1C_1D_1$ կան. պր.

$AD = 6$ սմ

$DD_1 = 8$ սմ

---

h - ?

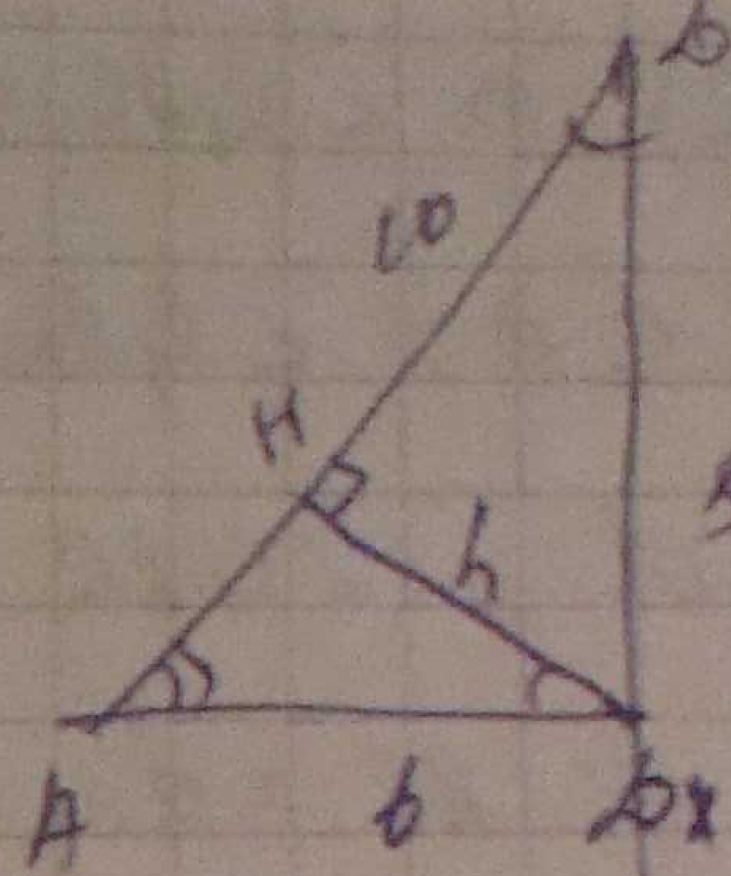
DC և BB_1 խաչվող ուղիղների հեռավորու-

յունը գտնելու համար կառուցենք D_1B-ով

անցնող հարթություն՝ որ՝ (AD_1B)-ն

կանցնի DC-ին $\parallel$

ΔABD -ուղ
$DB_1 = 8$ սմ
$AD = 6$ սմ
$DH \perp AB_1$



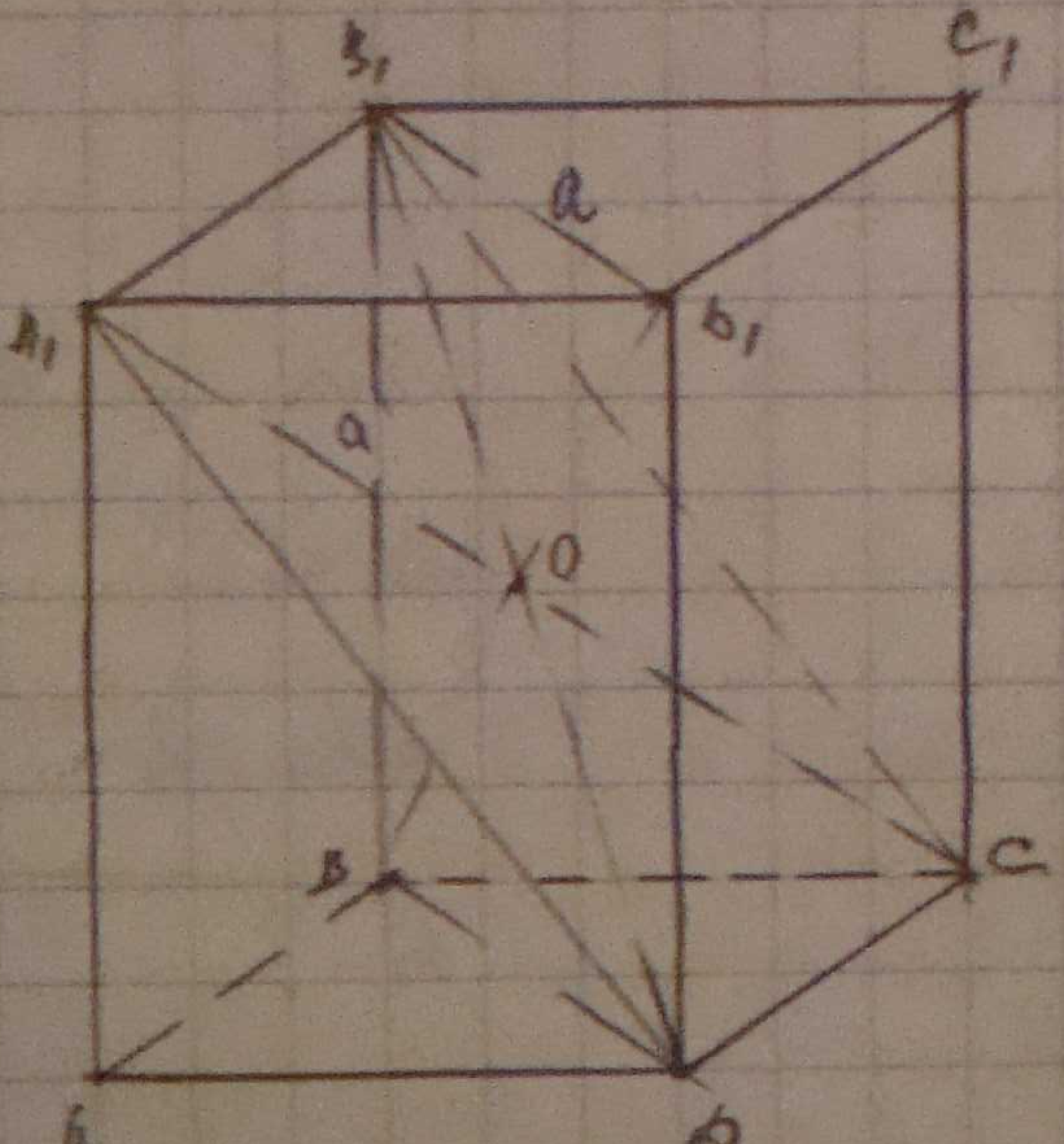
$\Delta ADB_1 \sim \Delta AHD$ (ըստ 2 անկյան) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{B_1D}{h} = \frac{AD}{AH} = \frac{AB_1}{AD} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$h = \frac{B_1D}{5} \cdot 3 = \frac{8 \cdot 3}{5} = 4{,}8 \text{ սմ}$$

Պ-ն՝ 4,8 սմ

298/



Տրվ. է
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ ուղ. զուգ. պր.
$B_1D \perp BD_1$

Գտն. պր.
B_1D-ն և AC-ն կազմ-
ում են $60°$-ի անկյուն

Քանի որ BB_1D_1D ուղղ-կյուն և $BD_1 \perp B_1D \Rightarrow$
$\Rightarrow BB_1D_1D$-ն քառակուսի է
$B_1D_1 = B_1B = a$

$A_1B_1 = A_1D_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

$\triangle AA_1D$ – пу

$\left.\begin{array}{l} AA_1 = a \\ AD = \frac{\sqrt{2}}{2}a \end{array}\right\} \Rightarrow A_1D = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = a\sqrt{1{,}5}$

~~A_1D~~ =

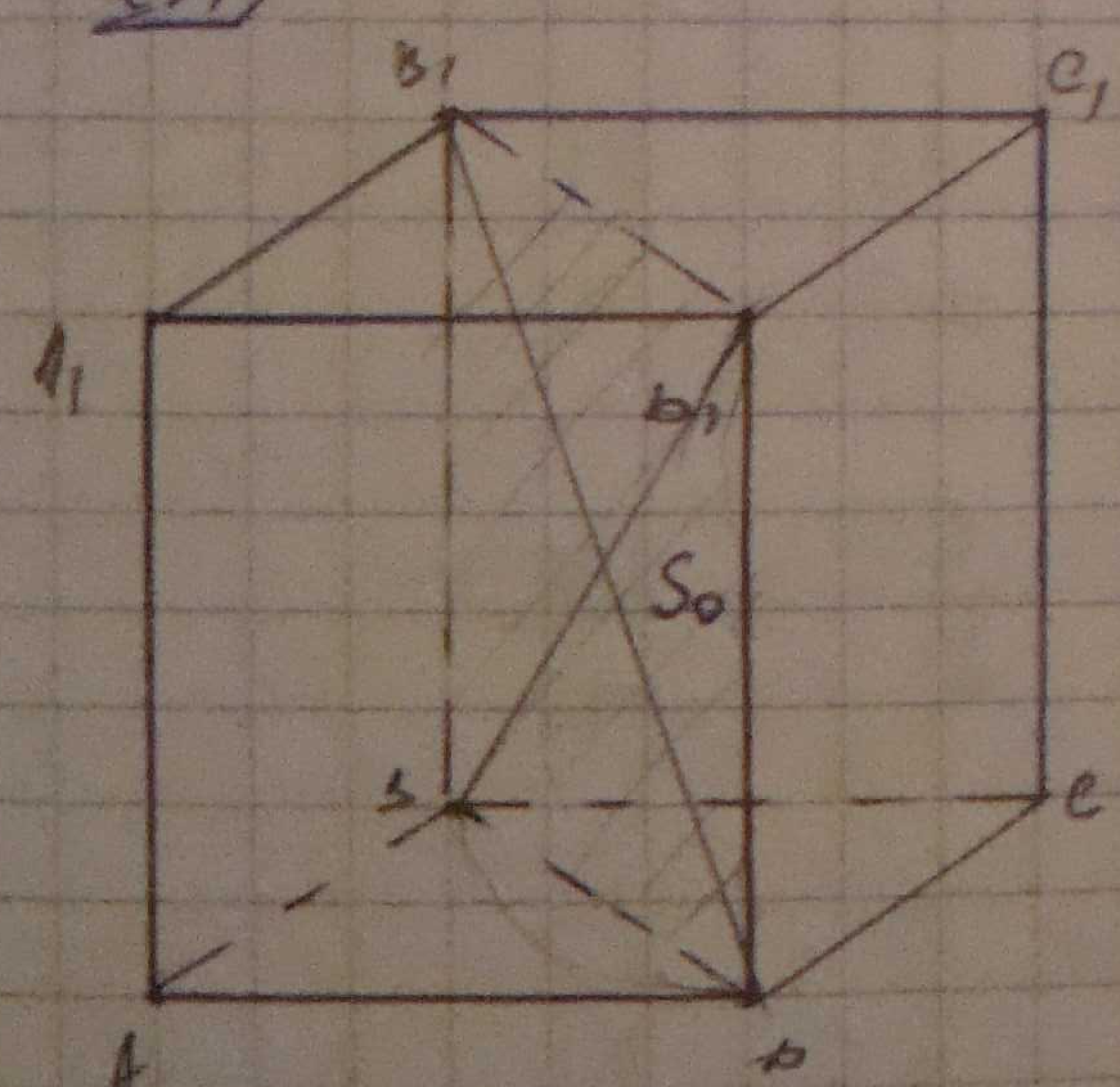
$tg\,\varphi = \frac{A_1D}{DC} = \frac{a\sqrt{1{,}5}}{a} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3}$

$\varphi = 60^\circ$.

$\triangle DOC$ – пу; $DO = OC \Rightarrow \angle ODC = \angle OCD = 60^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DOC = 60^\circ$

294)



Пр. S бок. диаг. пр/у S...

$S_0 = S_{BB_1D_1D}$

$AB = AD = a$

$S_{бок}$ – ?

$S_0 = \frac{x \cdot a\sqrt{2}}{2}$

$x = \frac{2S_0}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}S_0}{a}$

$\triangle ABD$ – пу $\quad BD = a\sqrt{2}$

$\triangle BDD_1$ – пу; $S_0 = \frac{BD \cdot DD_1}{\cancel{2}} \Rightarrow DD_1 = \frac{\cancel{2}S_0}{BD} = \frac{\cancel{2}S_0}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}S_0}{2a}$

$S_б = P_n \cdot DD_1 = 2 \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{2}S_0}{2a} = 2\sqrt{2}S_0.$

Ա) $A_1D = x$

$ax = S_0$

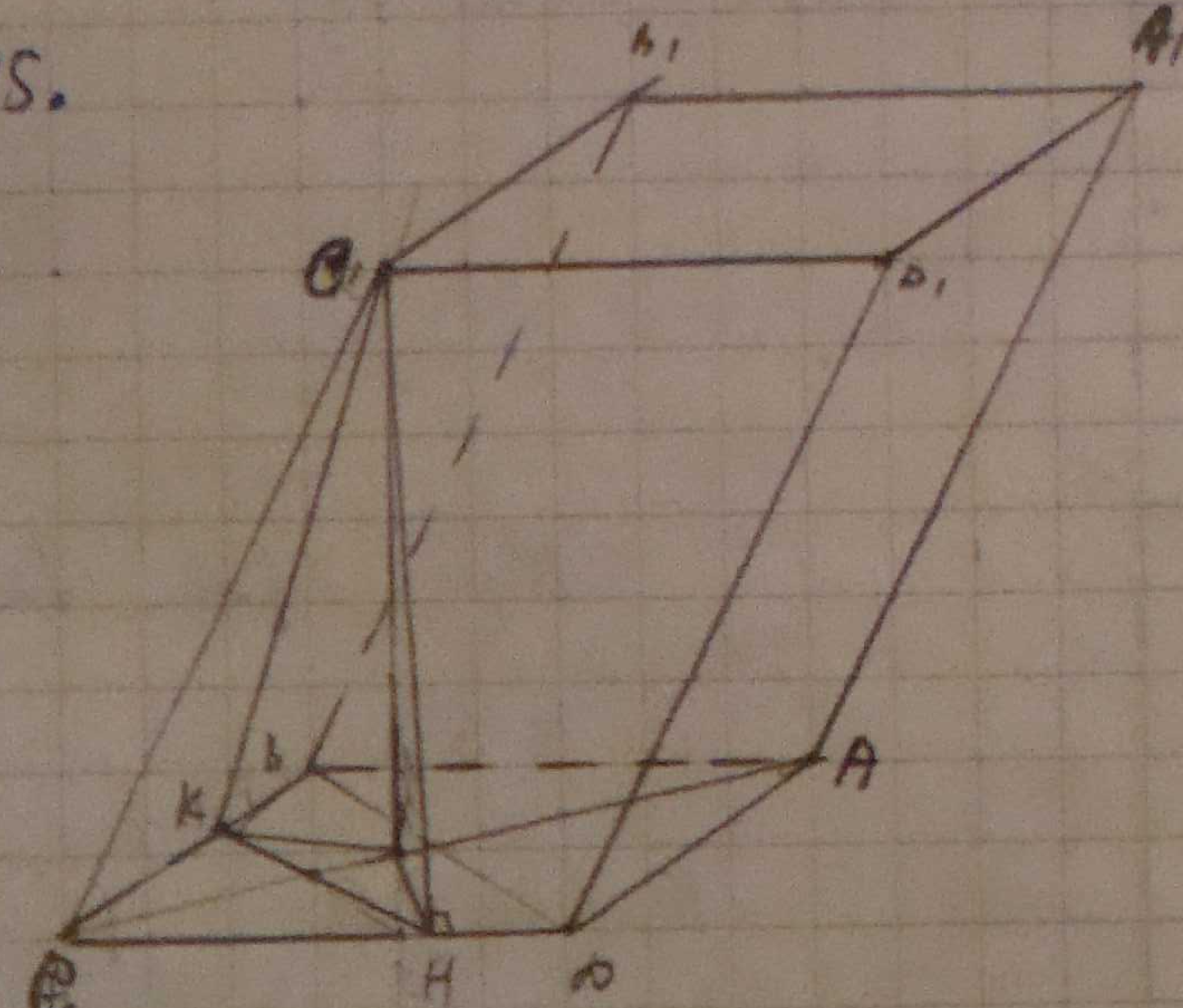
$x = \dfrac{S_0}{a}$

$AA_1 = y = \sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{\dfrac{S_0^2 - a^4}{a^2}} = \dfrac{\sqrt{S_0^2 - a^4}}{a}$

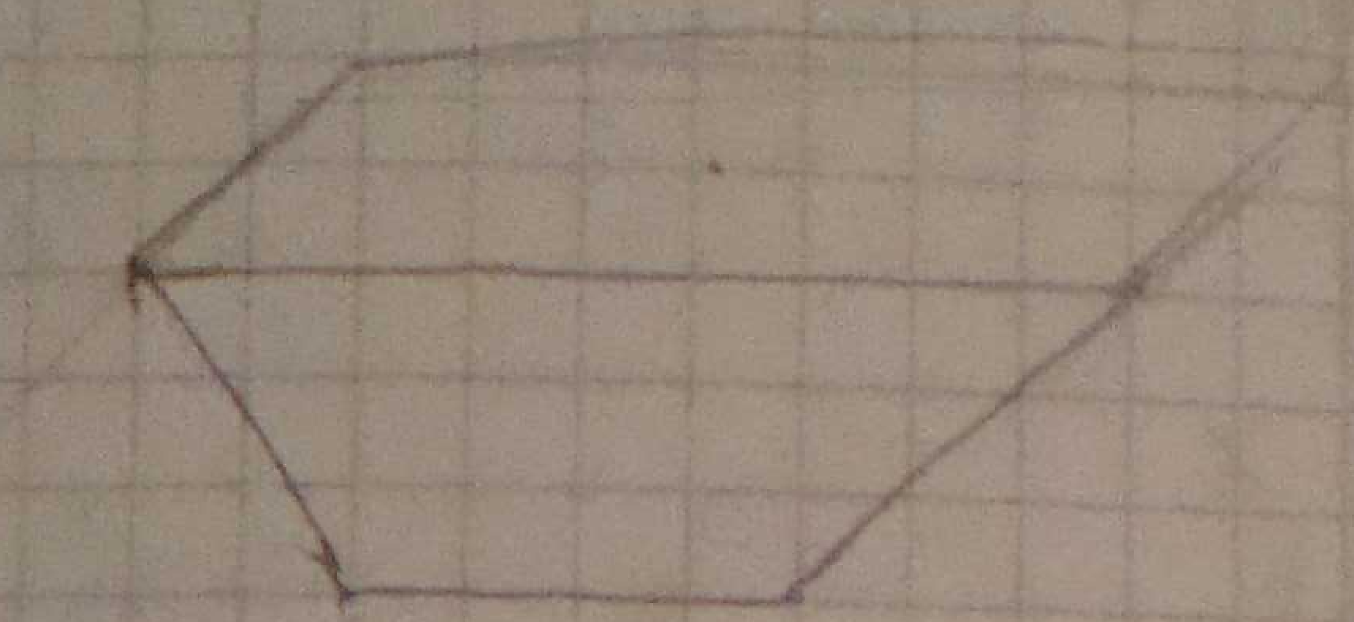
$S_կ = P_հ \cdot AA_1 = 4a \cdot \dfrac{\sqrt{S_0^2 - a^4}}{a} = 4\sqrt{S_0^2 - a^4}$.

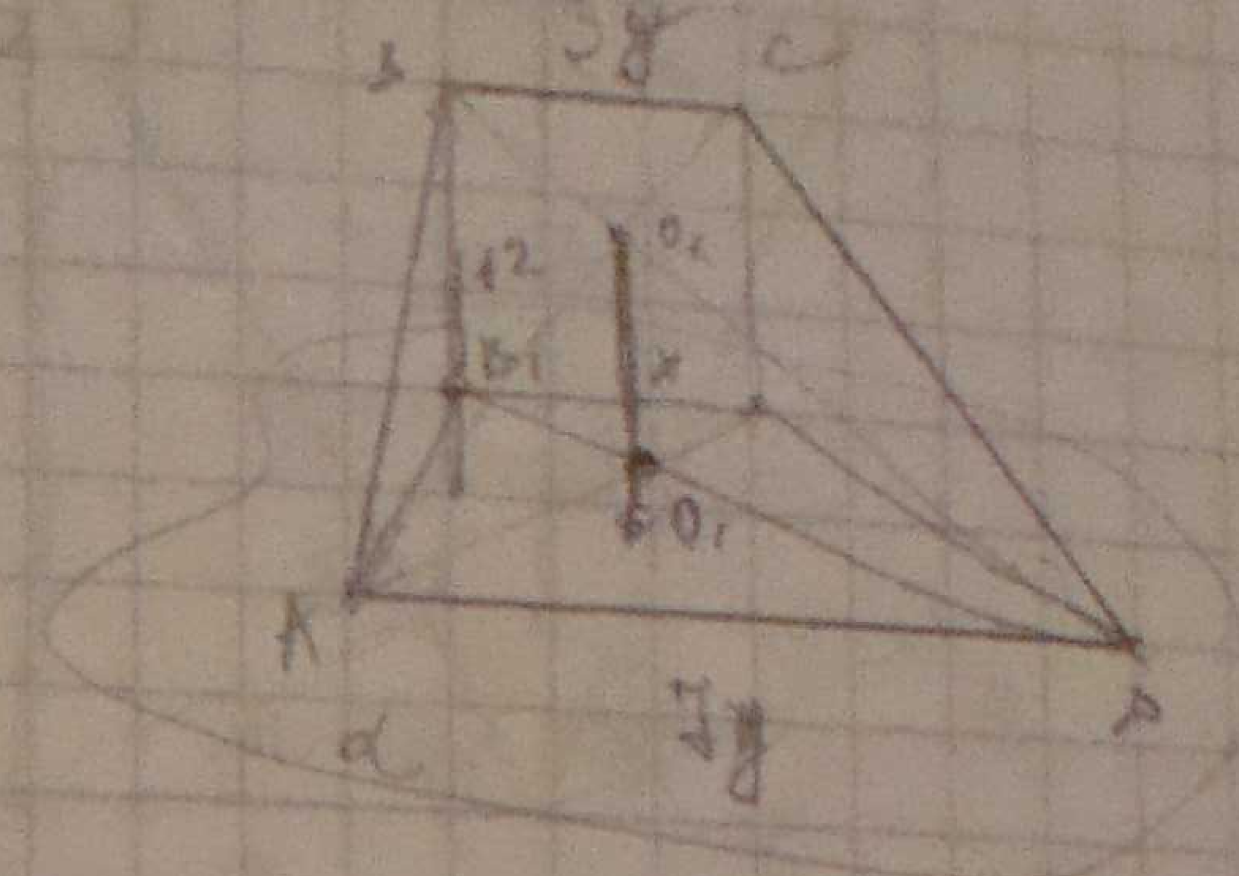
Պատ. $2\sqrt{2}\,S_0$ կամ $4\sqrt{S_0^2 - a^4}$!

295.



21.





$$\left.\begin{array}{l} BB_1 \perp \alpha \\ OO_1 \perp \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta BB_1D \sim \Delta OO_1D$$

$$\frac{OO_1}{BB_1} = \frac{DO_1}{DB_1} = \frac{DO}{DB}$$

$$\frac{12}{x} = \frac{OB}{OD} + 1$$

$$\frac{OB}{OD} = \frac{3}{7}$$

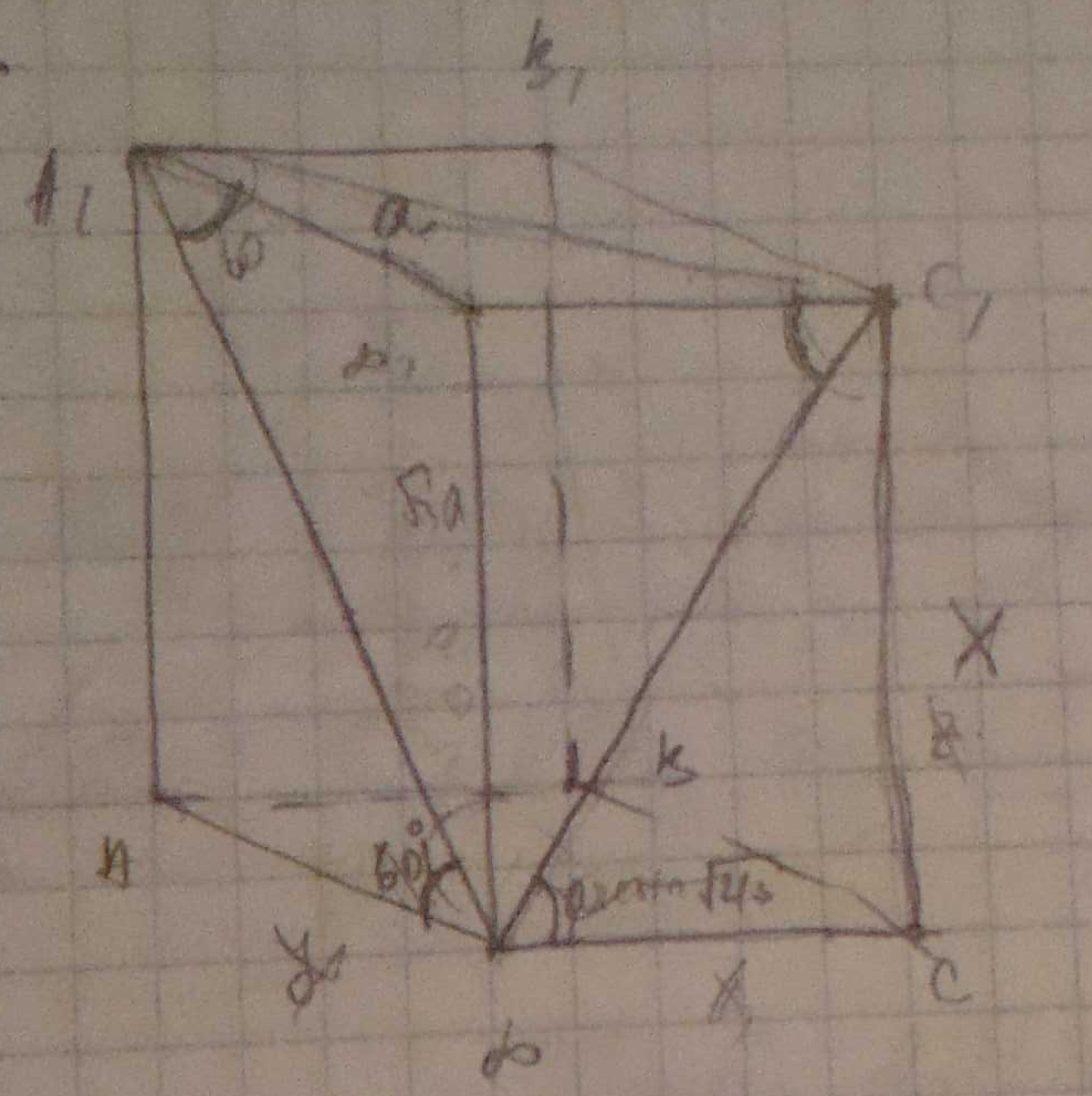
$$\frac{12}{x} = \frac{3}{7} + 1$$

$$\frac{12}{x} = \frac{10}{7}$$

$$10x = 7 \cdot 12$$

$$x = \frac{7 \cdot 12}{10} = \frac{7 \cdot 6}{5} = 8{,}4$$

33.



$$BC_1 = \frac{x}{\arcsin\sqrt{2/3}}$$

$$BA_1 =$$

$$BC_1 = \frac{x}{\sin\arcsin\sqrt{2/3}}$$

$$BA_1 = \frac{\cancel{AA_1}}{\sin 60^\circ}$$

$$\cancel{B_1C_1 =}$$

$$AC = \operatorname{ctg}\alpha \cdot \sqrt{3}a$$

$$\operatorname{ctg}(\arcsin a) = \frac{\cos(\arcsin a)}{\sin(\arcsin a)} = \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} =$$

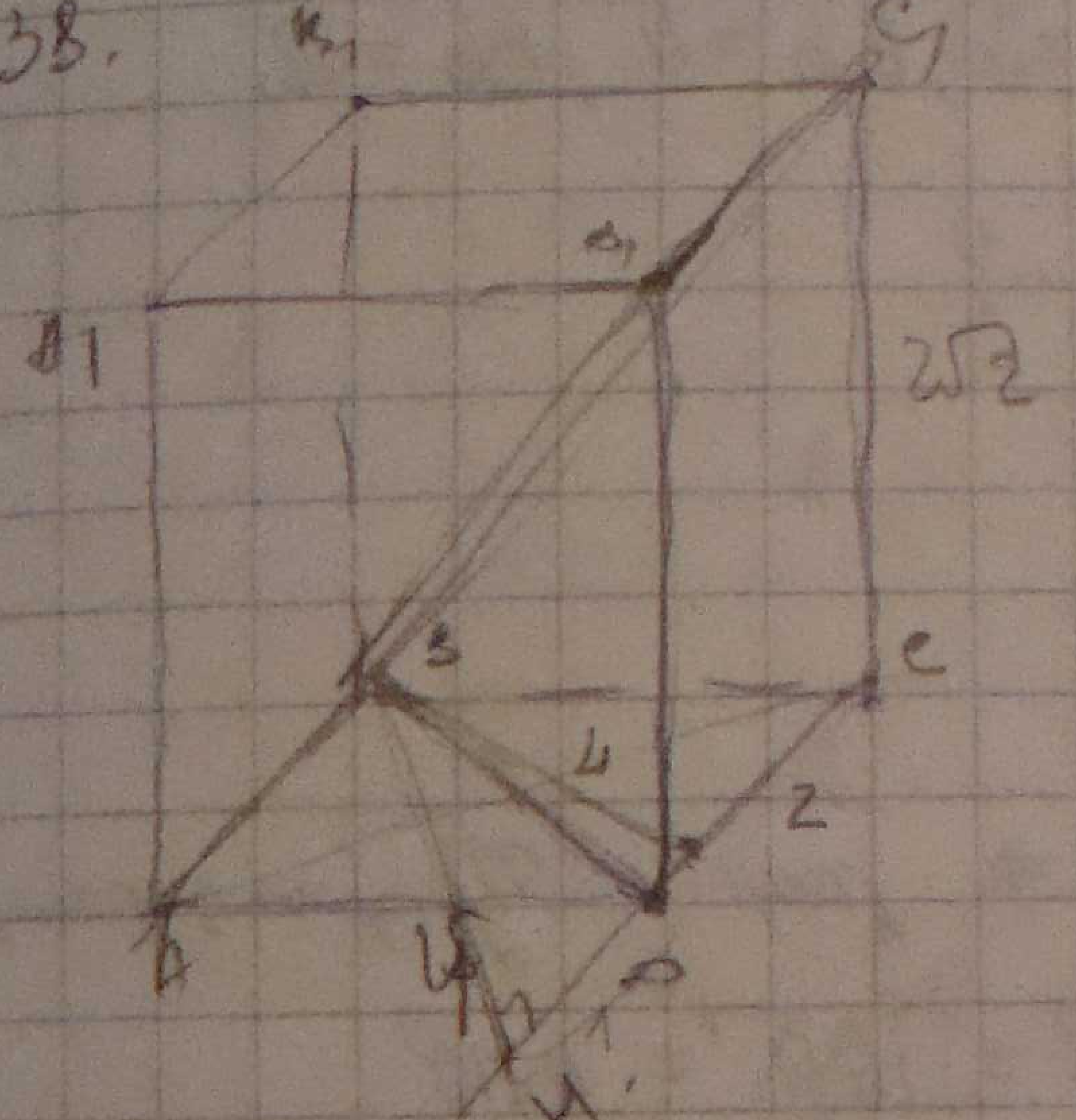
$$= \frac{\sqrt{1-\frac{2}{3}}}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

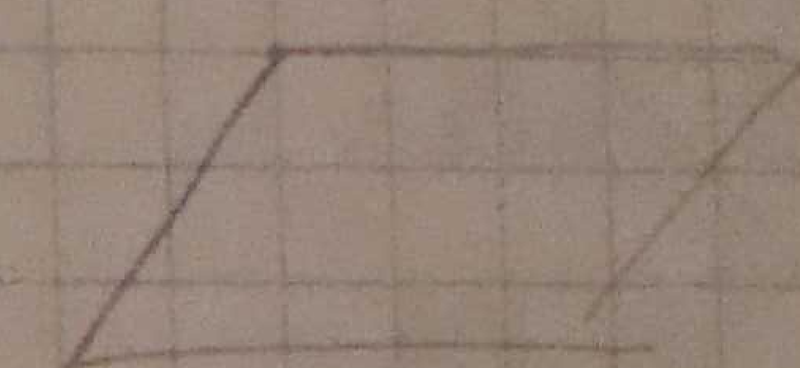
$\boxed{B_1C = \sqrt{\frac{3}{2}}\,a}$

$A_1C_1 = \sqrt{a^2 + \frac{3}{2}a^2} = \sqrt{\frac{5}{2}}\,a$

$\alpha =$

38.





$\triangle BHC$ - п/у $\quad HC = \cancel{2\sqrt{5}}\ \sqrt{25 - 16} = 3$

$BD = 2\sqrt{17}$

$BB_1 = \cancel{2\sqrt{10}\quad 17 \cdot \sqrt{2} = 17\sqrt{2}}$

$AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2BC^2$

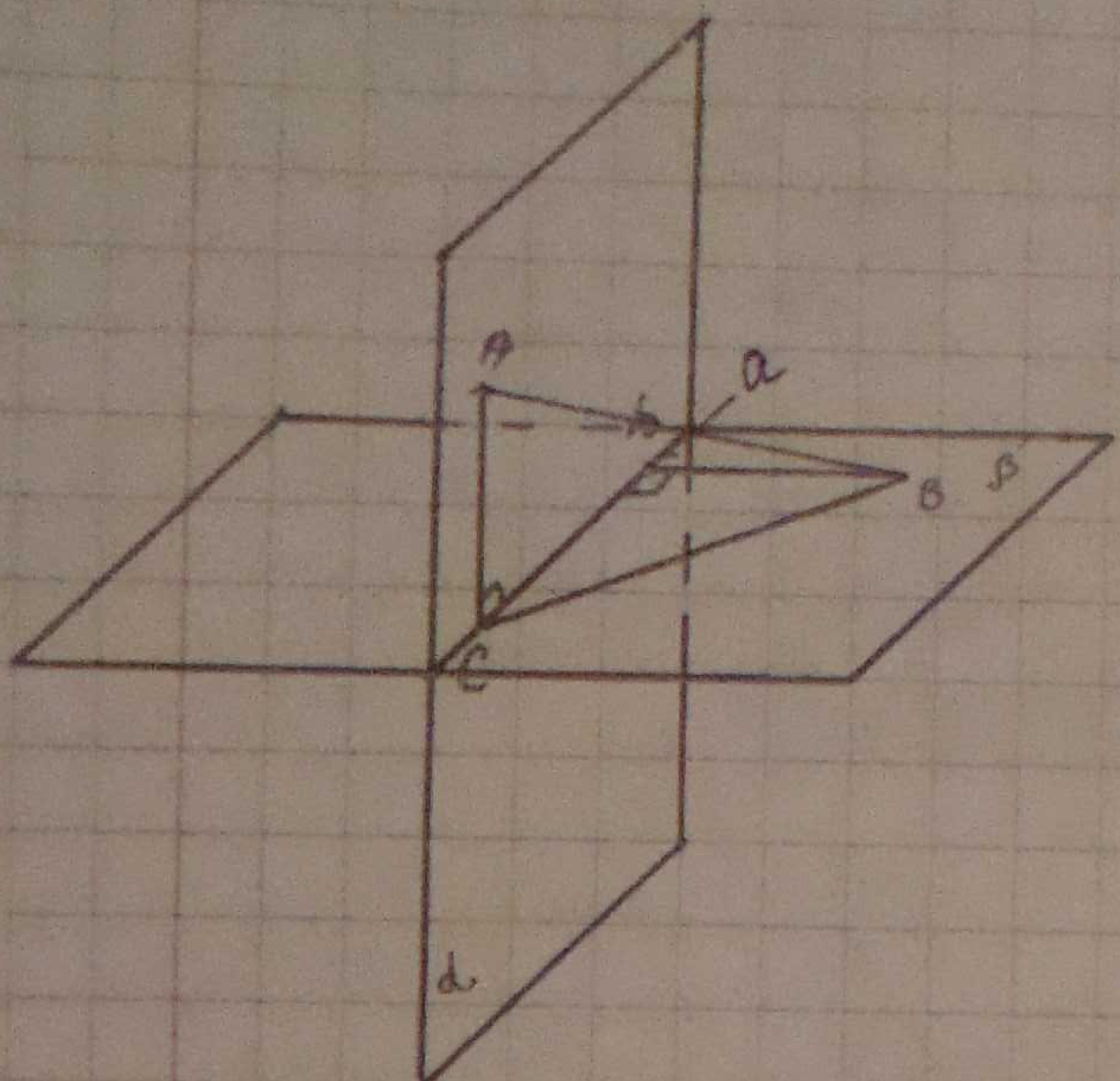
$AC^2 = 8 + 50 - 5 = 53$

$\sqrt{1-a^2} =$

a

[illegible] 14ա

1.



$\alpha \perp \beta$

$A \in \alpha;\ B \in \beta$

$AC \perp a;\ Bb \perp a$

$a \in \alpha$ և $a \in \beta$

$AC = 3;\ Bb = 4,\ Cb = 12$

$AB - ?$

CbB եռ. ենք $Bb \perp Cb,\ Bb = 4,\ Cb = 12 \Rightarrow$ ըստ Պյութագորասի

թ-մի $BC^2 = Cb^2 + Bb^2 \Rightarrow BC = \sqrt{144+16} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

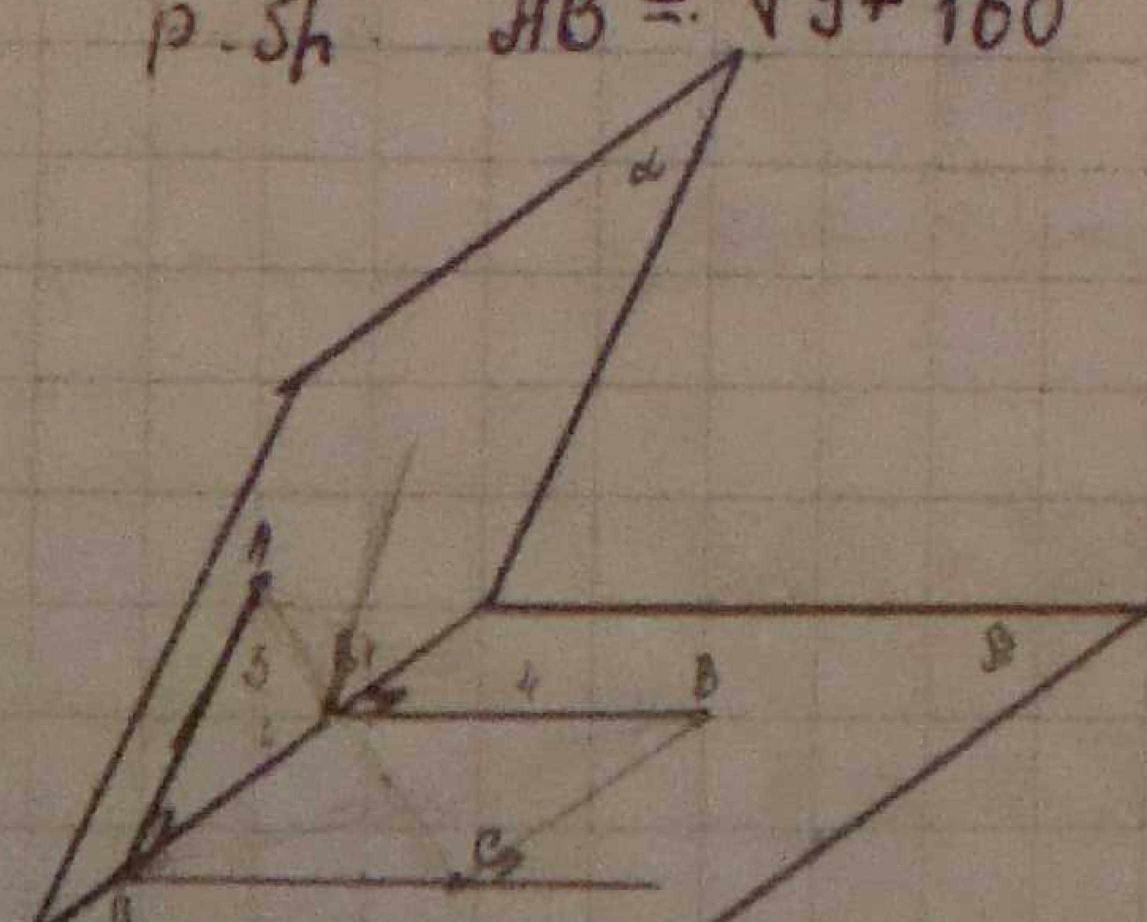
Ըստ [illegible] $\alpha \perp \beta;\ A \in \alpha;\ AC \perp a \Rightarrow AC \perp \beta$:

ACB եռ. ենք $AC \perp \beta \Rightarrow AC \perp CB,\ AC = 3;\ CB = 4\sqrt{10} \Rightarrow$ ըստ

Պյութ. թ-մի $AB = \sqrt{9+160} = \sqrt{169} = 13$

Պատ.: $AB = 13$

2.



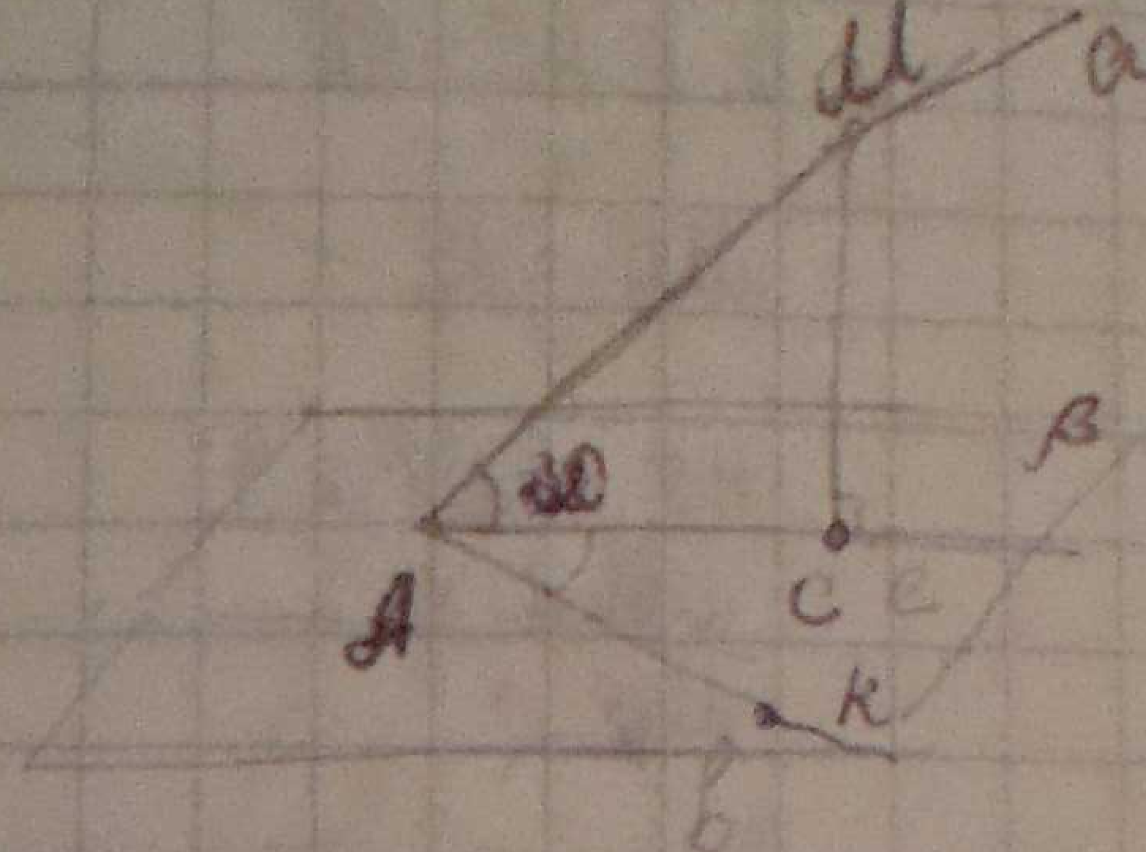
[illegible] 5

AA_1B_1B երկնիստ անկյ.

$AA_1 = 3;\ BB_1 = 4,\ A_1B_1 = 6,\ AB = 7$

$AA_1 \perp A_1B_1$ և $BB_1 \perp A_1B_1$.

№ 3.



$\angle MAC = 30^\circ$

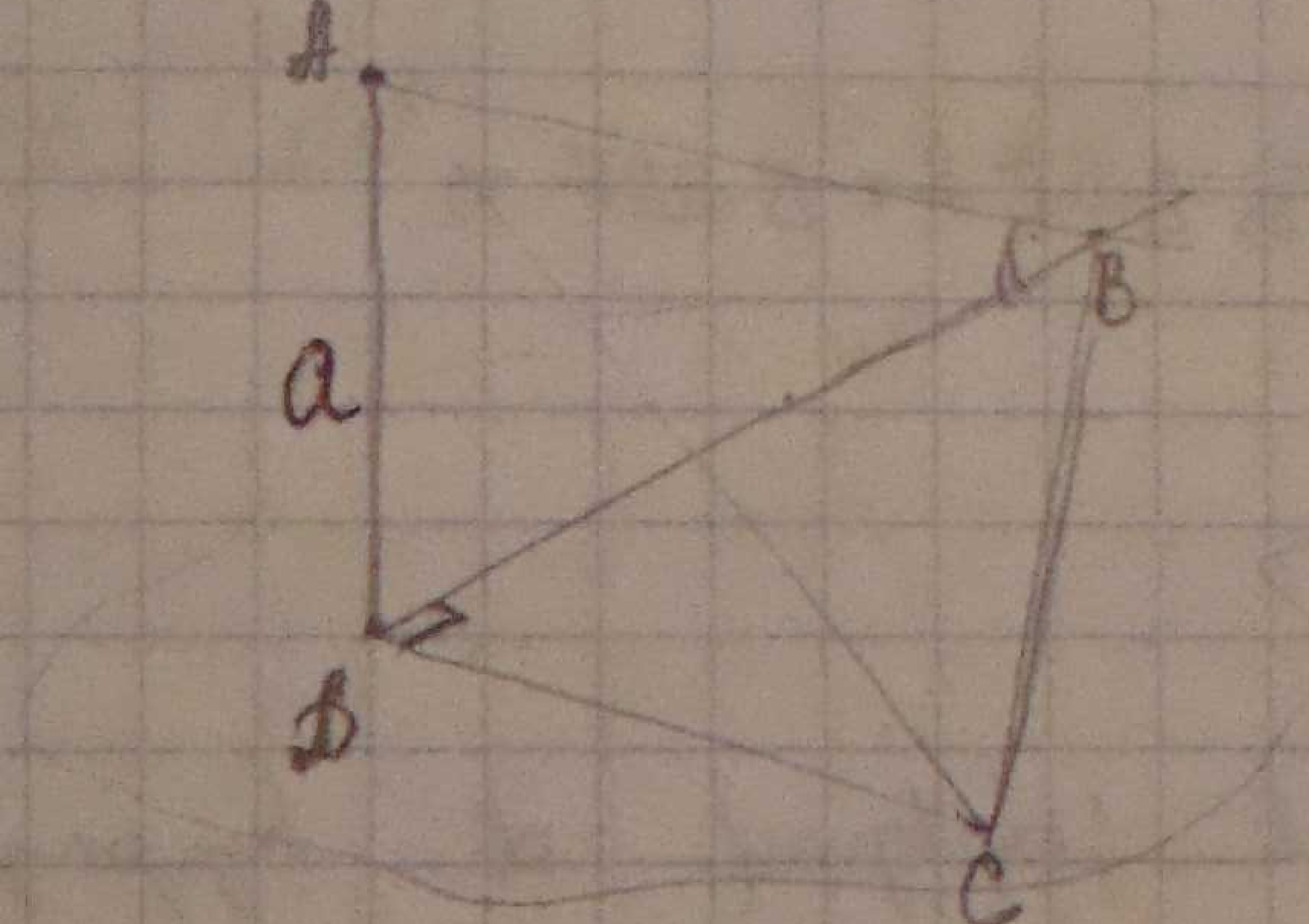
$b \subset \beta$

$c \subset \beta$

$\angle CAK = \arccos\sqrt{2/3}$

MAK – ?

4.



$\angle ABD = 30^\circ$

$\angle ACD = 45^\circ$

$BC = 8$

$\angle BDC = 90^\circ$

AB и AC – ?

AD – г. и.г. a – п/: $DB = \frac{a}{tg 30^\circ} = \sqrt{3}a$

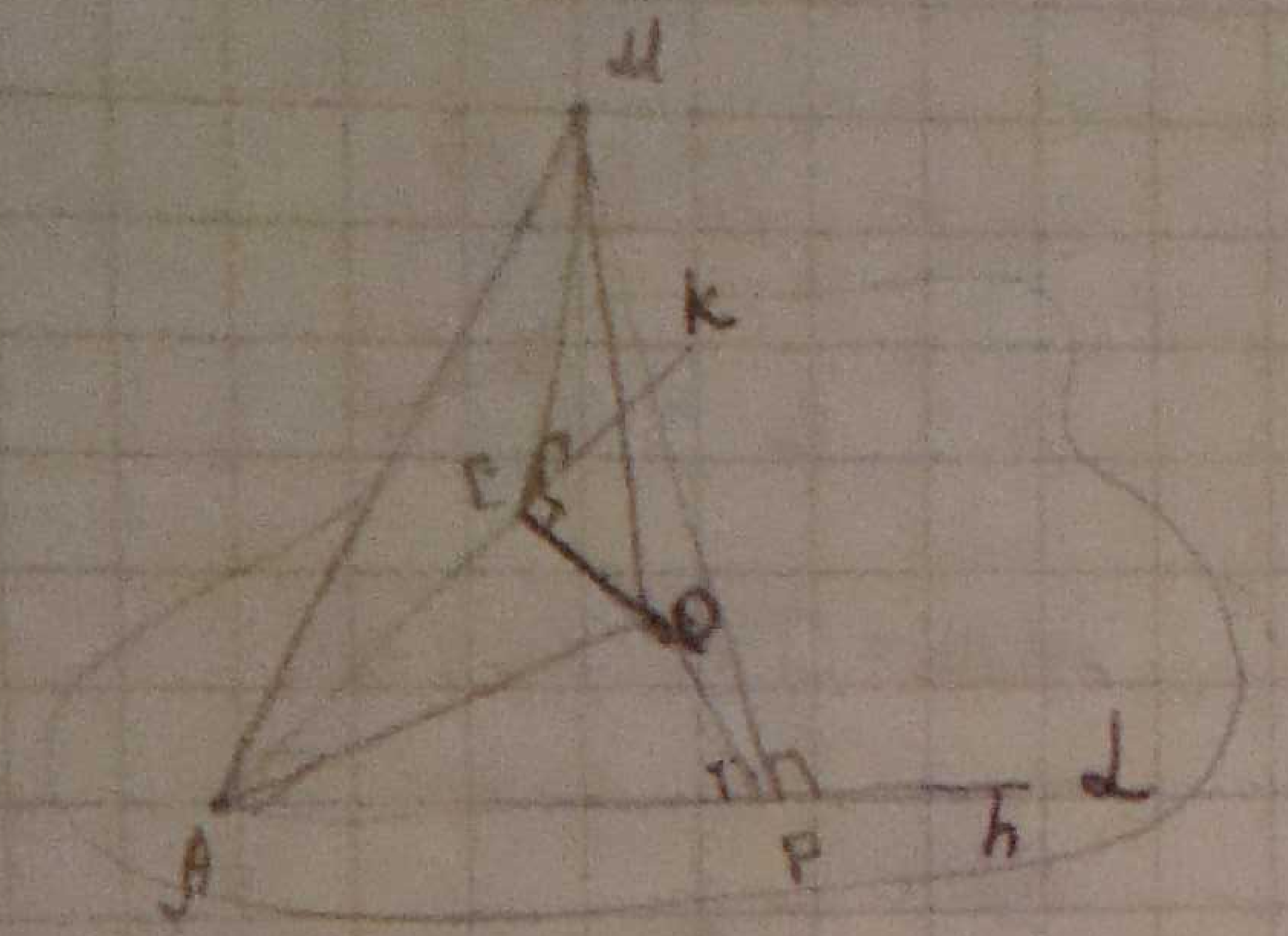
$DC = \frac{a}{tg 45^\circ} = \sqrt{2}a$

ΔDBC – пр. $64 = 5a^2$

$a = \frac{8\sqrt{5}}{5} \Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot 2 = \frac{16\sqrt{5}}{5}$

$AC = \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} = \frac{8\sqrt{10}}{5}$

Ответ: $AB = \frac{16\sqrt{5}}{5}$; $AC = \frac{8\sqrt{10}}{5}$



$M \notin \alpha$

$\angle EAF = 90^\circ$

$MA = 12$

$ME = MF = 9$

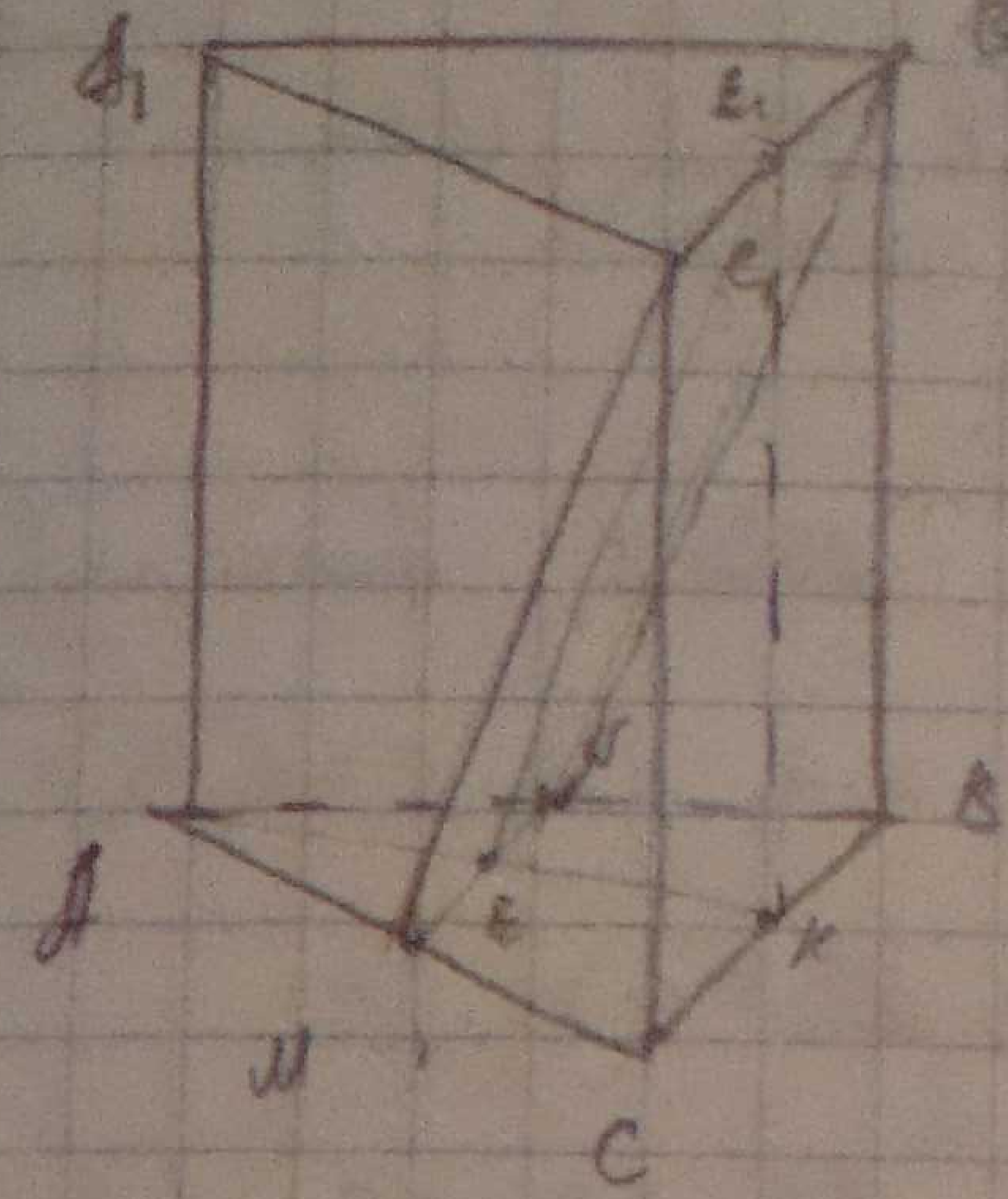
$MK \perp \alpha$

$MK - ?$

$$\left.\begin{array}{l} MF \perp h \\ ME \perp k \\ ME = MF = 9 \\ MA\text{-ն ընդհ. } \mathrm{է} \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle MEA = \triangle MAF \Rightarrow$$

⇒ AE = AF : E և F կետերով α հարթության մեջ ևս Տ-ի դասավորությամբ k և h ուղիղներին տանենք ուղղահայաց ուղիղներ, որոնք կհատվեն մի կետ՝ O կետում: AEO և AFO ուղ. եռ-ներ մեջ AE = AF, AO-ն ընդհ. է ⇒ ΔAEO = ΔAOF (ըստ էջի և ներքնաձիգի) ⇒ ⇒ EO = OF ⇒ O կետը գտնվում է ∠A-ի կիսորդի վրա այս կողմից MK ⊥ α, MK-ն ընդհ. է և ME = MF ⇒ ⇒ EK = FK

2 96/



Տրված է

$ABCA_1B_1C_1$ կանոն. պրիզմա

$AA_1 = h$

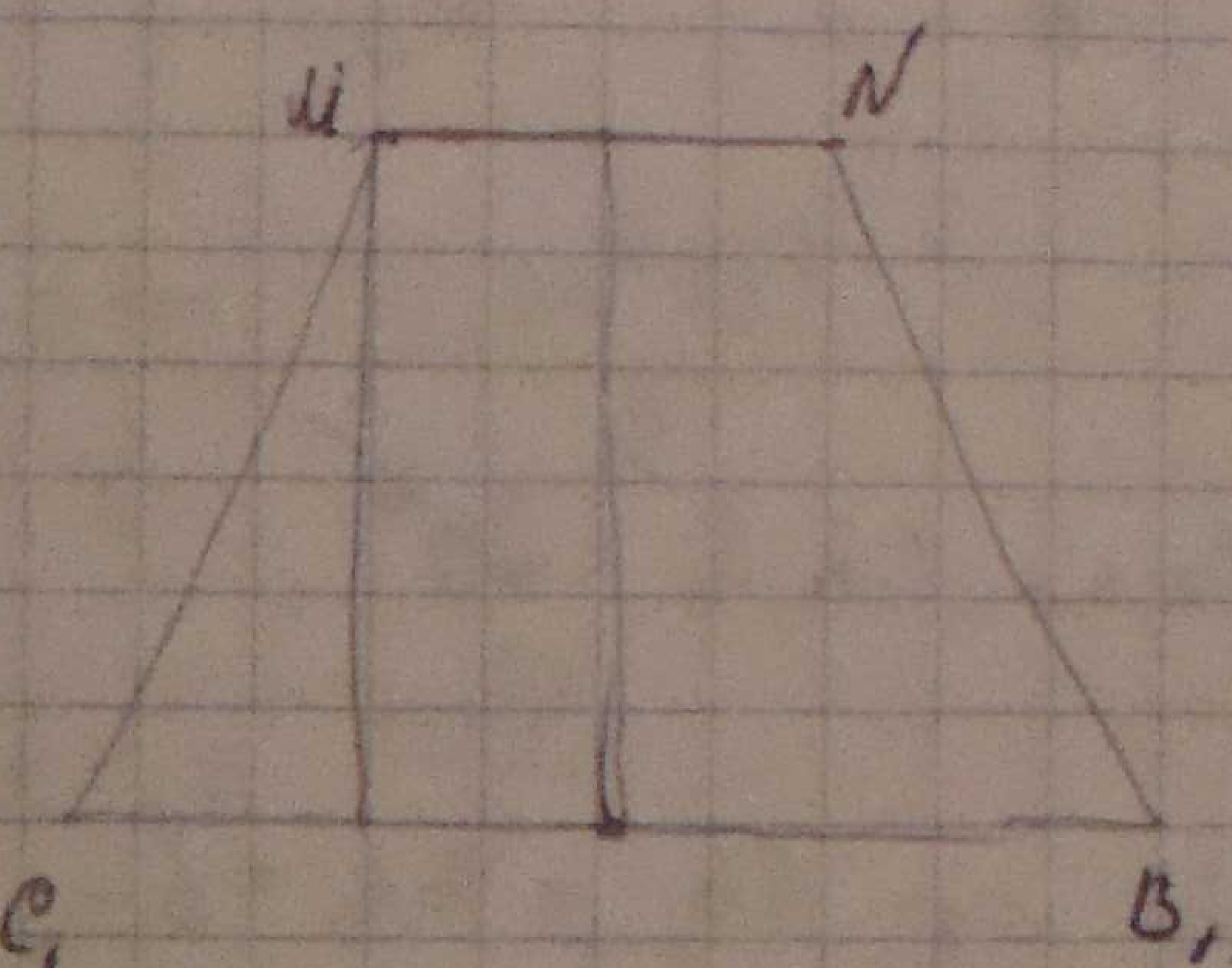
MN [illegible]

$C_1MNB = \varphi$

$\alpha = (MN; CB_1)$

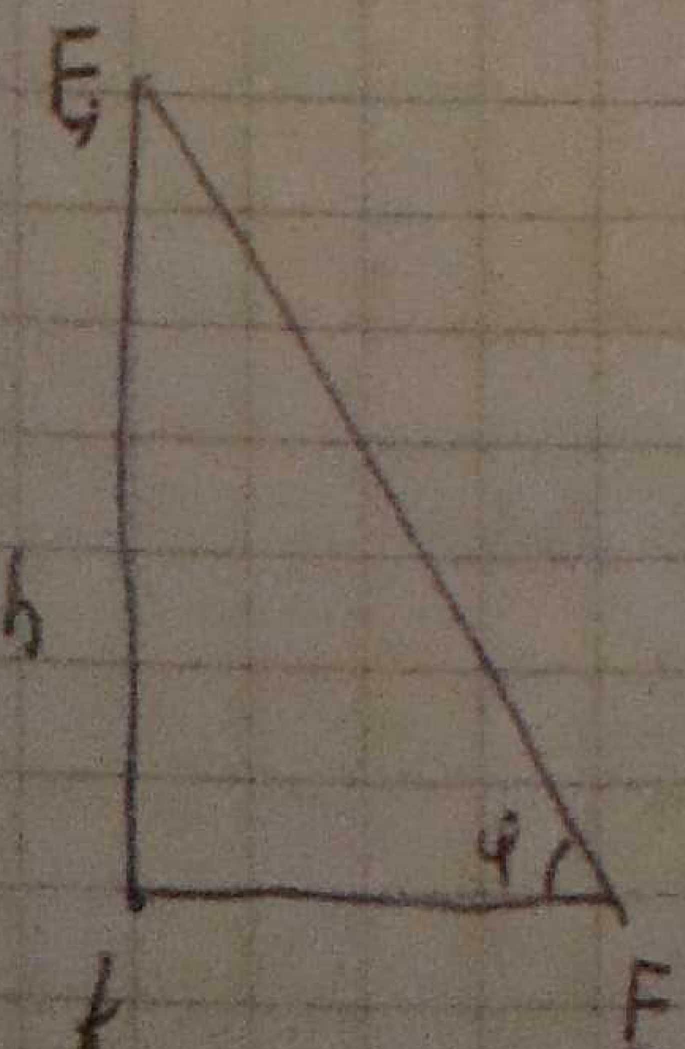
$EE_1 \perp MN$; $AK \perp BC$; $MN \parallel BC$ $\}$ $\Rightarrow AK \perp MN \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle E_1EK = \varphi$



S_h

$$S_h = \frac{MN + B_1C_1}{2} \cdot EE_1$$



$EE_1 = \frac{h}{\sin\varphi}$ $\quad$ $EK = \frac{h}{tg\,\varphi}$

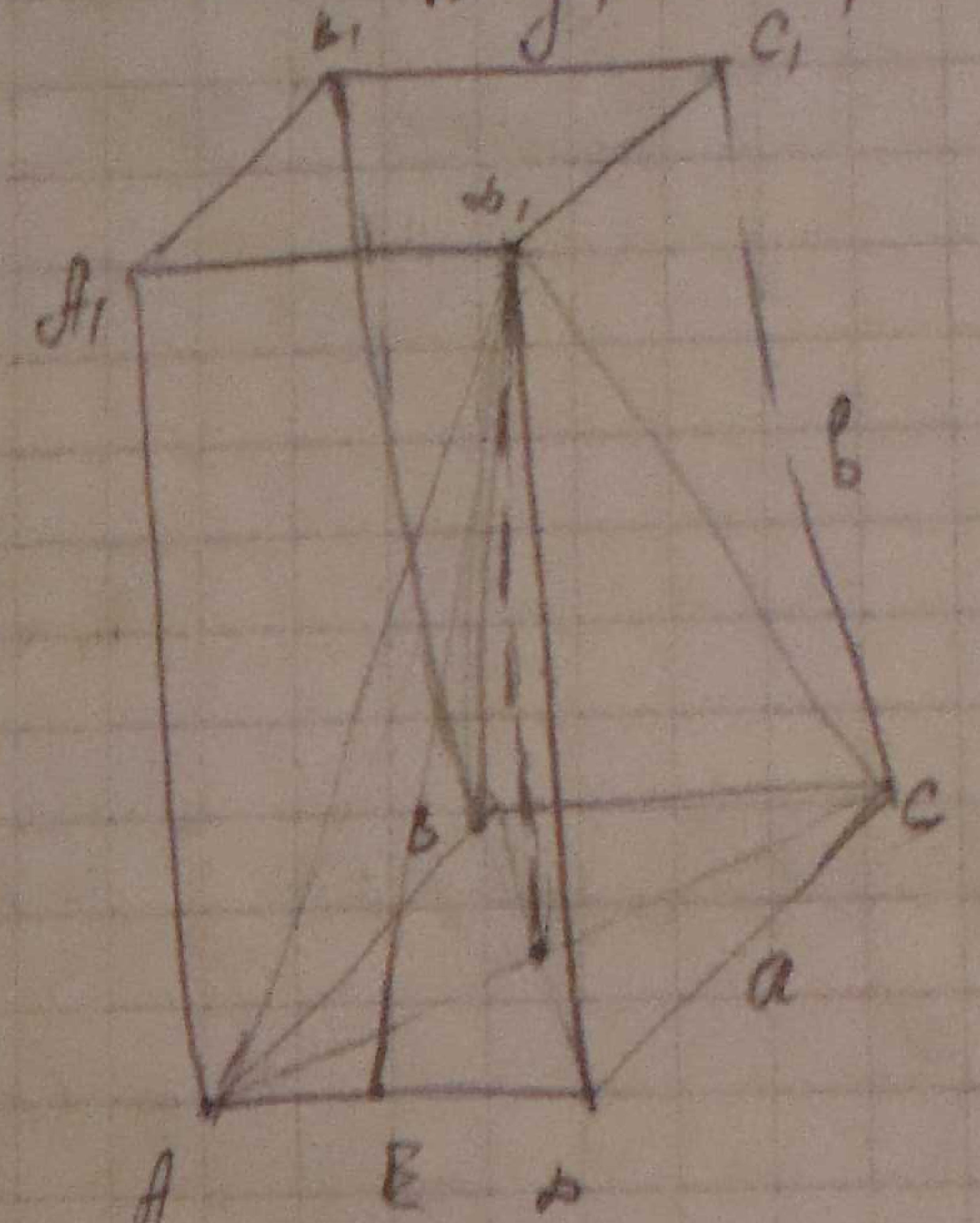
$AK = \frac{2h}{tg\,\varphi}$

$AB = \frac{AK}{\sin 60^\circ} = \frac{2h \cdot 2}{tg\,\varphi}$.

$S_{тр} = \frac{AB + \frac{AB}{2}}{2} \cdot EE_1 =$

$= \frac{3}{4} \cdot \frac{4h}{\sqrt{3}\,tg\varphi} \cdot \frac{h}{\sin\varphi} = \frac{\sqrt{3}\,h^2\cos\varphi}{\sin^2\varphi}$ | Ответ.

298.



ABCD – [illegible]

$DD_1 = D_1C = D_1B = D_1A$

$AB = a$

$AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = b$

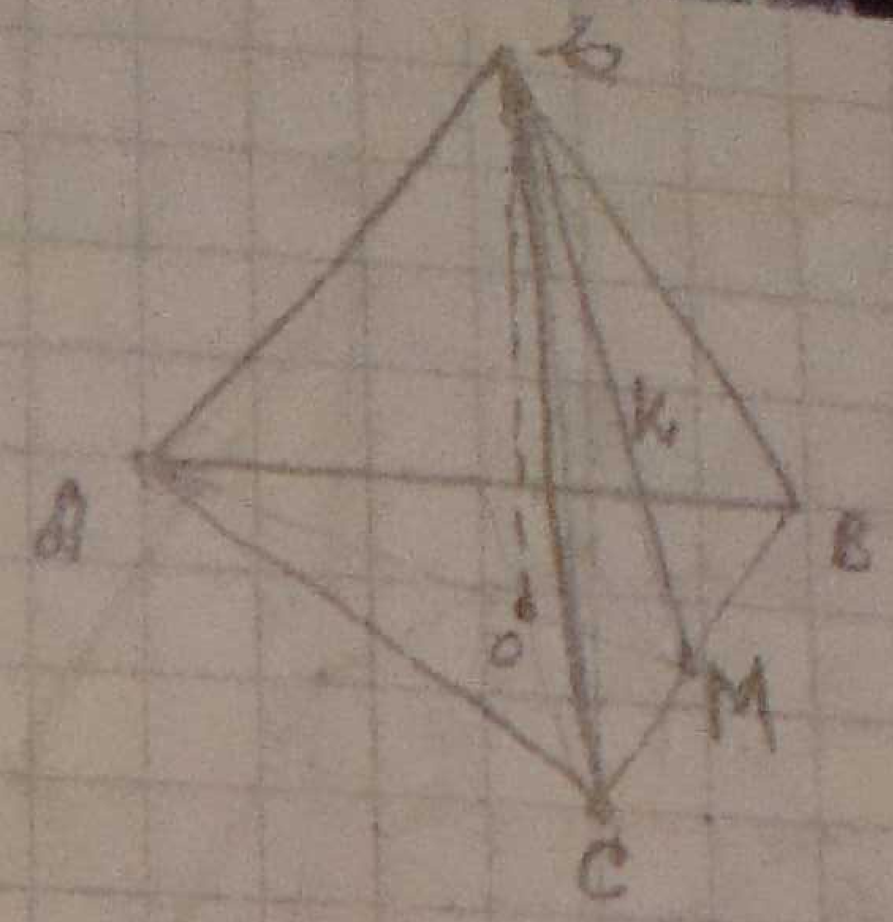
$S_п$ – ?

$S_п = 4 \cdot S_{AA_1D_1D} + 2S_о = \cancel{2a^2}$

$D_1E \perp AD$ [illegible] $AD_1 = DD_1 = b$.

$D_1E = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$

$S_п = 4a\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} + 2a^2 = 2a\sqrt{4b^2 - a^2} + 2a^2$



ΔABC прав. пір.

$AB = m$

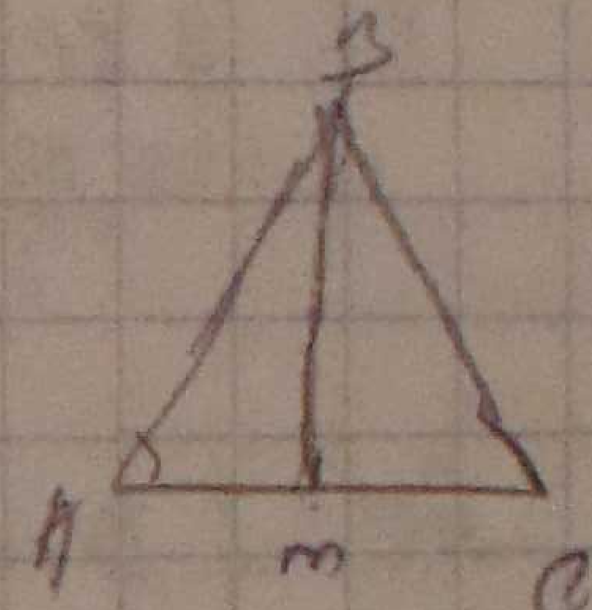
$S_{бічн} = 2S_h$

$DO - ?$

$$S_{бічн} = \frac{3k \cdot m}{2}$$

$$S_h = \frac{1}{2} \cdot \frac{m\sqrt{3}}{2} \cdot m = \frac{m^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{3km}{2} = \frac{m^2\sqrt{3}}{2}$$



$$k = \frac{m\sqrt{3}}{3}$$

$$OM = \frac{AM}{3} = \frac{m\sqrt{3}}{2}$$

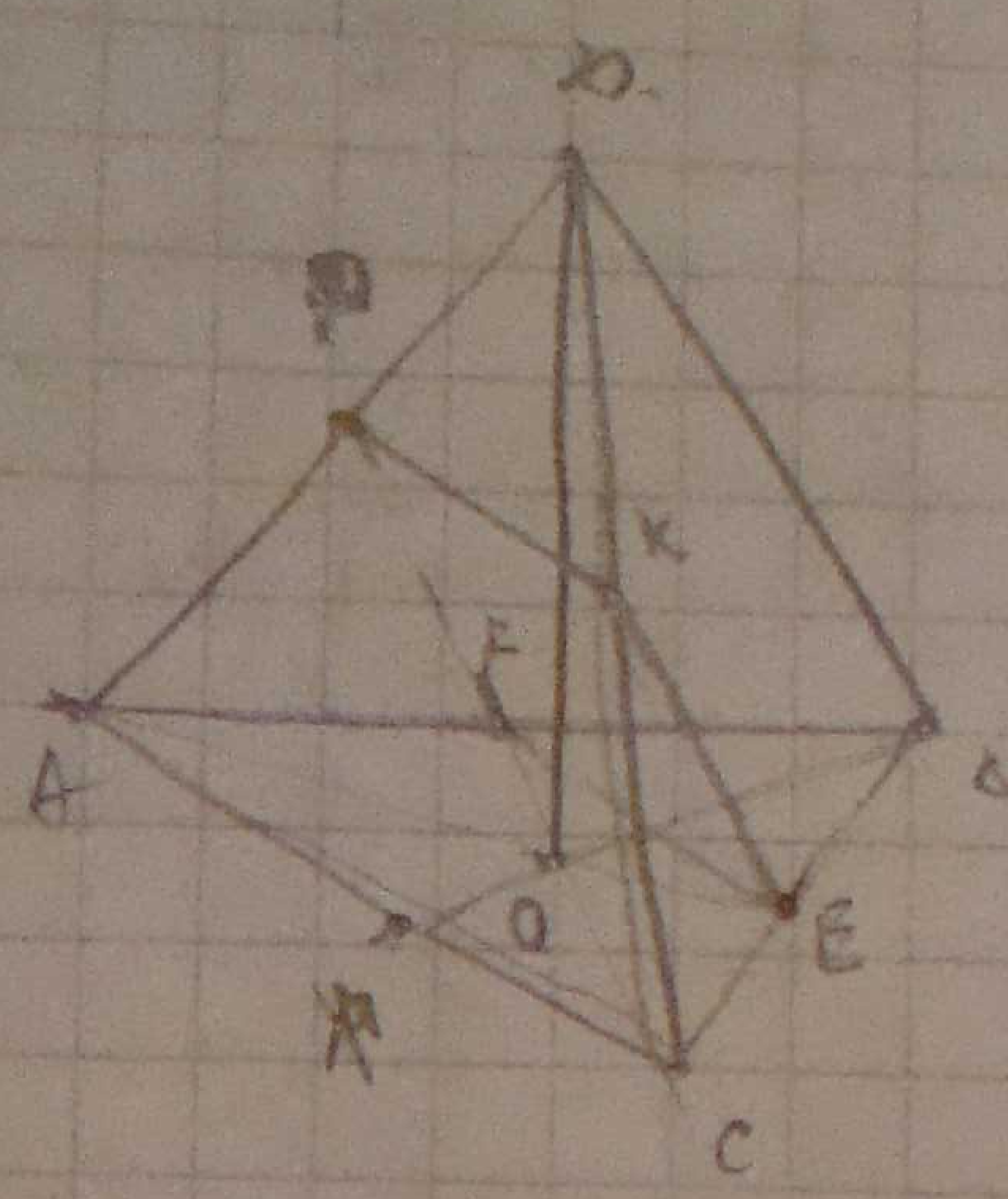
$$OM = \frac{m\sqrt{3}}{6}$$

ΔDOM – п/у

$$DO = \sqrt{DM^2 - OM^2} = \sqrt{\frac{3m^2}{3} - \frac{3m^2}{36}} =$$

$$= \sqrt{\frac{m^2}{3} - \frac{m^2}{12}} = \sqrt{\frac{3m^2}{12}} = \frac{m}{2}$$

300



$AB = BC = AC = a$

$AD = DB = DC = b$

$S_{\text{сеч}} - ?$

$PF \parallel DB$

$EK \parallel DB$

$PK \parallel AC$

$EF \parallel AC$

$PK = EF = \frac{AC}{2}$

$AC \perp B$ [illegible]

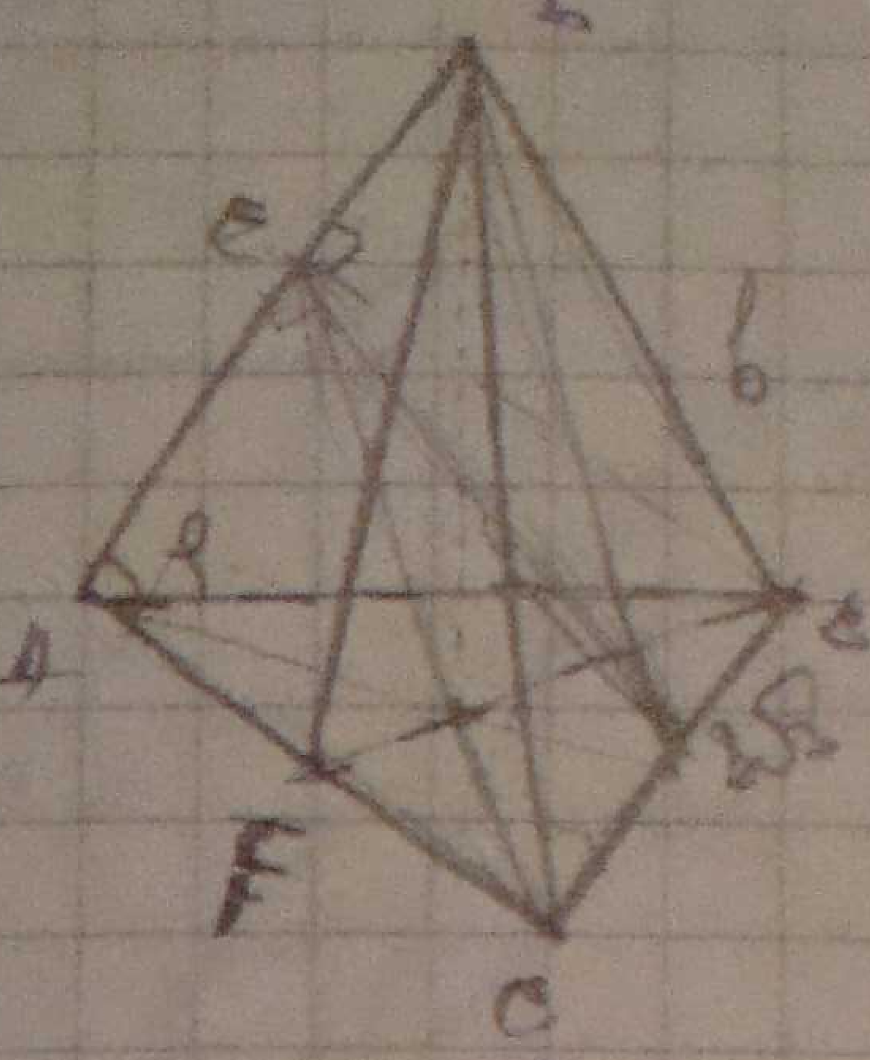
[illegible]

$AC \perp DB$

$FE \parallel AC$ и $EK \parallel DB \Rightarrow EF \perp KE$

$S_{\text{сеч}} = \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2} = \frac{ab}{4}$

№01



$\Rightarrow$ ABC [illegible] 5

$(\widehat{ABC}) = 120^\circ$

bE [illegible]

$bE = 16$ [illegible]

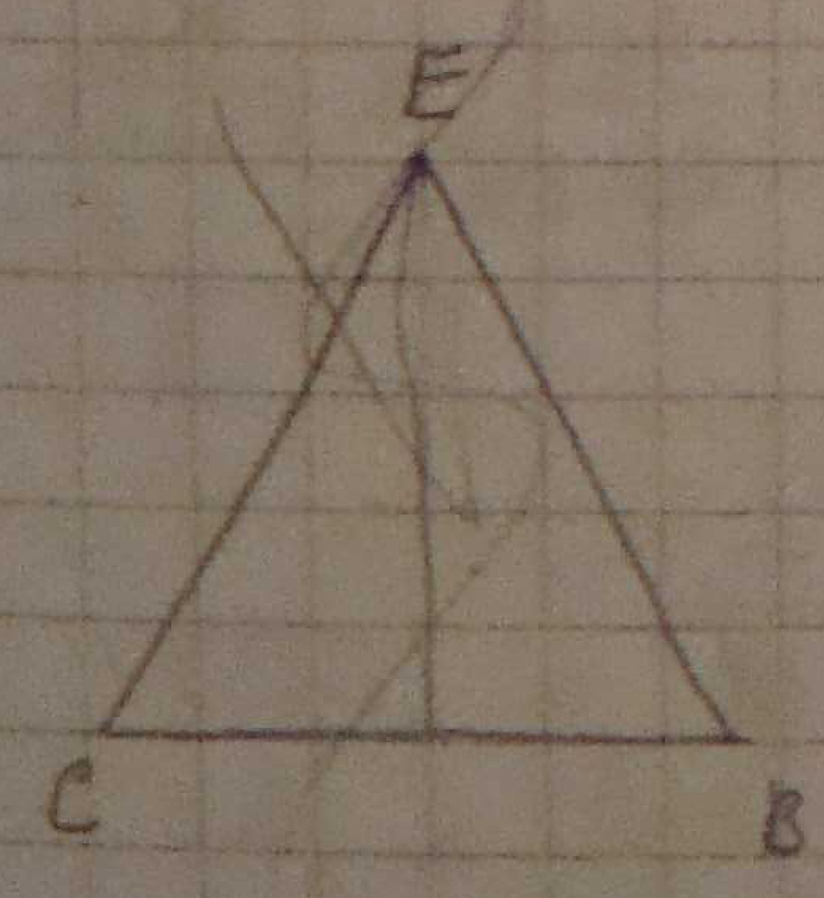
$$a^2 = 2\cdot 16^2 - 2\cdot 16^2 \cdot \cos 120^\circ = 2\cdot 16^2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3\cdot 16^2$$

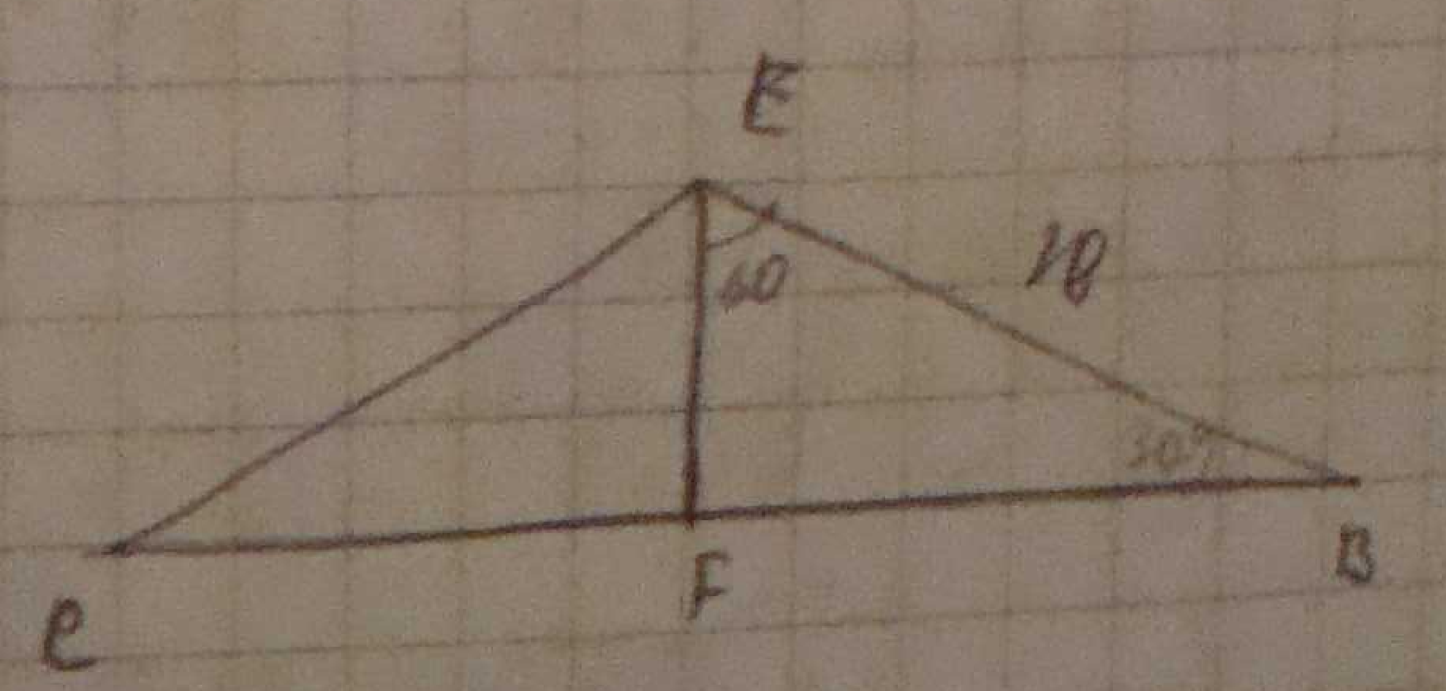
$$a = 16\sqrt{3}$$

$CE \perp AB$ [illegible] $\Delta AEC = \Delta AEB$ [illegible]

[illegible] $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} CE \perp AB \\ BE \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \angle CEB = 120^\circ$





EI

$$\sin\varphi = \frac{16}{16\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{h}{\frac{a}{2}} \qquad h = \operatorname{tg}\varphi \cdot 8\sqrt{3}$$

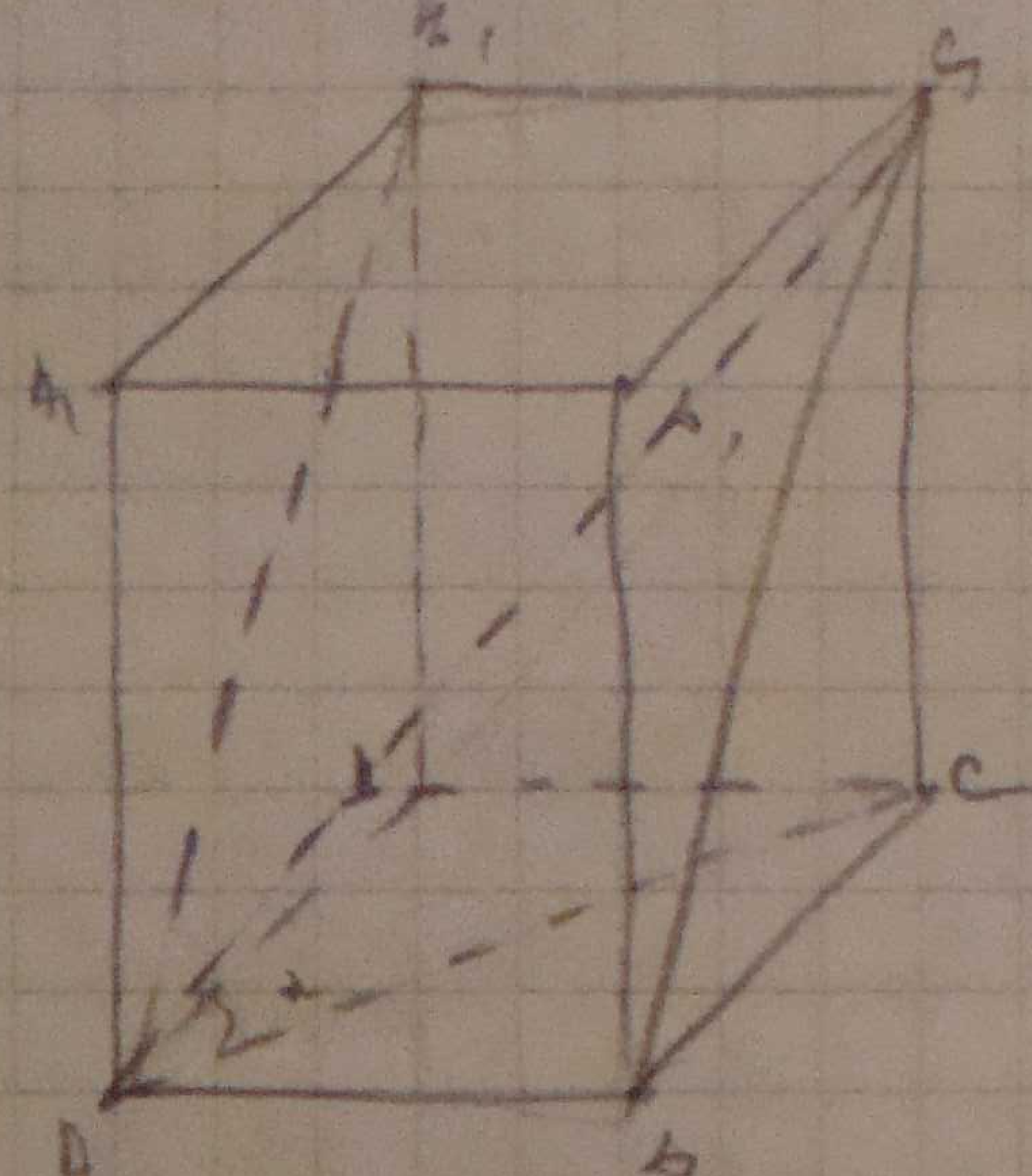
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$\cos\varphi = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$tg\,\varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$h = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 8\sqrt{3} = 4\sqrt{6}$

224.



$\alpha = 60^\circ$

$AC = 4\sqrt{7}$

$S_b - ?$

$CC_1 \perp (ABD)$

$AC = 4\sqrt{7},\ \angle C_1AC = 60^\circ \} \Rightarrow AC_1 = \frac{AC}{\cos 60^\circ} = \frac{4\sqrt{7} \cdot 2}{} = 8\sqrt{7}$

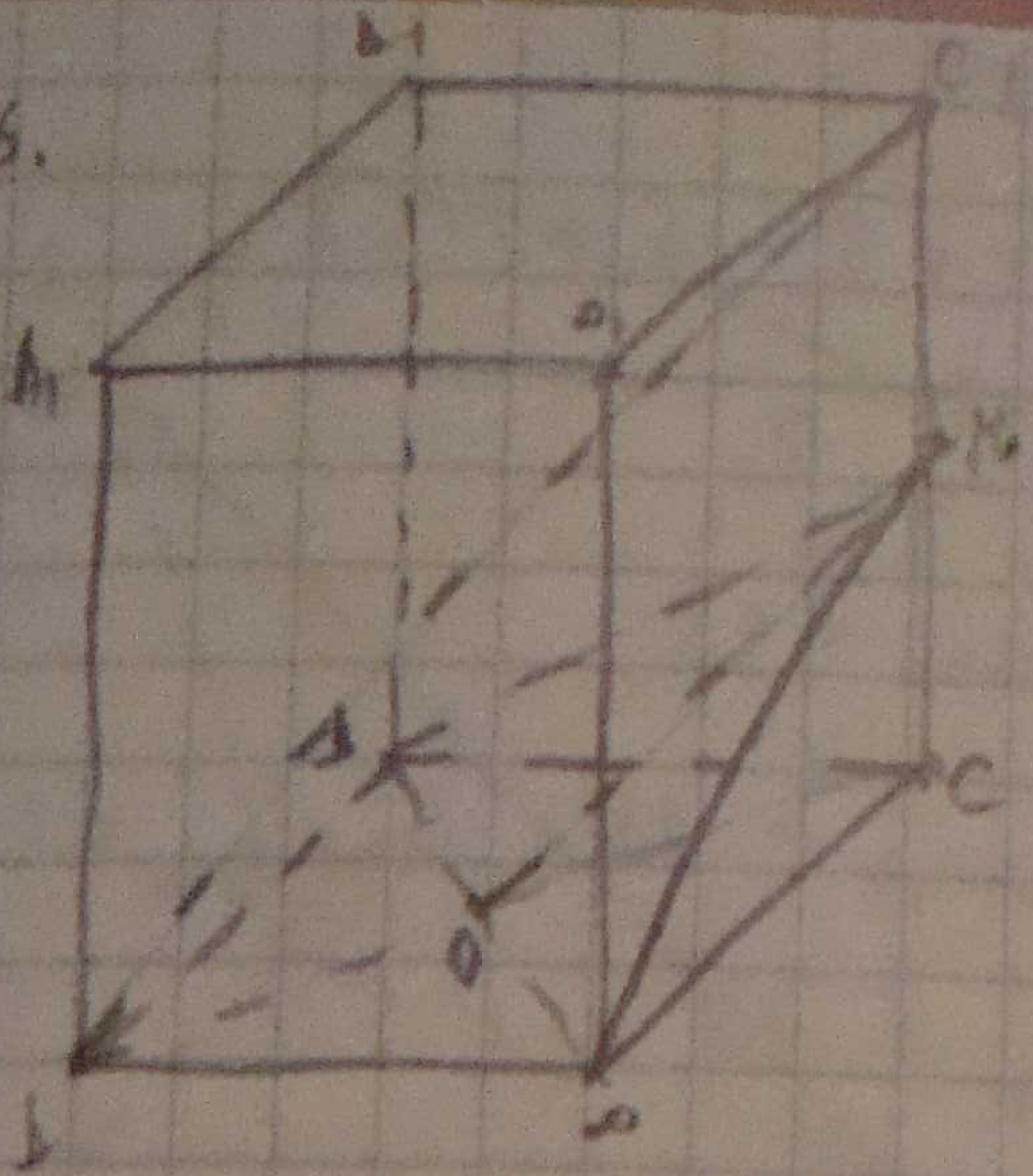
$AD = CD = 4.$

$C_1D = \sqrt{64 \cdot 2 - 16} = \sqrt{128 - 16} = \sqrt{112}$

$S = 4 \cdot \sqrt{112} = 16\sqrt{7}$

26., 28, 30, 31, 35.

226.



$CC_1 = 4$ см

$BC = 2$ см

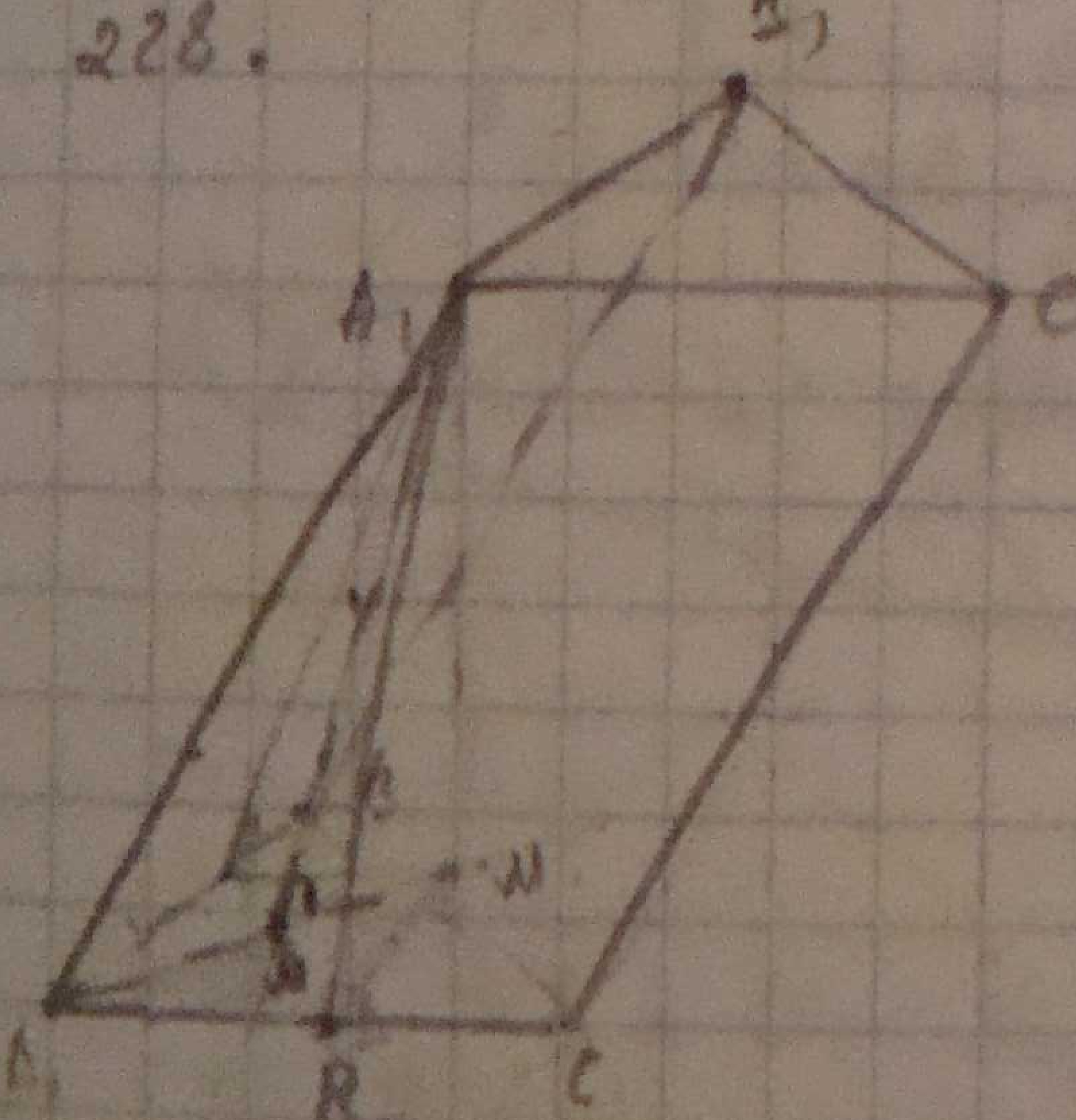
$BK = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = BK$

$Bb = 2\sqrt{2}$ ⇒ ΔBKb ...

$\Rightarrow OK = \sqrt{8-2} = \sqrt{6}$

$S = \frac{1}{2} 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{3}$ ⇒ $S = 2\sqrt{3}$ (см^2)

228.



$AC = AB = 13$ см

$BC = 10$ см

$\angle A_1AM = 45^\circ$

$BC = 13$

AA_1 $\left.\begin{matrix} CM = 5 \\ AC = 13 \end{matrix}\right\}$ ⇒ $AK = 12$

$AM = 8$, $\angle A_1AB = 45^\circ$ ⇒

$\Rightarrow AA_1 = \frac{AM}{\cos 45^\circ} = 8\sqrt{2}$

$AR = 6,5$

$\cos\beta = \frac{13}{2\cdot 8\sqrt{2}} = \frac{13}{32}\sqrt{2}$

$BC \perp AM$ ⇒

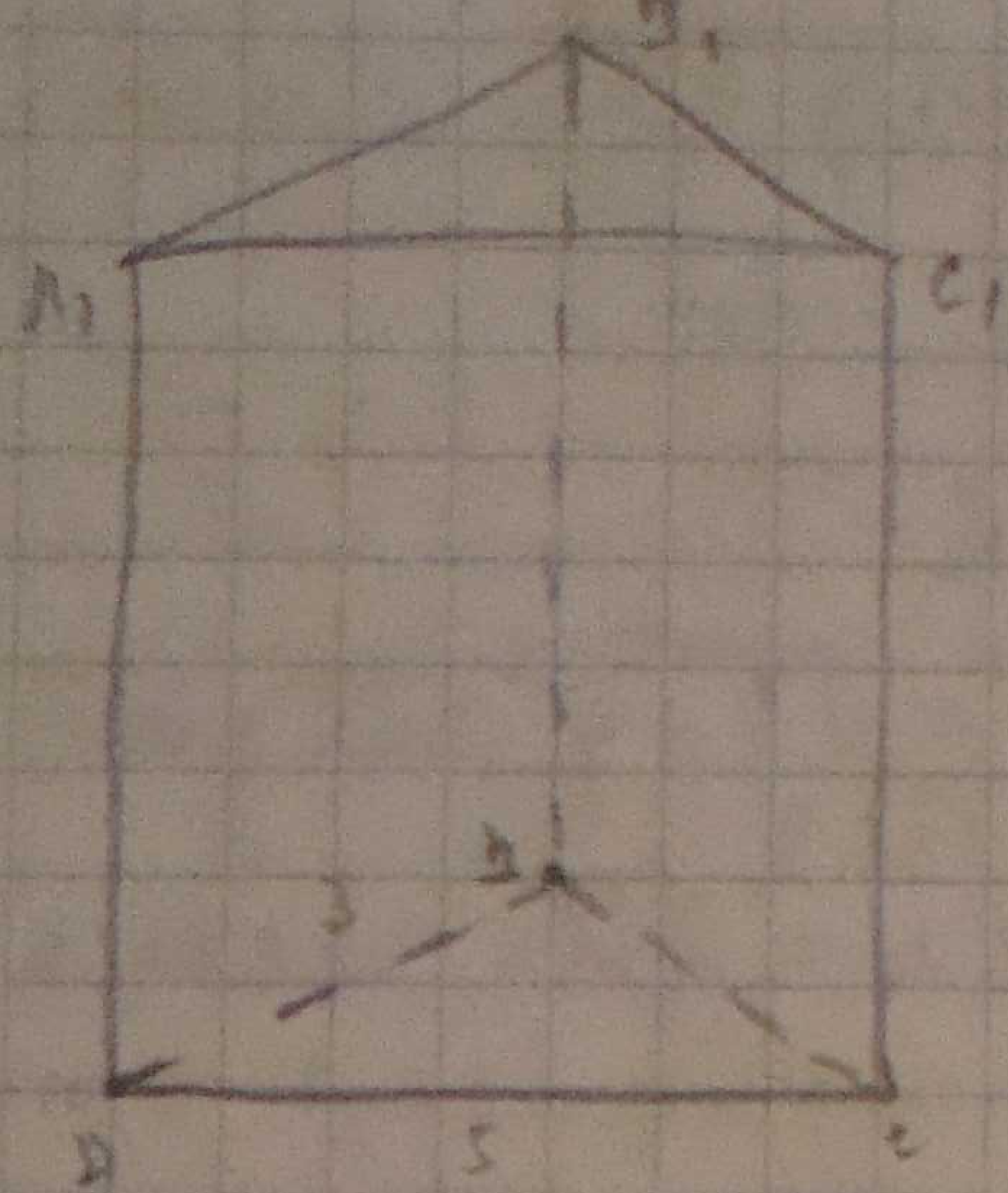
$BC \perp AA_1$ ⇒ $BC \perp CC_1$

$S = BC \cdot CC_1 \cdot \sin\beta =$

$= 10 \cdot 8\sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{338}{1024}} =$

$= 10 \cdot 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{46}}{13} = 160\sqrt{2}$ ...

30.



$BC = \sqrt{9+25+2\cdot3\cdot5\cdot\frac{1}{2}}$

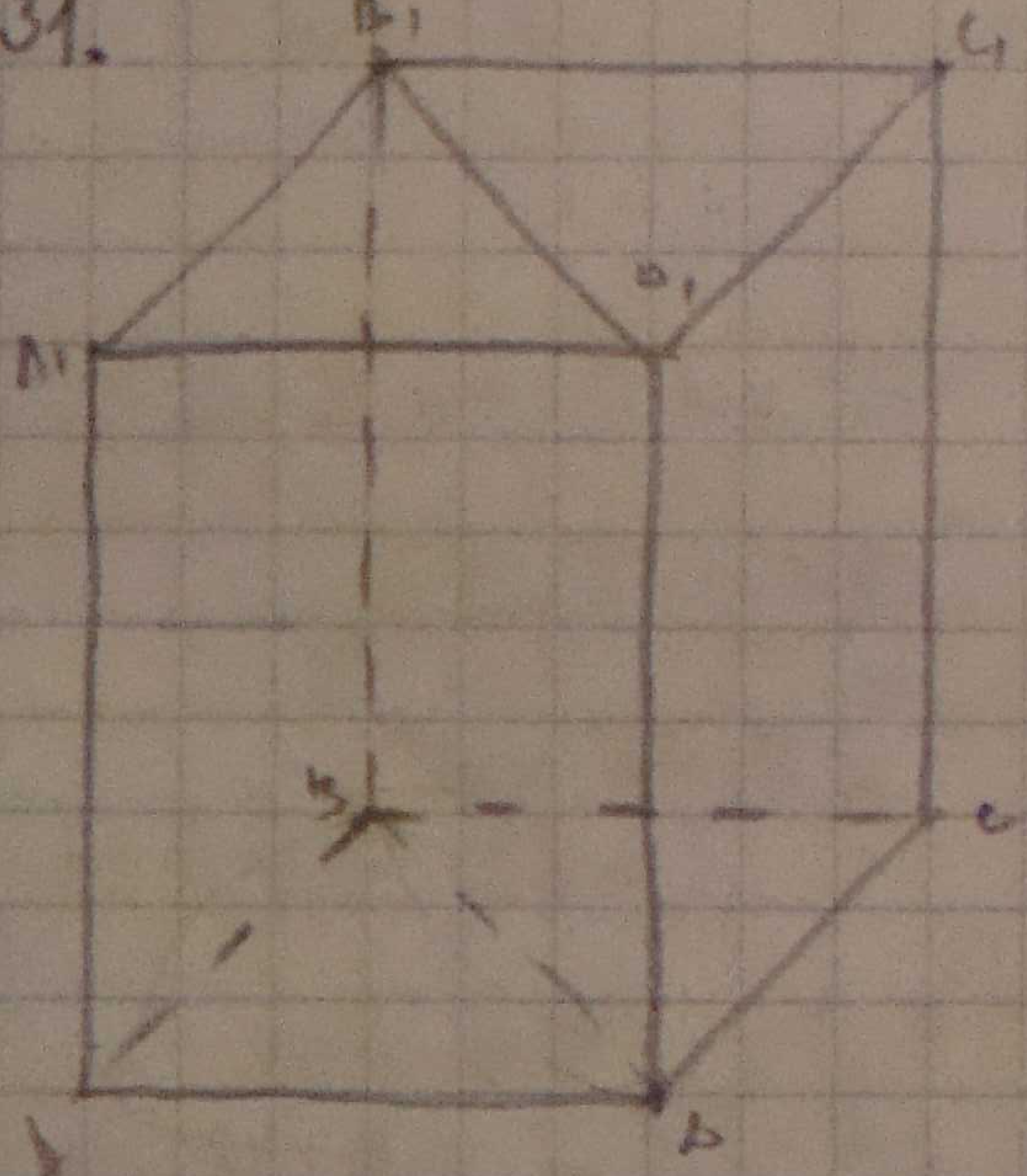
$= 7$

$35 : 7 = 5$

$S_{AA_1B_1B} = 15, \ S_{AA_1C_1C} = 25$

$S_կ = 75 \ (սմ^2)$

231.



Ուղ/ղ պրիզմա

$AB = 8$ սմ

$AD = 15$ սմ

$\angle DAB = 60^\circ$

$S_{BB_1D_1D} = 130 \ (սմ^2)$

$S_լ - ?$

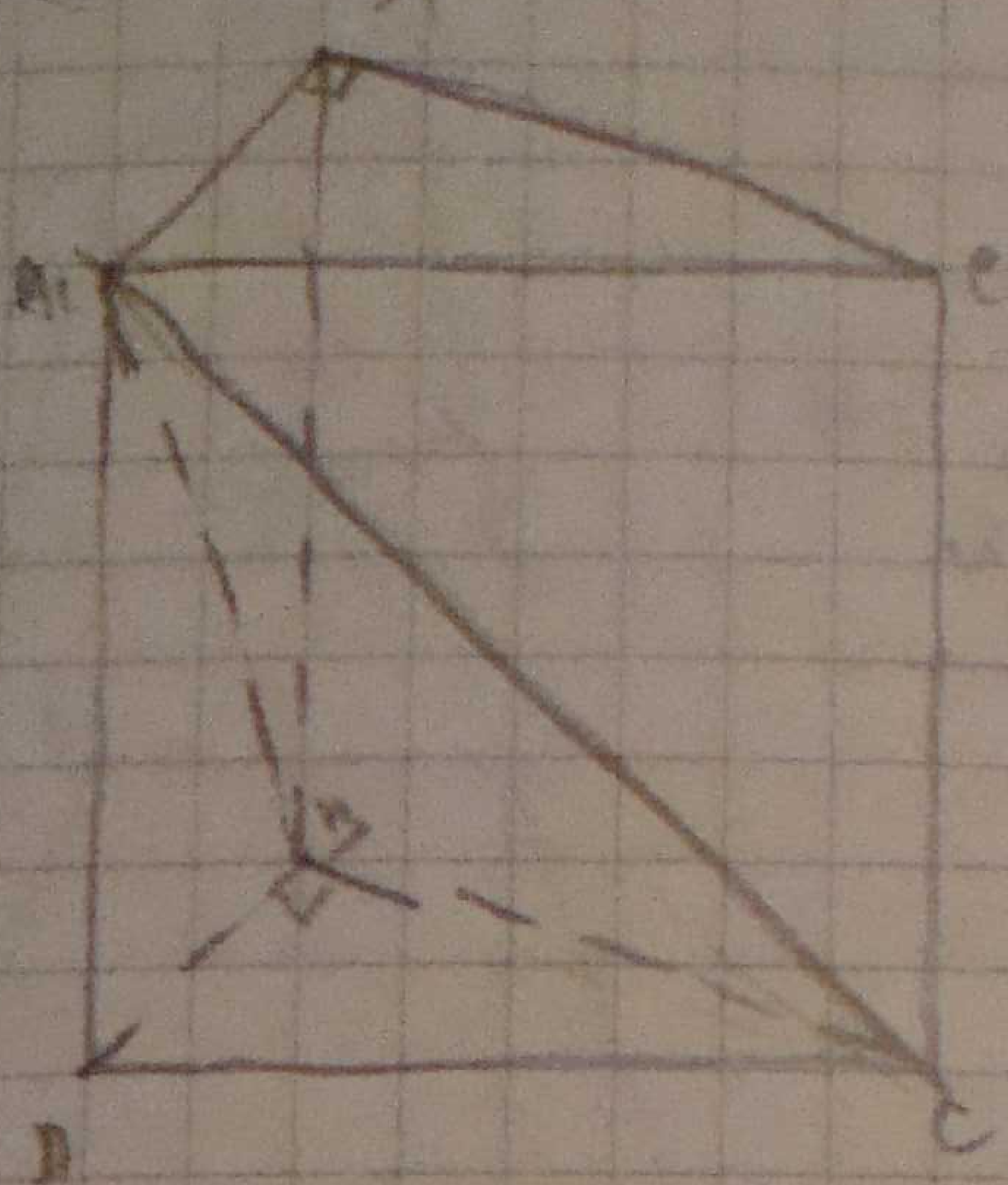
$BD = \sqrt{64+125-2\cdot8\cdot15\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt{64+125-120} = \sqrt{69}$

$DD_1 = \frac{130}{\sqrt{69}}$

$S = S_կ + 2S_հ = 2\left(\frac{130}{\sqrt{69}}\cdot 8 + \frac{130}{\sqrt{69}}\cdot 15\right) + 2\cdot8\cdot15\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{2\cdot130}{\sqrt{69}}\cdot 23 + 120 =$

35.



$ABCA_1B_1C_1$

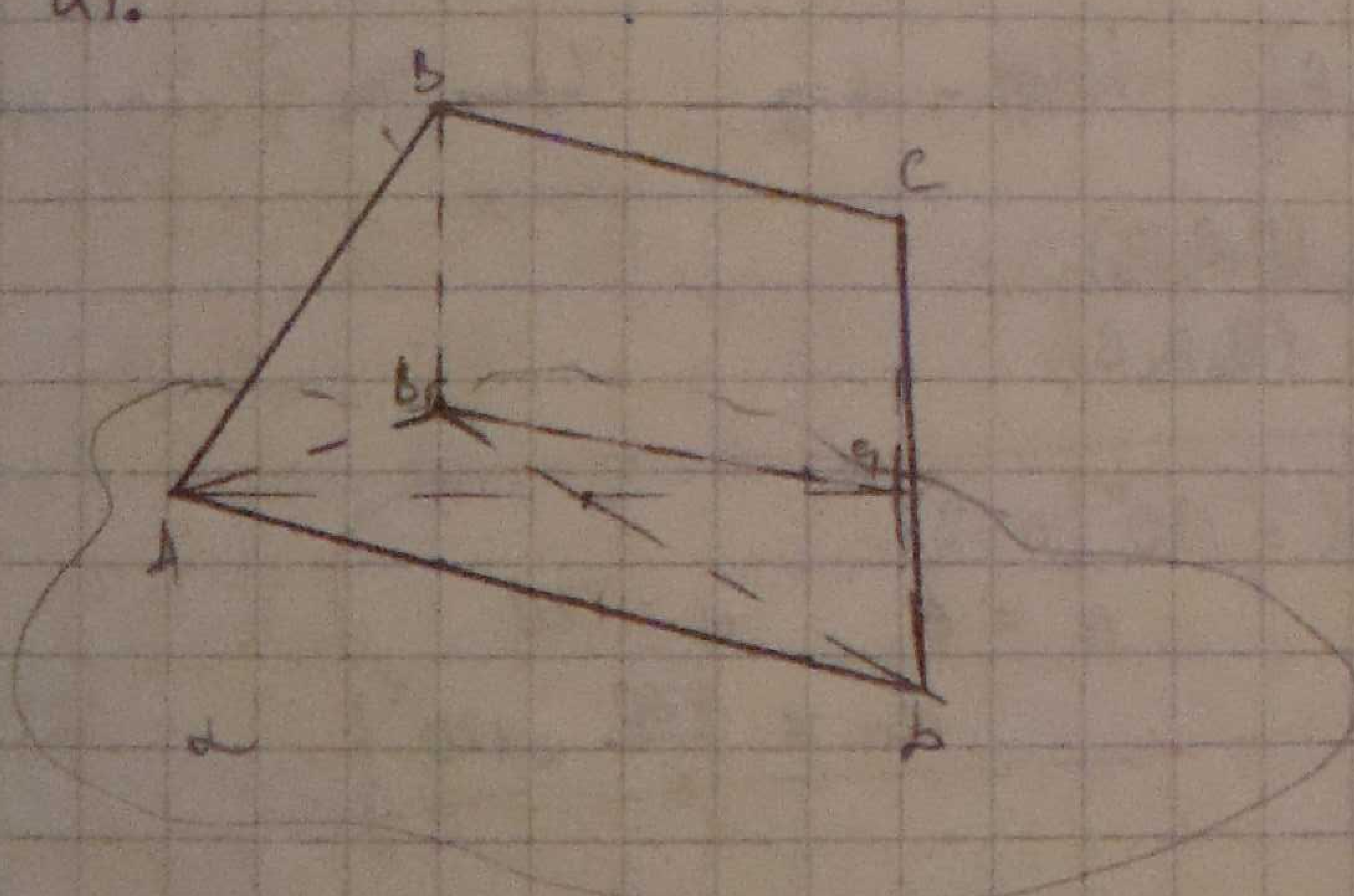
$\angle ABC = 90^\circ$

$\angle BAC = \varphi$

$\angle ACA_1 = \theta$

$\dfrac{S_{\text{ч}}}{S_{\text{h}}} - ?$

21.



$BC \parallel AD$

$\alpha \supset AD$

$BB_1 = CC_1 = 12$,

$AD : BC = 7 : 3$

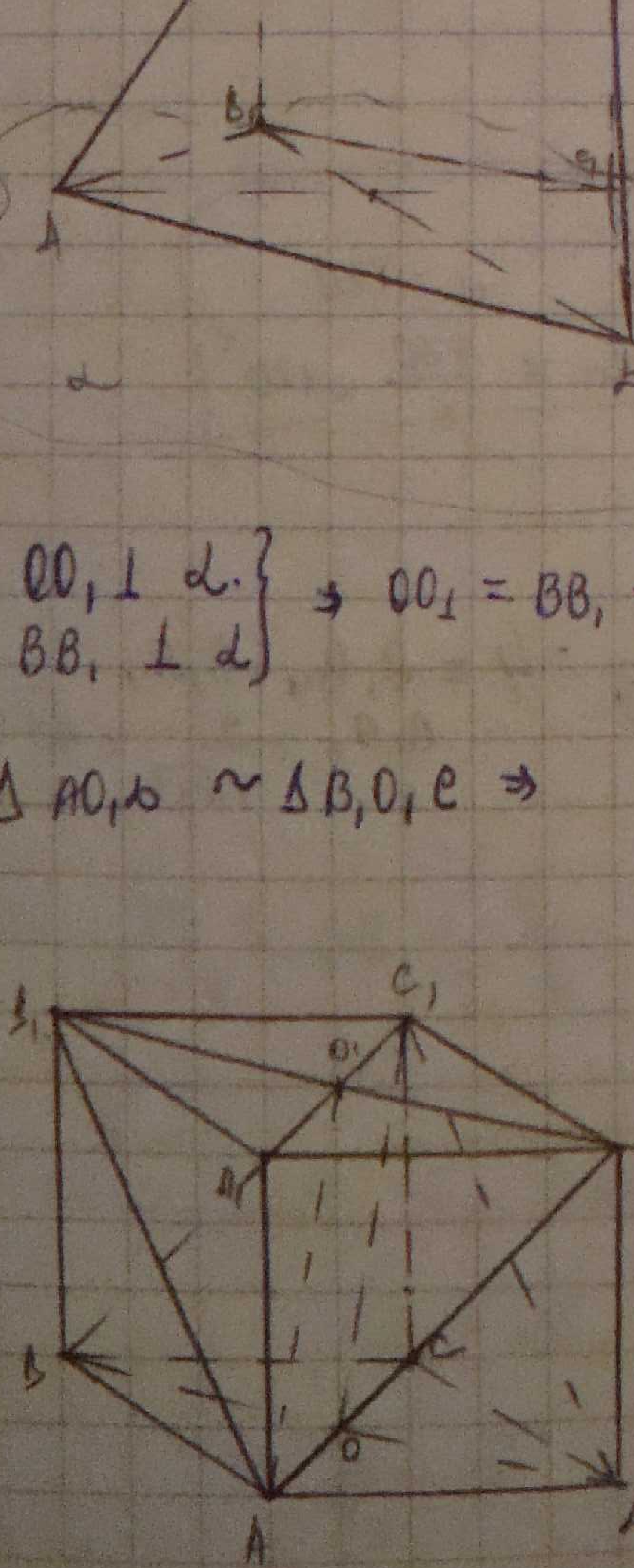
$OO_1 \perp \alpha$, $AC \cap BD = O$

$OO_1 - ?$

$\left.\begin{matrix} OO_1 \perp \alpha \\ BB_1 \perp \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow OO_1 = BB_1 \Rightarrow \triangle OO_1D \sim \triangle BB_1D \Rightarrow \dfrac{OO_1}{BB_1} = \dfrac{O_1D}{B_1D} \Leftarrow \dfrac{OO_1}{12} = 8{,}4$

$\triangle AO_1D \sim \triangle B_1O_1C \Rightarrow \dfrac{AD}{B_1C_1} = \dfrac{O_1D}{O_1B_1} = \dfrac{7}{3}$: $\left.\begin{matrix} O_1D = 7m \\ O_1B_1 = 3m \end{matrix}\right\} \Rightarrow B_1D = 10m$

2.



$\alpha = (BC_1D)$

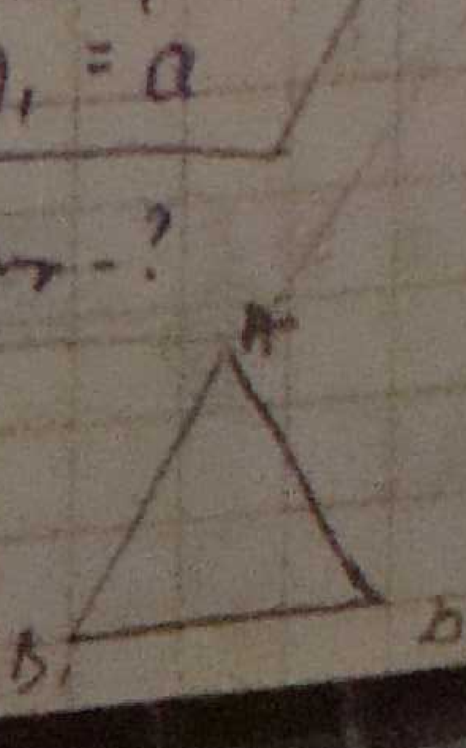
$\beta \supset A$, $\beta \parallel \alpha$

$AA_1 = a$

$S_{\text{հ}} - ?$

$\left.\begin{matrix} BC_1 \parallel AB_1 \\ BD \parallel B_1D_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \beta \parallel \alpha$

$S_{AB_1D_1} =$

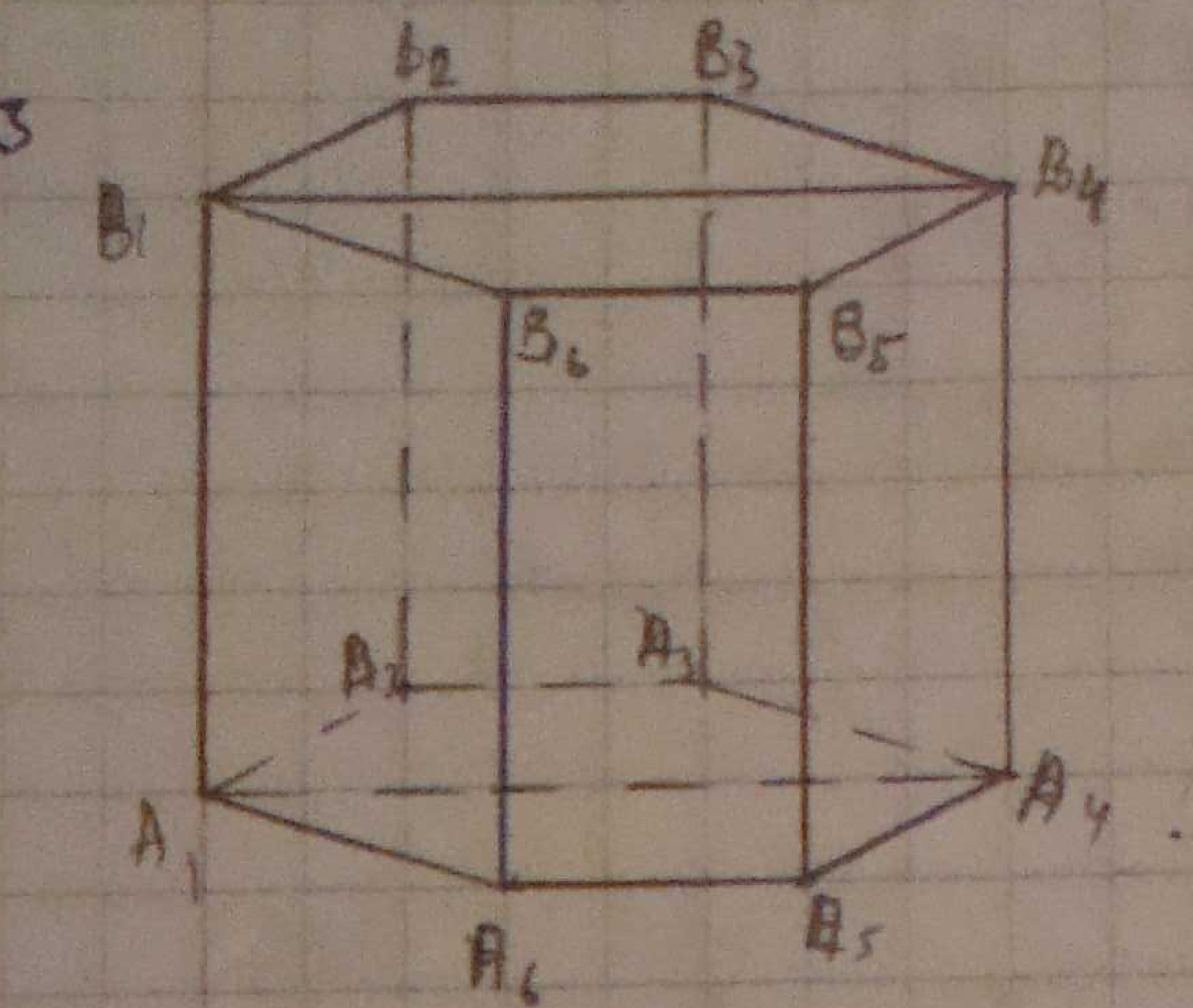


$b = AB_1 = AD_1 = a\sqrt{2}$

$B_1D_1 = a\sqrt{2}$

$S_{AB_1b_1} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$:

3



$S_{A_1B_1B_4A_4} = 4$.

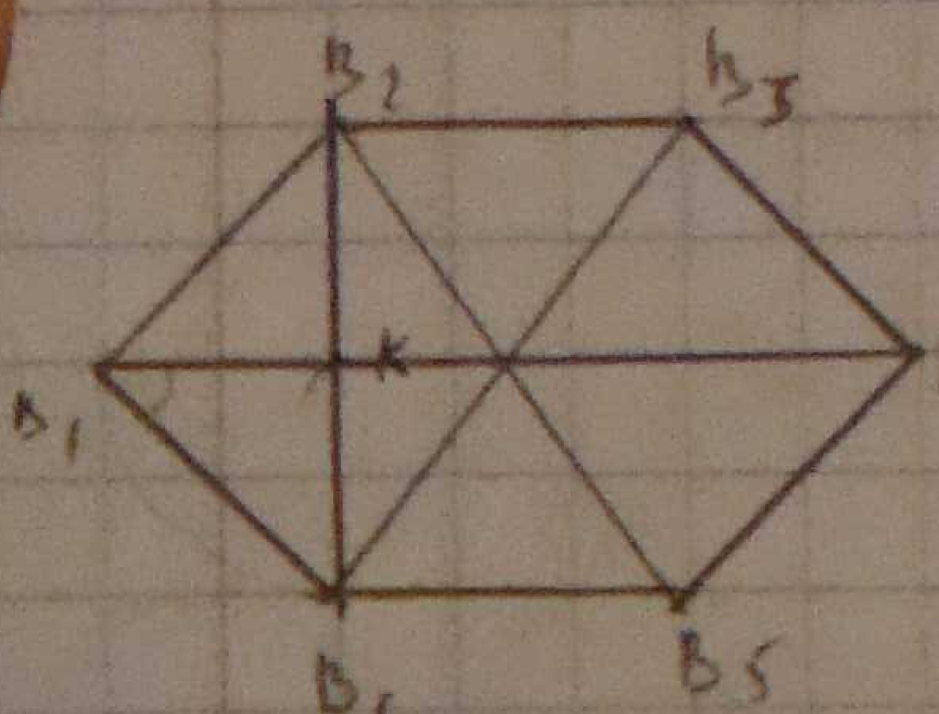
$B_6B_2 = 2$

$S_{m} - ?$

[illegible] $A_6B_1B_5A_5$ և $A_2B_2B_3A_3$ [illegible]

$A_6B_1B_5A_5 \parallel A_2B_2B_3A_3$: $(B_1B_2B_3) \perp (A_1B_2B_3)$:

$\perp (A_6B_6B_5)$



$$\boxed{\alpha = 180^\circ(n-2) \quad n = 6 \quad \alpha = 720 \quad \alpha_n = \frac{720}{6} = 120^\circ}$$

ΔB_1B_6K [illegible] . $B_1B_6 = \frac{KB_6}{\sin 60^\circ} = \frac{1 \cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ $: 4 = B_1B_4 \cdot B_1A_1$

$B_1A_1 = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$B_1B_4 = \frac{4}{\sqrt{3}}$

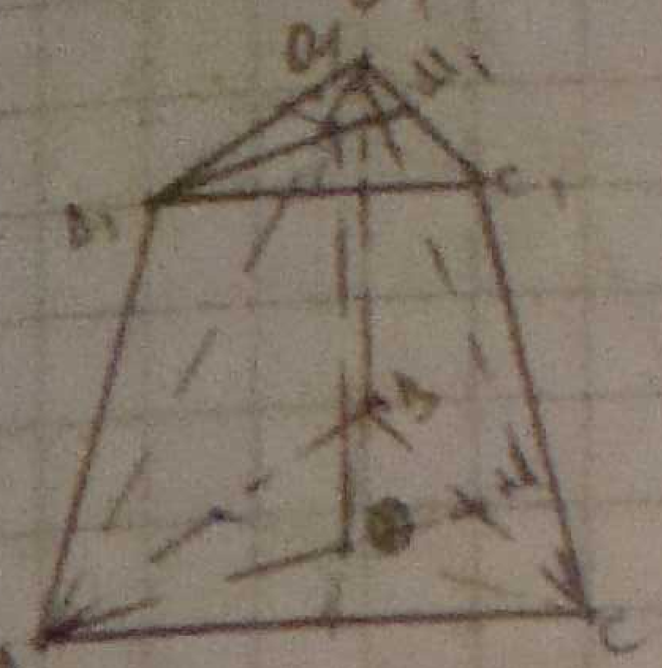
$S_h = 6 \cdot \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 3$

$S_{\text{чр}} = S_4 + 2S_h$

$S_4 = P_h + A_1B_1 = 6 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = 12$:

$S_{\text{чр}} = 6 + 12 = 18$.

5.

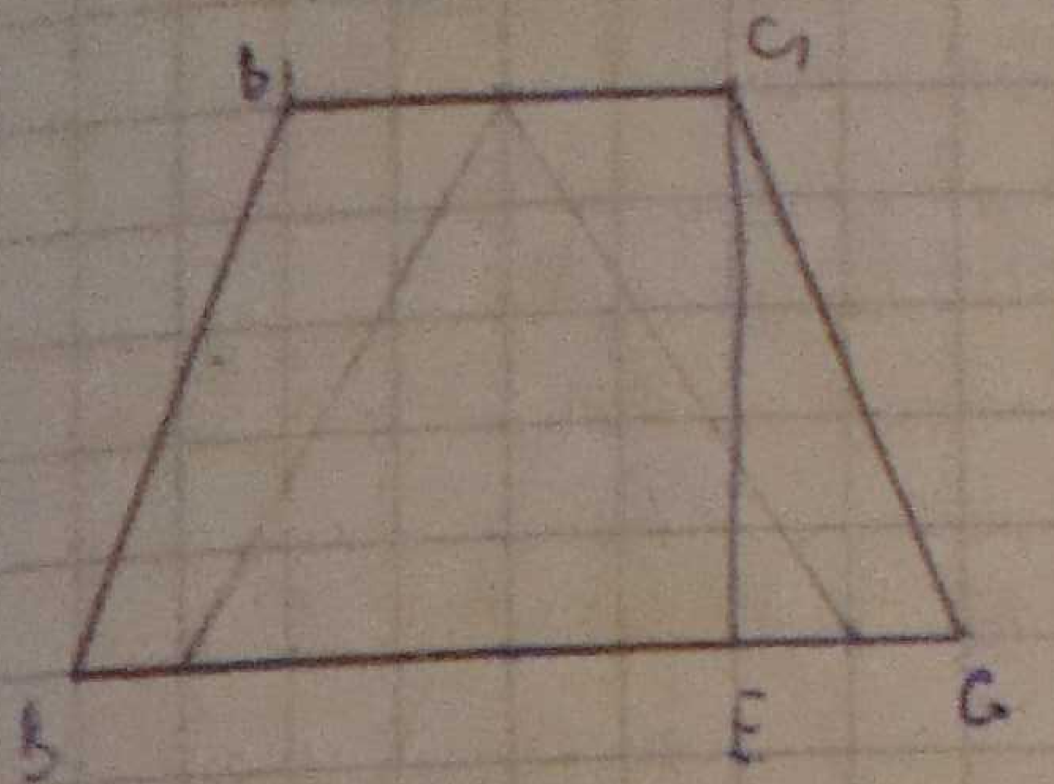


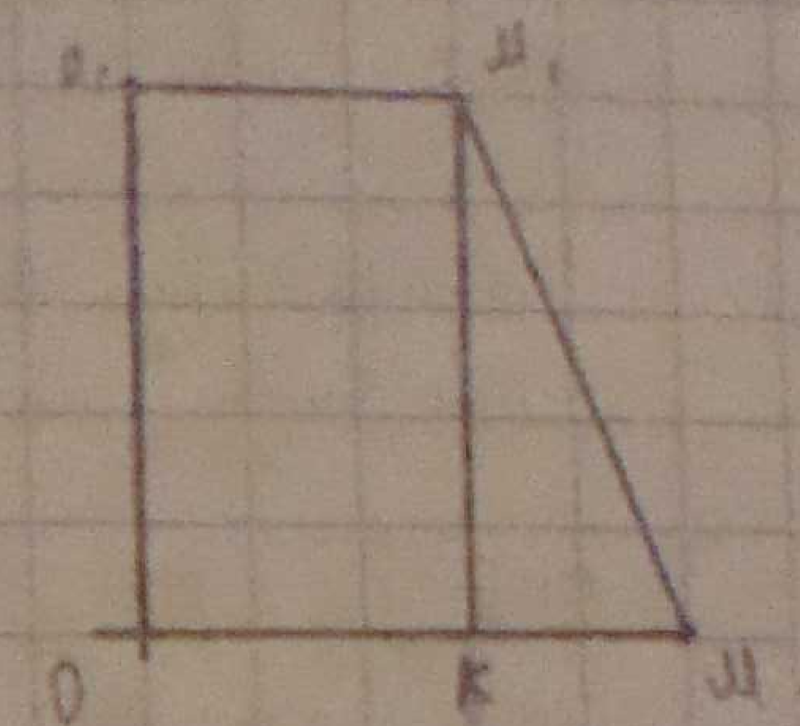
$AB = BC = AC = 8$

$A_1B_1 = B_1C_1 = AC_1 = 5$

$OO_1 \perp (ABC)$, $OO_1 = 8$

$S_{կ} - ?$





$OB = \frac{a}{\sqrt{3}}$

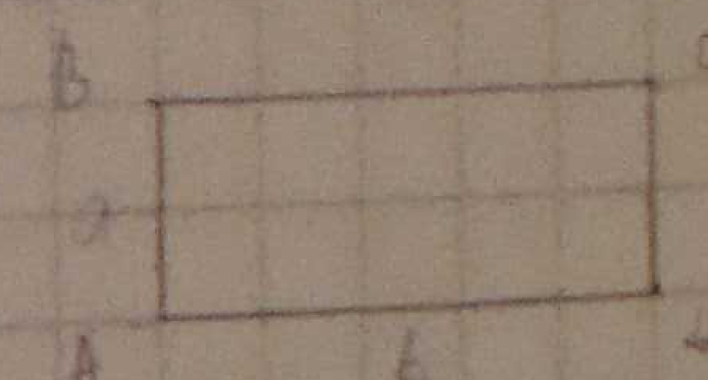
$OM = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$O_1M_1 = \frac{2,5}{\sqrt{3}}$

$KM = \frac{1,5}{\sqrt{3}} \Rightarrow MM_1 = \sqrt{9 + \frac{9}{12}}$

$C_1E = MM_1 : \; BC_1 = \sqrt{6,5^2 + C_1E^2}$

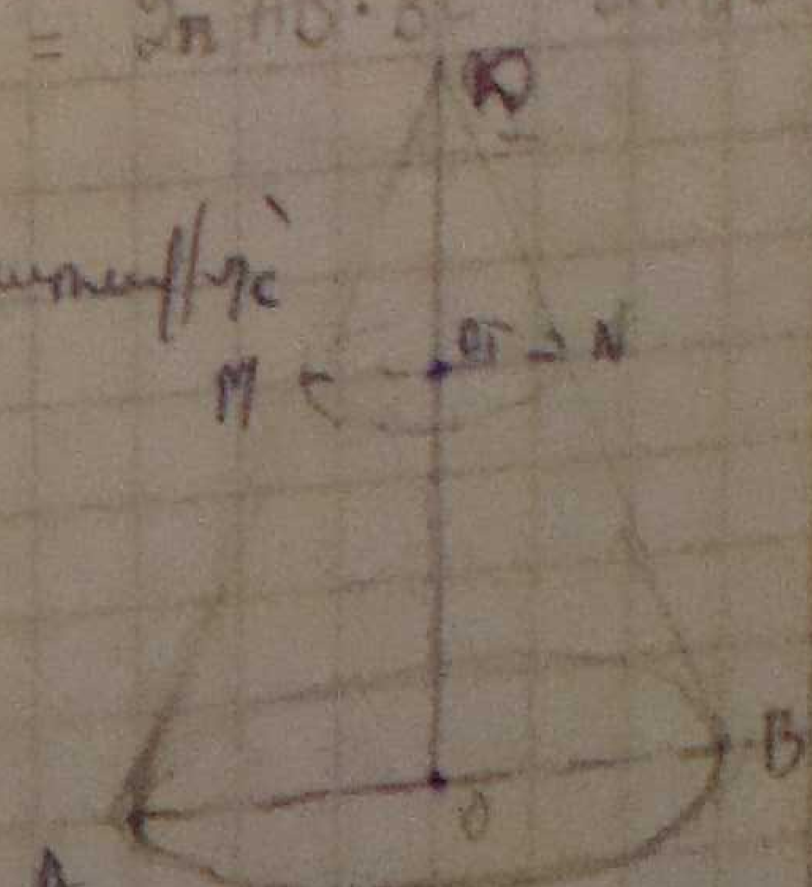
181.



$S_{1պտ} = 2\pi BC \cdot AB = 2\pi ab$

$S_{2պտ} = 2\pi AB \cdot BC = 2\pi ab$

184.



$h = 8$

$x - ?$

$r_1 =$

$S_1 = \pi r_1^2$

$S_2 = \pi r_2^2$

$S_1 = 2S_2 \Rightarrow \pi r_1^2 = 2\pi r_2^2$

$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$

$\frac{MO_1}{AO} = \frac{OO_1}{OO_1} = \sqrt{2}$

$OO_1 = 8\sqrt{2}$ $4\sqrt{2}$

187. $SO = h$

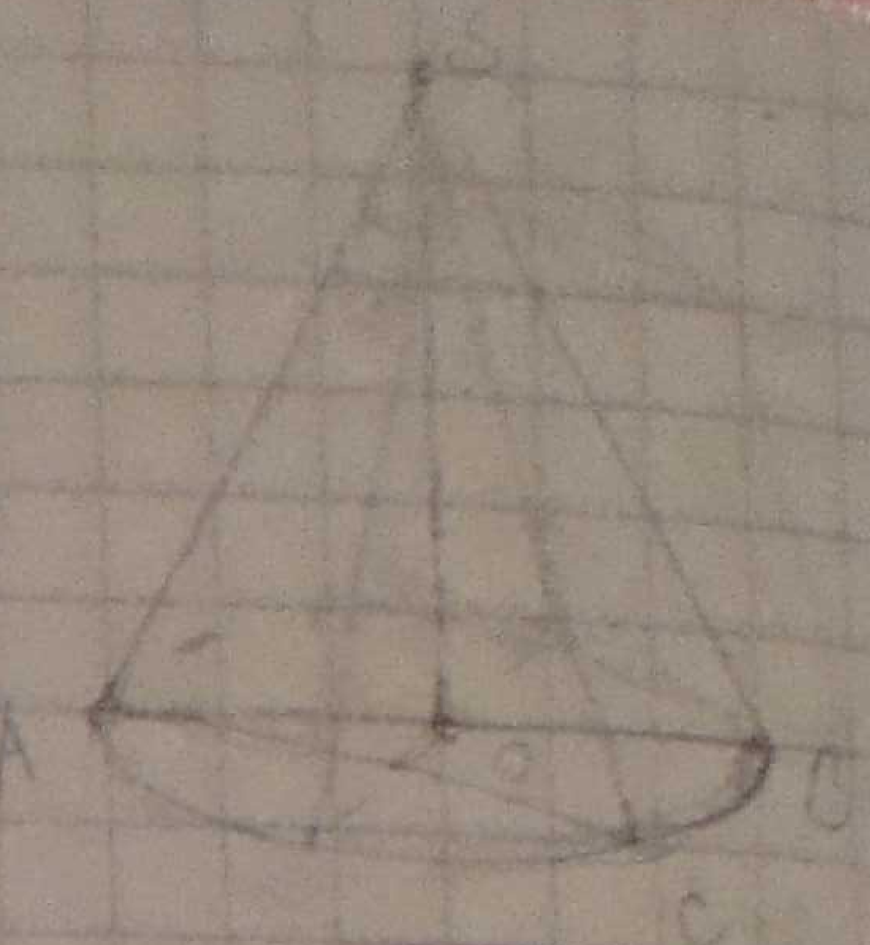
$\alpha = 60$

$\angle ACB = 90°$

$S - ?$

$AC = \frac{OC}{\cos 30°} = 2h$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} 4h^2 = 2h^2$



190. а)

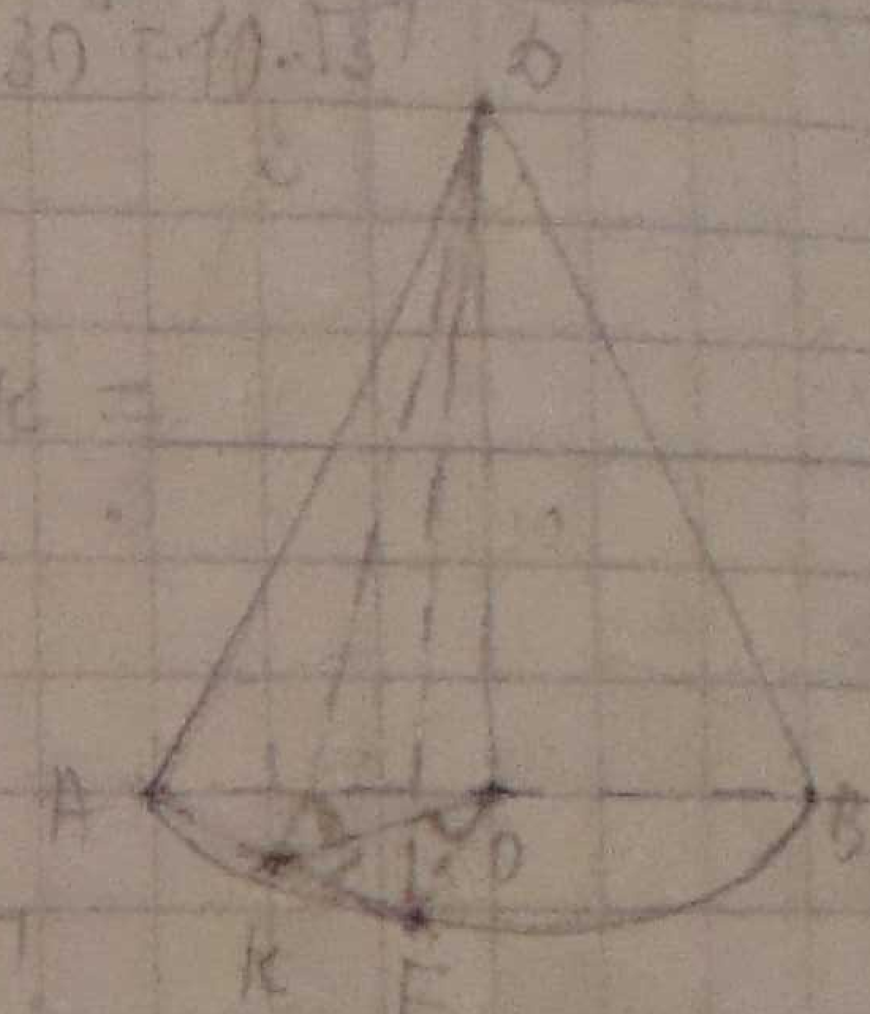
$\triangle KbO$ – п/у $OK = Ob \cdot tg 30° = 10\sqrt{3}$

$Kb = \frac{10}{\cos 30}$

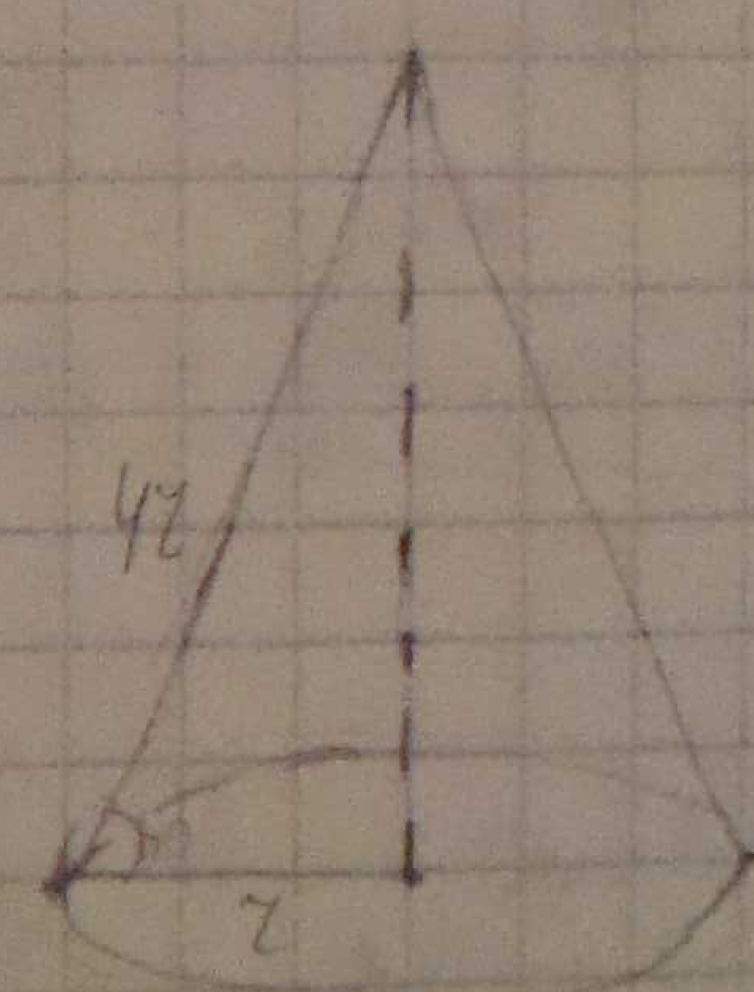
$\triangle OKF$ – п/у $KF = tg 30° \cdot OK = \frac{10}{3} \Rightarrow AF = \frac{20}{3}$

$S = \frac{1}{2} AF \cdot bK =$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{20}{3} \cdot \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{200\sqrt{3}}{9}$



194



195. А) $\frac{\pi l}{180°} \cdot 90° = 2\pi r$

$\frac{\pi l}{2} = 2\pi r$

$l = 4r$

$\sin\beta = \frac{1}{4}$

$\beta = \arcsin\frac{1}{4}$

$2\beta = 2\arcsin\frac{1}{4}$

199. $AB = a$

$\angle ACB = \alpha$

$\angle SAO = \varphi$

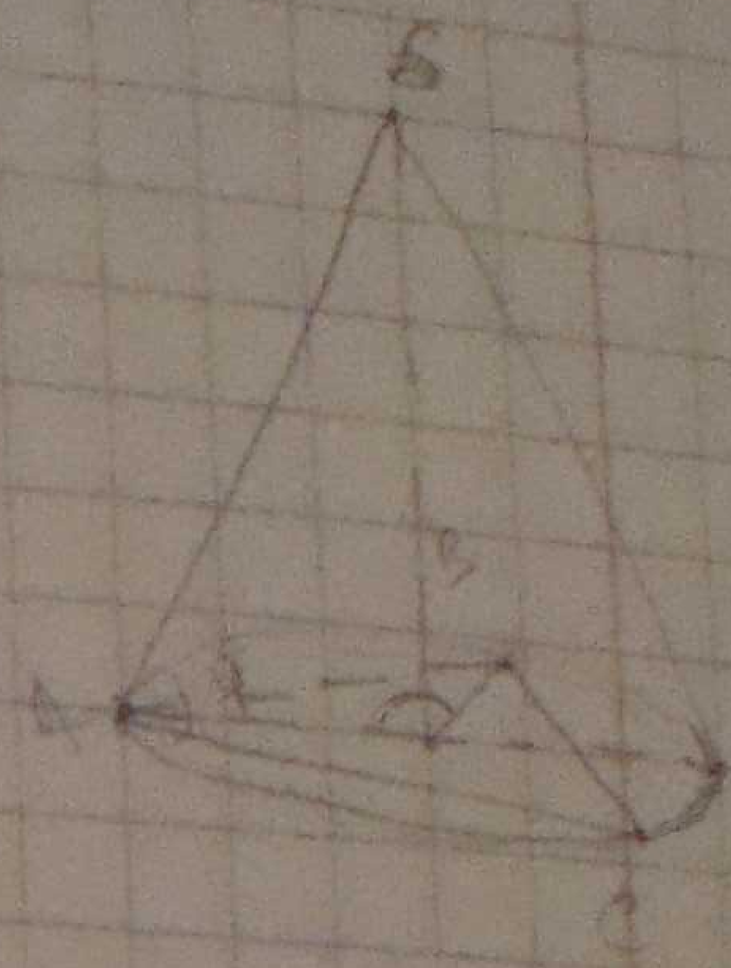
$S_{п}$.

$r = \frac{a}{2\sin\alpha}$

$l = \frac{r}{\cos\varphi} = \frac{a}{2\sin\alpha\cos\varphi}$

$S_{п} = 2\pi r l$

$\pi r l + \pi r^2$



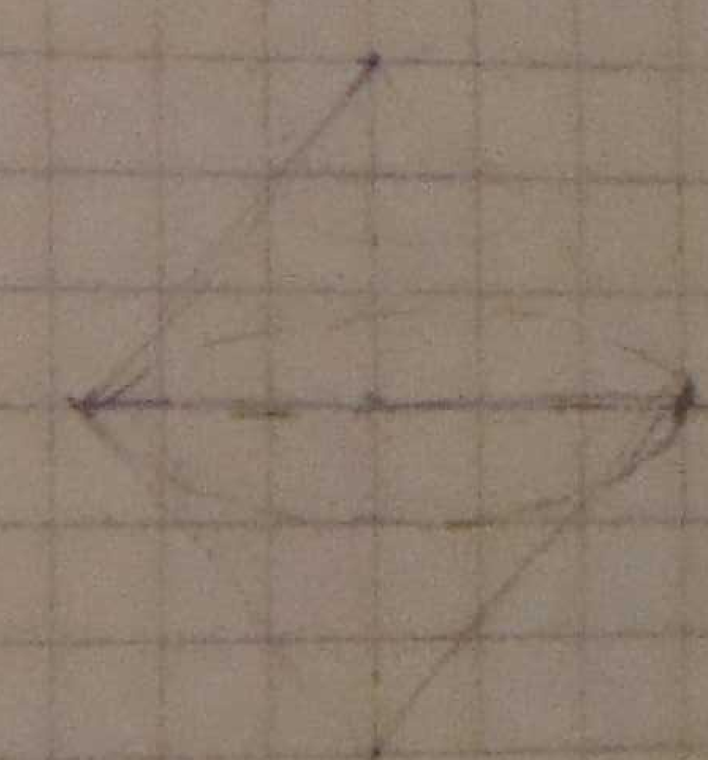
201.

$r = m\cos\varphi$

$S = \pi r l + \pi r^2 = \pi \cdot m\cos\varphi \cdot m + \pi m^2\cos^2\varphi = \pi m^2\cos\varphi(1+\cos\varphi)$

$S_{пп} = 2\pi \cdot OB \cdot CB = 2\pi$

$CB = 2\pi \cdot m\sin\varphi \cdot m = 2\pi m^2 \sin\varphi$



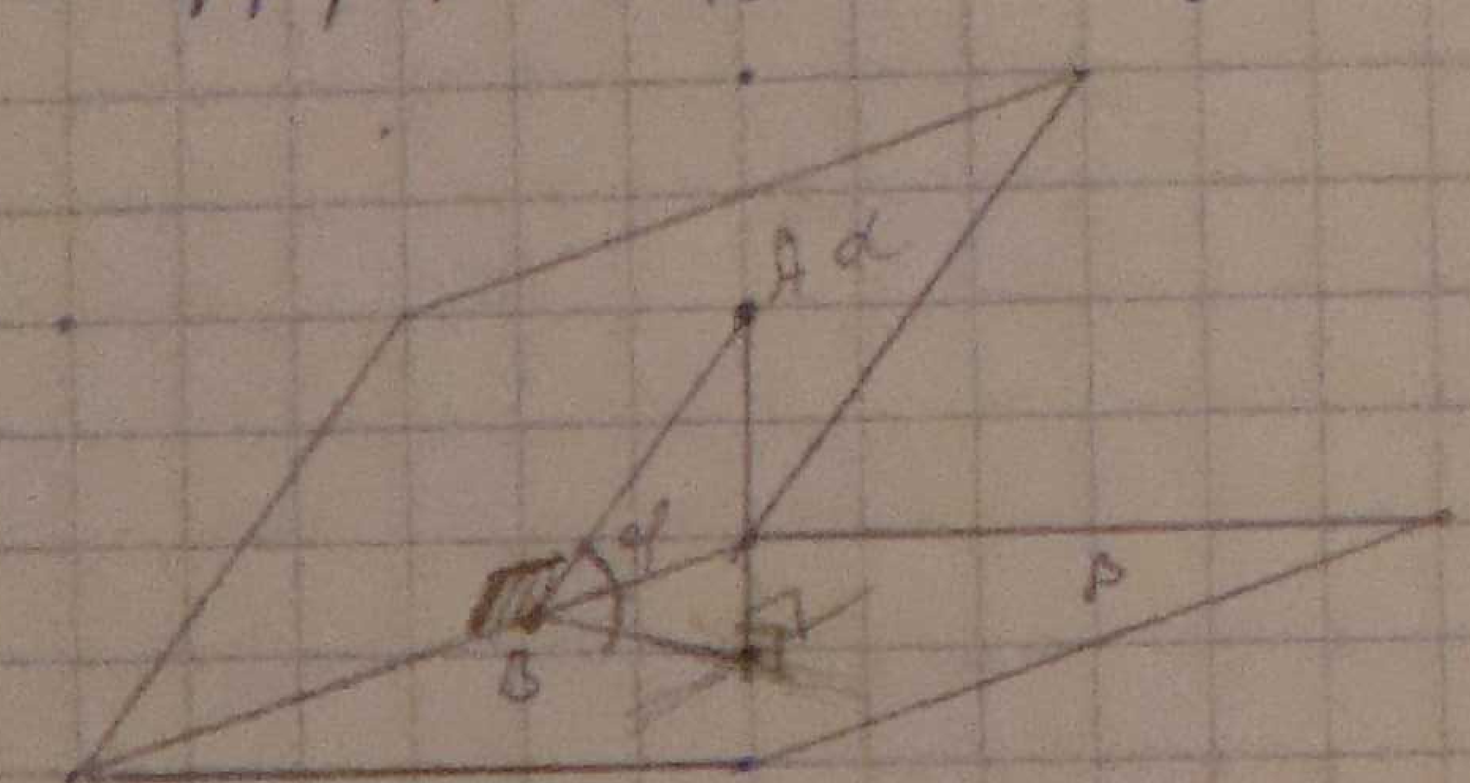
~~домашнее~~ 244

$2\pi r = \frac{\pi l}{180^\circ} \cdot 90^\circ = \frac{\pi l}{2}$

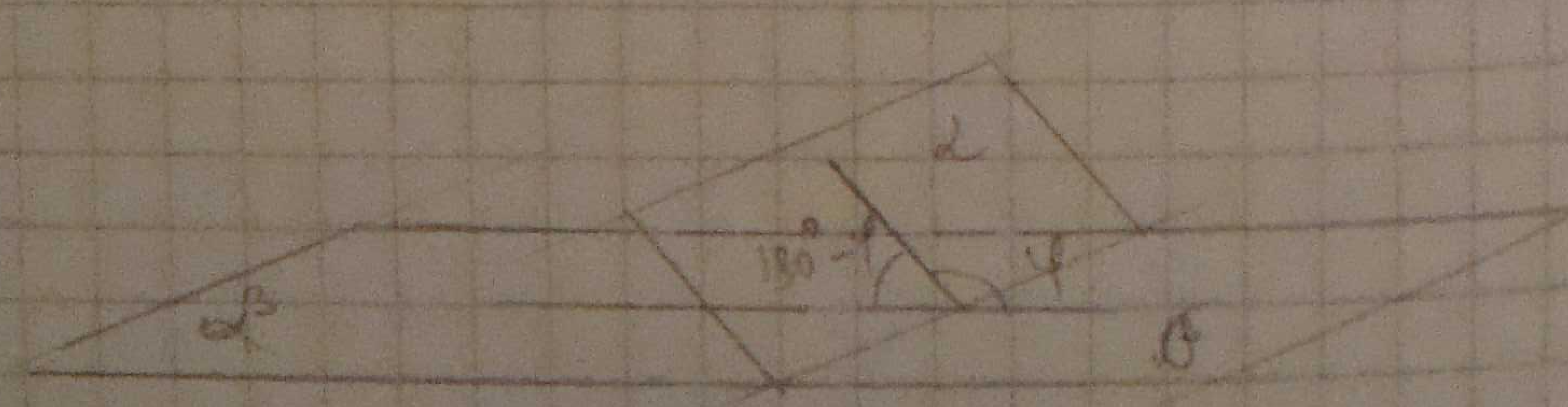
$r = \frac{l}{4}$

245 | 236 - 250.

Եթե երկնիստ անկյան որևէ նիստի որևէ կետից մյուս նիս-
տին տարված է ուղղահայաց, և այդ նույն կետից I նիստի հարթու-
թյան մեջ երկնիստ անկյան կողին տարված է ուղղահայաց, ապա
երկ. անկյան I նիստի վրայի կետով, կողը այդ կետով
տարված ուղղ.-ուղղիղ՝ հատման կետը և II նիստի՝ I-ի
կետից տարված ուղղահայացի հիմքով կազմված անկյունը
հանդիսանում երկնիստ անկյան գծային անկյուն է։



Եթե տրված են երկու երկնիստ անկյուններ որոնց մի նիստը ընդհանուր է,
իսկ մյուս երկու նիստերը միմյանց հարթության շարունակություններն են,
ապա այդ անկյունները կազմում են 180°-ի անկյուն



5 905184 002596

Тетрадь
96 листов
ГОСТ 13309-90
Exercise-book
Zeszyt
PKWiU 22.22.20-30.20

DAN-MARK

PPU DAN-MARK 50-990 Wrocław
ul. Stabłowicka 118 (071) 358-02-90